

Physikalisch- Technische Bundesanstalt



DKD

**Leitfaden
DKD-L 02-2**

**Verfahren zur rückgeführten
Hochfrequenzspannungsmessung**

Ausgabe 04/2014

<https://doi.org/10.7795/550.20260807>



	Verfahren zur rückgeführten Hochfrequenzspannungsmessung https://doi.org/10.7795/550.20260807	DKD-L 02-2	
		Edition:	04/2014
		Revision:	0
		Page:	2 / 48

Deutscher Kalibrierdienst (DKD)

Im DKD sind Kalibrierlaboratorien von Industrieunternehmen, Forschungsinstituten, technischen Behörden, Überwachungs- und Prüfinstitutionen seit der Gründung 1977 zusammengeschlossen. Am 03. Mai 2011 erfolgte die Neugründung des DKD als *Technisches Gremium* der PTB und der akkreditierten Laboratorien.

Dieses Gremium trägt die Bezeichnung Deutscher Kalibrierdienst (DKD) und steht unter der Leitung der PTB. Die vom DKD erarbeiteten Richtlinien und Leitfäden stellen den Stand der Technik auf dem jeweiligen technischen Fachgebiet dar und stehen der Deutschen Akkreditierungsstelle GmbH (DAkkS) für die Akkreditierung von Kalibrierlaboratorien zur Verfügung.

Die akkreditierten Kalibrierlaboratorien werden von der DAkkS als Rechtsnachfolgerin des DKD akkreditiert und überwacht. Sie führen Kalibrierungen von Messgeräten und Maßverkörperungen für die bei der Akkreditierung festgelegten Messgrößen und Messbereiche durch. Die von ihnen ausgestellten Kalibrierscheine sind ein Nachweis für die Rückführung auf nationale Normale, wie sie von der Normenfamilie DIN EN ISO 9000 und der DIN EN ISO/IEC 17025 gefordert wird.

Kontakt:

Physikalisch-Technische Bundesanstalt (PTB)
DKD-Geschäftsstelle
Bundesallee 100 38116 Braunschweig
Postfach 33 45 38023 Braunschweig
Telefon Sekretariat: (05 31) 5 92-8021
Internet: www.dkd.eu

	Verfahren zur rückgeführten Hochfrequenzspannungsmessung https://doi.org/10.7795/550.20260807	DKD-L 02-2	
		Edition:	04/2014
		Revision:	0
		Page:	3 / 48

Zitiervorschlag für die Quellenangabe:

Leitfaden DKD-L 02-02 Verfahren zur rückgeführten Hochfrequenzspannungsmessung, Ausgabe 04/2014, Revision 0, Physikalisch-Technische Bundesanstalt, Braunschweig und Berlin. DOI: <http://dx.doi.org/10.7795/550.20260807>

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt und unterliegt der Creative Commons Nutzerlizenz CC by-nc-nd 3.0 (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/de/>). In diesem Zusammenhang bedeutet „nicht-kommerziell“ (NC), dass das Werk nicht zum Zwecke der Einnahmenerzielung verbreitet oder öffentlich zugänglich gemacht werden darf. Eine Nutzung seiner Inhalte für die gewerbliche Verwendung in Laboratorien ist ausdrücklich erlaubt.



Autoren:

Mitglieder des DKD-Fachausschusses Hochfrequenz und Optik

Herausgegeben von der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt (PTB) für den Deutschen Kalibrierdienst (DKD) als Ergebnis der Zusammenarbeit der PTB mit dem Fachausschuss *Hochfrequenz und Optik* des DKD.

	Verfahren zur rückgeführten Hochfrequenzspannungsmessung https://doi.org/10.7795/550.20260807	DKD-L 02-2	
		Edition:	04/2014
		Revision:	0
		Page:	4 / 48

Vorwort

DKD-Leitfäden stellen Empfehlungen zu technischen Fragestellungen dar, die sich im Zusammenhang mit der praktischen Arbeit von akkreditierten Kalibrierlaboratorien ergeben. In den Leitfäden werden Vorgehensweisen beschrieben, die den akkreditierten Kalibrierlaboratorien als Vorbild zur Festlegung interner Verfahren und Regelungen dienen können. DKD-Leitfäden können zum Bestandteil von Qualitätsmanagementhandbüchern der Kalibrierlaboratorien werden. Durch die Anwendung der Leitfäden kann der Stand der Technik auf dem jeweiligen Gebiet in die Laborpraxis Eingang finden. Dies soll einer Vereinheitlichung der Verfahren und einer effizienteren Arbeit in den Kalibrierlaboratorien dienen.

Die DKD-Leitfäden sollen nicht die Weiterentwicklung von Kalibrierverfahren und -abläufen behindern. Abweichungen von Leitfäden bzw. neue Vorgehensweisen sind möglich, wenn fachliche Gründe dafürsprechen.

Der vorliegende Leitfaden wurde von der Arbeitsgruppe Hochfrequenzmesstechnik der PTB auf Bitte des DKD-Fachausschusses Hochfrequenz und Optik erstellt und vom Vorstand des DKD genehmigt.

Der Inhalt dieses Dokumentes stammt größtenteils aus Aufzeichnungen und internen Arbeitsblättern der Arbeitsgruppe 2.22 „Hochfrequenzmesstechnik“ der PTB über die Messgröße Hochfrequenzspannung. Ziel ist es, eine gut verständliche und möglichst umfassende Übersicht über die Verfahren zur Hochfrequenzspannungsmessung zu geben. Es wurde versucht, das Dokument so zu schreiben, dass es auch für Personen von Nutzen sein kann, die nicht über große Erfahrung in der Messtechnik bei höheren Frequenzen verfügen. Das Dokument enthält keine Informationen über die Berechnung der Messunsicherheit der jeweiligen Kalibrierverfahren.

	Verfahren zur rückgeführten Hochfrequenzspannungsmessung https://doi.org/10.7795/550.20260807	DKD-L 02-2	
		Edition:	04/2014
		Revision:	0
		Page:	5 / 48

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung	6
2. Grundsätzliches zur HF-Spannungsmessung und -kalibrierung	7
2.1 Unterschiede zur Messung von Gleichspannung und Niederfrequenzsignalen	7
2.2 Ortsabhängigkeit der HF-Spannung auf Wellenleitern	7
2.2.1 Reflexion.....	7
2.2.2 Dämpfung	9
2.3 Spannungsübertragung in der Spannungs-, Strom- und Impedanzdarstellung	9
2.4 Spannungsübertragung mit dem Signalfussdiagramm in der Leistungswellendarstellung.....	11
2.5 Spannungsänderungen entlang homogener Leitungen.....	13
2.5.1 Berechnung	13
2.5.2 Näherung für kurze Leitungen.....	15
2.5.3 Beschreibung mit dem Reflexionsfaktor	17
3. Transfer- und Primärnormale.....	18
3.1 TransfERNormale für die WechseLspannungskalibrierung	18
3.2 HF-Spannungsnormale durch Rückführung auf HF-Leistung und HF-Impedanz.....	21
3.3 Bauformen von HF-Spannungsnormalen.....	22
3.3.1 Hochohmige Thermokonverter bis 100 MHz	23
3.3.2 Angepasste Thermokonverter	24
3.3.3 Thermokonverter bis 1 GHz	25
3.3.4 Thermokonverter für höhere Spannungen	26
3.3.5 Thermal converters for current measurements.....	26
3.4 Modellierung thermoelektrischer HF-Leistungssensoren.....	28
3.4.1 Ersatzschaltung des Sensors.....	29
4. Rückführung der Messgröße HF-Spannung	33
4.1 Rückführung auf die Messgrößen Reflexions- und Kalibrierungsfaktor	34
4.2 Theoretische Berechnung der Eingangsimpedanz des NRS -Widerstandmesskopfes.....	34
4.2.1 Leistungsabhängigkeit des Absorptionswiderstandes	35
4.3 Ermittlung des effektiven Wirkungsgrads von NRS-Messköpfen.....	36
5.1 Messung mit T-Verzweigung	37
5.2 Messung der einfallenden Spannung mit Leistungsteilern	38
5.3 HF-Spannungskalibrierung von 50 Ω -Generatoren	39
5.4 Erzeugen kleiner HF-Spannungen.....	40
6. Kalibrierung von Thermokonvertern als HF-Spannungs-TransfERNormal	41
6.1 Messprinzip bei DC-Substitution	41
6.2 Messprinzip bei AC-Substitution	43
7. HF-Spannungskalibrierung von Oszilloskopen	46
8. Literaturverzeichnis	47

	Verfahren zur rückgeführten Hochfrequenzspannungsmessung https://doi.org/10.7795/550.20260807	DKD-L 02-2	
		Edition:	04/2014
		Revision:	0
		Page:	6 / 48

1. Einleitung

In der Präzisionsmesstechnik im Gleichstrom- und Niederfrequenzbereich sind Spannung, Strom und Widerstand die Basismessgrößen. Bei höheren Frequenzen sind dagegen die Hochfrequenz(HF)leistung und -reflexion am wichtigsten, während die Spannungs- und Strommessung nur eine sekundäre Rolle spielt. Entsprechend gibt es zur HF-Leistungs- und Reflexionsmessung umfangreiche Literatur. Über die HF-Spannungsmessung ist nur wenig publiziert worden, was für die Strommessung bei höheren Frequenzen gleichermaßen der Fall ist. Spannungsmessungen ab Frequenzen oberhalb von ungefähr 1 MHz können folgendermaßen unterteilt werden:

Im Frequenzbereich bis ca. 100 MHz überwiegen die traditionellen Messverfahren: Die Quellenspannung von niederohmigen Quellen wird durch hochohmige Spannungsmessung bestimmt. Ab Frequenzen von etwa 1 GHz sind in der Regel sowohl Spannungsmesser als auch Quellen an den Wellenwiderstand der Verbindungsleitungen angepasst, d.h. Last- und Quellimpedanz sind identisch (meist 50 Ω). Bei diesem niedrigen Quellwiderstand ist eine Spannungsmessung ohne Belastung schwierig. Zwischen 100 MHz und 1 GHz können prinzipiell Verfahren aus beiden Bereichen angewandt werden. Oberhalb von etwa 1 GHz wird meist nur noch die Amplitude der einfallenden Spannungswelle gemessen. Diese kann unter Berücksichtigung des Wellenwiderstandes aus der einfallenden Leistung sehr genau bestimmt werden.

Im vorliegenden Dokument wird beschrieben, was bei der rückgeführten HF-Spannungsmessung im Frequenzbereich über 1 MHz zu berücksichtigen ist. Darüber hinaus wird auch kurz auf die HF-Strommessung eingegangen.

	Verfahren zur rückgeführten Hochfrequenzspannungsmessung https://doi.org/10.7795/550.20260807		DKD-L 02-2	
			Edition:	04/2014
			Revision:	0
			Page:	7 / 48

2. Grundsätzliches zur HF-Spannungsmessung und -kalibrierung

2.1 Unterschiede zur Messung von Gleichspannung und Niederfrequenzsignalen

Im Gleichstrom- und Niederfrequenzbereich sind elektrische Geräte meist für die Energietechnik optimiert. Die Innenwiderstände R_i der Generatoren werden hier möglichst klein gewählt, während die Eingangswiderstände der Verbraucher R_L im Vergleich dazu wesentlich größer sind, um bei der Energieübertragung für den energetischen Wirkungsgrad möglichst Werte nahe Eins zu erreichen. In diesem Frequenzbereich können hinreichend hochohmige Spannungsmesser realisiert werden. Damit ist in diesen Systemen meist die Belastung der zu vermessenden Quelle vernachlässigbar klein, und die Leerlaufspannung der Quelle kann mit hoher Präzision gemessen werden. Außerdem sind die Verbindungsleitungen zwischen dem Ort der Messung und dem Spannungsmesser in der Regel ohne Einfluss (vernachlässigbarer Spannungsabfall).

Geräte und Schaltungen für die Hochfrequenztechnik werden dagegen überwiegend in der Nachrichtentechnik eingesetzt und sind für diese Aufgabe – die verlustarme und verzerrungsfreie Übertragung von Signalen – ausgelegt. Hierfür müssen der Generatorinnenwiderstand, die Eingangsimpedanz der Empfänger sowie der Wellenwiderstand der Verbindungsleitungen möglichst den gleichen Wert aufweisen (Leistungsanpassung). Hochohmige Widerstände – z. B. als Eingangswiderstand von Spannungsmessern – sind mit steigender Frequenz aufgrund unvermeidlicher Blindwiderstände immer schwieriger zu realisieren, weshalb die Messung der Spannung als Potentialdifferenz – wie es in der Gleichstrom- und Niederfrequenztechnik üblich ist – im Hochfrequenzbereich Schwierigkeiten bereitet.

Als Nominalwiderstand für die Generator-, Last- und Leitungswellenwiderstände ist ein Wert von $50\ \Omega$ (teilweise $75\ \Omega$) weit verbreitet. Dieser niedrige Arbeitswiderstand in der Hochfrequenztechnik macht die Spannungsmessung in diesem Frequenzbereich schwierig. Ferner führen die bei höheren Frequenzen nicht mehr hinreichend kleinen Signallaufzeiten auf Leitungen schon bei geringen Fehlanpassungen an den Leitungsenden zu periodischen Änderungen der resultierenden Spannung entlang der Leitung. Zusätzlich verursacht die mit der Frequenz steigende Leitungsdämpfung frequenzabhängige Spannungsänderungen entlang der Leitung und in Schaltungen. Je geringer die angestrebte Messunsicherheit ist, desto weiter sinkt die Frequenzgrenze, oberhalb derer diese Einflüsse berücksichtigt werden müssen.

2.2 Ortsabhängigkeit der HF-Spannung auf Wellenleitern

2.2.1 Reflexion

Die Signalausbreitung auf HF-Leitungen und in HF-Schaltungen kann mit Hilfe von Spannungs- und Stromwellen, die sich in beiden Richtungen auf einer Leitung ausbreiten können, beschrieben werden. Die Spannungen und Ströme dieser Wellen sind jeweils für die hin- und rücklaufende Welle mit dem Leitungswellenwiderstand verknüpft [1]-[3]. Der Abschluss einer Leitung mit einer Impedanz Z_L , die vom Wellenwiderstand Z_0 der Leitung abweicht, verursacht eine reflektierte Welle, die durch Überlagerung mit der hinlaufenden Welle ein stehendes Wellenfeld zur Folge hat. Für die Spannung führt das zu einer periodischen Änderung längs der Leitung mit einer Periodizität, die der halben Wellenlänge der hin- bzw. rücklaufenden Welle entspricht. Die komplexe Amplitude (gekennzeichnet durch das unterstrichene Formelzeichen) $\underline{U}_{\text{refl}}$ der durch Fehlanpassung am Ende der Leitung reflektierten Spannungswelle berechnet sich aus der komplexen Amplitude $\underline{U}_{\text{ein}}$ der hinlaufenden Welle am Leitungsende und dem komplexwertigen Reflexionsfaktor Γ :

$$\underline{U}_{\text{refl}} = \Gamma \cdot \underline{U}_{\text{inc}} . \quad (2.1)$$

Dabei ist

$$\Gamma = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = |\Gamma| \cdot e^{j\Phi_r} . \quad (2.2)$$

Für geringe Fehlanpassungen ($\Delta Z = Z_L - Z_0 \ll Z_0$) gilt näherungsweise

$$\Gamma \approx \frac{\Delta Z}{2Z_0} . \quad (2.3)$$

Entlang der Leitung überlagern sich die komplexen Spannungsamplituden $\underline{U}_{\text{ein}}(x)$ und $\underline{U}_{\text{refl}}(x)$ aufgrund der unterschiedlichen Laufrichtung mit sich stetig ändernder Phasenverschiebung und bilden so die resultierende, ortabhängige Spannung $\underline{U}_x$, die längs der Leitung periodisch schwankt, wie in Abbildung 2.1 dargestellt ist.

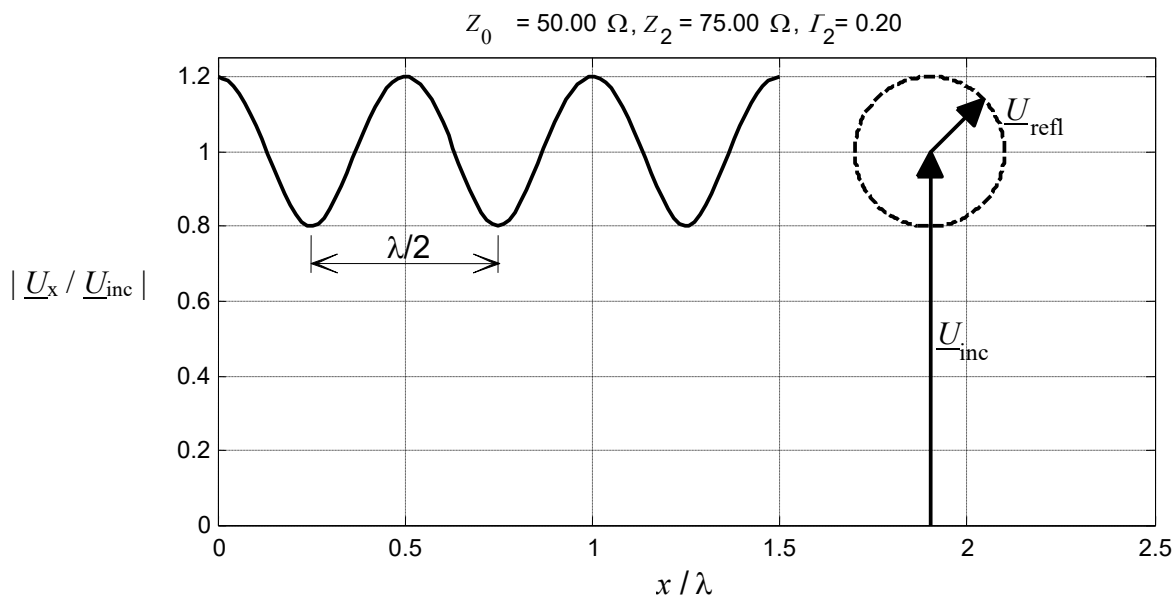


Abbildung 2.1: Periodische Änderung der normierten Spannungsamplitude $\underline{U}_x$ entlang einer mit $Z_2 \neq Z_0$, abgeschlossenen Leitung durch Überlagerung der hinlaufenden und der reflektierten Welle.

Die komplexe Spannungsamplitude $\underline{U}_x$ an einem Punkt x auf der Leitung ist also die vektorielle Summe aus hin- und rücklaufender Spannungswelle:

$$\underline{U}_x = \underline{U}_{\text{refl}, x} + \underline{U}_{\text{inc}, x} . \quad (2.4)$$

Mit dem ortsabhängigen komplexen Reflexionsfaktor Γ_x , erhält man

	Verfahren zur rückgeführten Hochfrequenzspannungsmessung https://doi.org/10.7795/550.20260807		DKD-L 02-2	
			Edition:	04/2014
			Revision:	0
			Page:	9 / 48

$$\underline{U}_x = \underline{U}_{\text{inc}, x} (1 + \Gamma_x). \quad (2.5)$$

Eine Abweichung zwischen der Lastimpedanz Z_L und dem Leitungswiderstand Z_0 führt zu einer ortsabhängigen Schwankung zwischen dem Maximalwert U_{max} und dem Minimalwert U_{min} . Das Verhältnis von U_{max} zu U_{min} wird als Stehwellenverhältnis s (engl. voltage standing wave ratio - VSWR) bezeichnet und ist unabhängig von der Phase des Reflexionsfaktors Φ_Γ :

$$s = \frac{U_{\text{max}}}{U_{\text{min}}} = \frac{|\underline{U}_{\text{inc}}| + |\underline{U}_{\text{refl}}|}{|\underline{U}_{\text{inc}}| - |\underline{U}_{\text{refl}}|} = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|}. \quad (2.6)$$

Eine Spannungsangabe ist bei höheren Frequenzen (und damit kürzeren Wellenlängen) daher nur bei gleichzeitiger Festlegung einer **Referenzebene** sinnvoll. Auch kurze Leitungsabschnitte zwischen Bauelementen müssen bei höheren Frequenzen schon in dem oben genannten Sinn als Leitungen aufgefasst werden. Beispielsweise kann sich durch Einfügen eines Adapters das Verhältnis zwischen der Eingangsspannung und der Anzeige des Spannungsmessers erheblich verändern.

2.2.2 Dämpfung

Signale auf koaxialen Leitungen werden aufgrund der endlichen Leitfähigkeit und der dielektrischen Verluste mit steigender Frequenz zunehmend gedämpft. Allerdings ist der Einfluss für die Spannungsmessung in der Regel deutlich geringer als eine Signaländerung durch Fehlanpassung. Selbst bei stark unterschiedlicher Leitfähigkeit, beispielsweise Messing (spezifische Leitfähigkeit 15 MS/m) und Silber (61 MS/m), ergeben sich für einen 2 cm langen Adapter für PC 7 (typische Länge) bis ca. 1 GHz für die HF-Spannung nur Dämpfungsdifferenzen im Bereich $2 - 4 \cdot 10^{-4}$.

2.3 Spannungsübertragung in der Spannungs-, Strom- und Impedanzdarstellung

Der niederohmige Arbeitswiderstand der Hochfrequenztechnik macht die präzise Spannungsmessung bei hohen Frequenzen aufwändiger. Dies lässt sich anhand eines Beispiels verdeutlichen: Ein Generator G mit einer Leerlaufspannung $\underline{U}_S$ und einem Innenwiderstand Z_G ist mit einem Lastwiderstand Z_L (Eingangswiderstand eines Gerätes) zusammengeschaltet (Abbildung 2.2). Es wird folgendes angenommen: $Z_G = Z_0$ and $Z_L = Z_0 + \Delta Z_L$ with $\Delta Z_L \ll Z_0$, d. h. die Last ist geringfügig fehlangepasst.

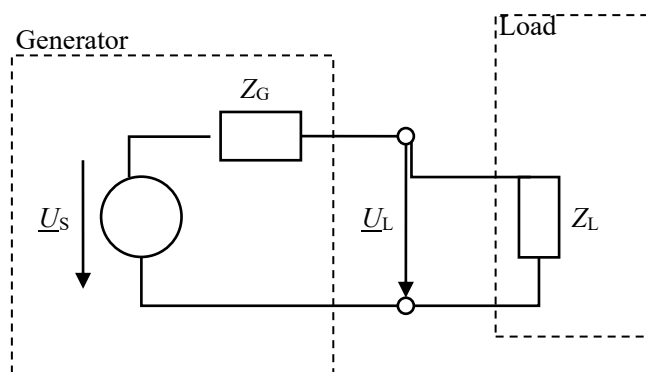


Abbildung 2.2: Ersatzschaltbild der Zusammenschaltung eines Generators (Leerlaufspannung $\underline{U}_s$ und Innenwiderstand Z_G) mit einer Lastimpedanz Z_L .

Die Spannung $\underline{U}_L$ über Z_L lässt sich ausgehend von der Beziehung

$$\frac{\underline{U}_s}{\underline{U}_L} = \frac{Z_G + Z_L}{Z_L} \quad (2.7)$$

gemäß der Spannungsteilung an Impedanzen berechnen. Wenn $Z_L = Z_G = Z_0$ gilt, tritt der einfache Fall ein, dass $\underline{U}_L = \underline{U}_s/2$. Führt man die Spannung $\underline{U}_{Z_0}$ über Z_L für den Anpassungsfall ein, d. h. $Z_L = Z_0$, beträgt für $Z_G = Z_0$ diese Spannung $\underline{U}_{Z_0} = \underline{U}_s/2$.

Für den angenommenen allgemeinen Fall geringer Fehlanpassung ergibt sich aus einer Näherungsrechnung:

$$\underline{U}_L \approx \underline{U}_{Z_0} \left(1 + \frac{\Delta Z_L}{2Z_0} \right) \quad (2.8)$$

mit

$$\Delta Z_L = Z_L - Z_0. \quad (2.9)$$

Setzt man

$$\underline{U}_L = \underline{U}_{Z_0} + \Delta \underline{U}_L, \quad (2.10)$$

so ergibt sich:

$$\frac{\Delta \underline{U}_L}{\underline{U}_{Z_0}} \approx \frac{1}{2} \frac{\Delta Z_L}{Z_0}. \quad (2.11)$$

Bei geringer Fehlanpassung ist die relative Abweichung des Wertes der Spannung $\underline{U}_L$ vom Wert bei Anpassung $\underline{U}_{Z_0}$ gleich der halben relativen Abweichung des Wertes der Lastimpedanz vom Nominalwert Z_0 . Eine entsprechende Näherungsrechnung zeigt, dass die relative Änderung der Wirkleistung P_L an Z_L bei Fehlanpassung der Lastimpedanz von höherer Ordnung klein ist. Mit

$$P_{Z_0} = \frac{U_{Z_0}^2}{2Z_0} \quad (2.12)$$

folgt:

$$P_L \approx P_{Z_0} \left| 1 - \left(\frac{\Delta Z}{2Z_0} \right)^2 \right|. \quad (2.13)$$

Eine Vernachlässigung einer kleinen Fehlanpassung führt also bei der Spannung zu wesentlich größeren Messabweichungen als bei der Wirkleistung.

Eine exakte breitbandige Anpassung sowohl der Generator- als auch der Lastimpedanz an Z_0 ist schwierig zu realisieren. Daher ist die Ausgangsspannung von Generatoren immer etwas unterschiedlich. Wenn die Ausgangsspannung eines Generators gemessen wird, ist es deshalb üblich, die Spannung $\underline{U}_{Z_0}$ anzugeben, die der Generator an der Nominalimpedanz $Z_0 = 50 \Omega$ abgibt (siehe Abschnitt 7.1). Das ist beispielsweise bei Funktionsgeneratoren und Oszilloskopkalibratoren üblich.

2.4 Spannungsübertragung mit dem Signalfussdiagramm in der Leistungswellendarstellung

Die Berechnung der Spannungsübertragung zwischen einem Generator und einer Last (wie im Beispiel in Abschnitt 0) kann bei hohen Frequenzen mit Hilfe des Signalfussdiagramms und Leistungswellen erfolgen und ermöglicht auch bei Fehlanpassung des Generators eine anschauliche Beschreibung der Vorgänge. Die Verbindung zwischen Generator und Last wird hier durch eine verlustlose Leitung (idealer Transmissionsfaktor 1) modelliert. Die Ausbreitungsvorgänge auf dieser Leitung werden durch die Überlagerung einer hin- und einer rücklaufenden Leistungswelle beschrieben [1]. Die Schaltung zur Berechnung der Spannungsübertragung des Beispiels in Abschnitt 0 – hier mittels des Signalfussdiagramms mit Leistungswellen – ist in Abbildung 2.3 ohne HF-Leitung dargestellt.

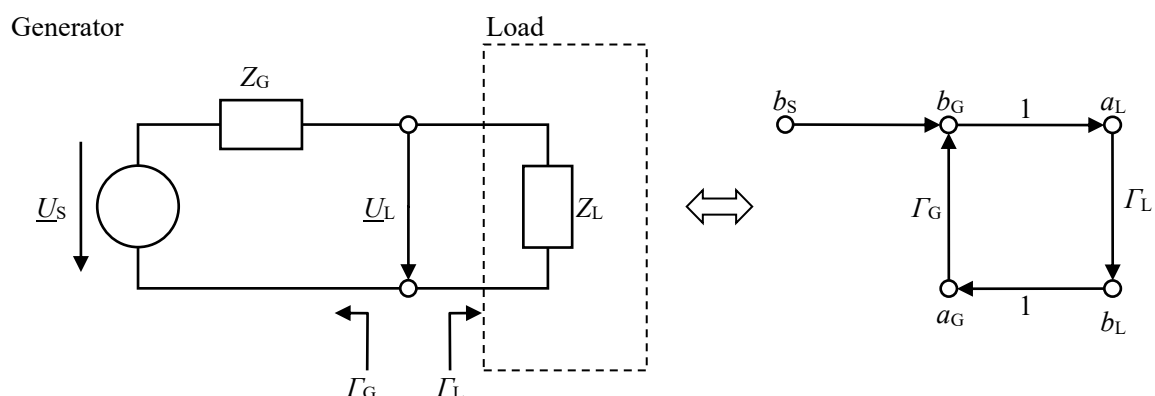


Abbildung 2.3: Ersatzschaltbild der Zusammenschaltung eines Generators mit einer Last und dazugehöriges Signalfussdiagramm.

	Verfahren zur rückgeführten Hochfrequenzspannungsmessung https://doi.org/10.7795/550.20260807		DKD-L 02-2	
			Edition:	04/2014
			Revision:	0
			Page:	12 / 48

Die hin- und rücklaufenden Wellen zwischen Generator und Last werden durch die Leistungswelle a und b beschrieben, wobei a eine zur Last hinlaufende und b eine von der Last rücklaufende Welle ist. Entsprechend haben die Wellen bezogen auf den Generator G und die Last L vertauschte Bezeichnungen. Es gilt für den vorliegenden Fall der direkten Verbindung zwischen Generator und Last: $a_L = b_G$ und $a_G = b_L$. Der Reflexionsfaktor am Generatorausgangstor (in den Generator hineingesehen) ist Γ_G und derjenige am Eingangstor der Last Γ_L . Der Generator wird also durch seinen Reflexionsfaktor Γ_G und die auf eine ideale Impedanz Z_0 einlaufende Leistungswelle b_S , charakterisiert. Der Zusammenhang zwischen den komplexen Amplituden der hinlaufenden $\underline{U}_{\text{ein}}$ bzw. der reflektierten Spannungswelle $\underline{U}_{\text{refl}}$, z. B. am Tor der Last und den entsprechenden Leistungswellen a_L und b_L ist definitionsgemäß:

$$a_L = \frac{\underline{U}_{\text{ein}}}{\sqrt{Z_0}} \quad \text{und} \quad b_L = \frac{\underline{U}_{\text{refl}}}{\sqrt{Z_0}}. \quad (2.14)$$

Die Leistungswellen sind die auf die Wurzel des reellen nominellen Wellenwiderstandes Z_0 des Leitungssystems normierten Spannungen, so dass die Betragsquadrate der Leistungswellen a und b die eingestrahlte Leistung P_{inc} und die reflektierte Leistung P_{refl} ergeben:

$$P_{\text{ein}} = \frac{1}{2} |a|^2 \quad \text{und} \quad P_{\text{refl}} = \frac{1}{2} |b|^2. \quad (2.15)$$

Für die auf eine ideale Last ($Z_L = Z_0$, i. e. $\Gamma_L = 0$) einströmende Leistungswelle b_S (auch Urwelle genannt) eines idealen Generators ($Z_G = Z_0$) gilt:

$$b_S = \frac{\underline{U}_{Z_0}}{\sqrt{Z_0}}. \quad (2.16)$$

Unter idealen Bedingungen ($Z_G \neq Z_0$) ergibt sich der Zusammenhang [1]:

$$b_S = \frac{\underline{U}_S \sqrt{Z_0}}{Z_0 + Z_G}. \quad (2.17)$$

beschrieben, ergibt sich die Spannungsamplitude an einem Leitungsabschluss als Überlagerung der beiden komplexen Amplituden der hin- und rücklaufenden Welle. Die Spannung am Eingangstor der Last L berechnet sich daher gemäß Abbildung 2.3 zu

$$\underline{U}_L = \underline{U}_{\text{inc}} + \underline{U}_{\text{refl}} = (a_L + b_L) \sqrt{Z_0}. \quad (2.18)$$

Mit $b_L = a_L \Gamma_L$ ist

$$\underline{U}_L = a_L (1 + \Gamma_L) \sqrt{Z_0}, \quad (2.19)$$

Und mit Gleichung (2.14):

$$\underline{U}_L = \underline{U}_{\text{inc}} (1 + \Gamma_L). \quad (2.20)$$

Bei Anpassung ($\Gamma_L = 0$) wird $a_L = b_S$, woraus folgt:

$$|\underline{U}_{L,Z_0}| = |b_S| \sqrt{Z_0} = \underline{U}_{Z_0}. \quad (2.21)$$

	Verfahren zur rückgeführten Hochfrequenzspannungsmessung https://doi.org/10.7795/550.20260807		DKD-L 02-2	
			Edition:	04/2014
			Revision:	0
			Page:	13 / 48

Im Vergleich zu Abschnitt 0 tritt bei der Berechnung mittels des Signalfussdiagrammes wieder die Spannung $\underline{U}_{\text{ein}}$ auf. Diese Spannungsamplitude der auf das Tor einfallenden Welle $\underline{U}_{\text{ein}}$ ist auf einfache Weise mit der auf die Last L einfallenden Leistung P_{ein} verknüpft:

$$U_{\text{inc}} = \sqrt{2P_{\text{inc}} Z_0} . \quad (2.22)$$

Aus dem Leistungswellendiagramm lässt sich der Zusammenhang zwischen der Wellengröße a_L und der Einströmung des Generators b_S berechnen zu

$$a_L = \frac{b_S}{|1 - \Gamma_G \Gamma_L|} . \quad (2.23)$$

Damit ist auch der Zusammenhang zwischen der Bezugsleistung des Generators und der einfallenden Leistung P_{ein} gegeben:

$$P_{\text{inc}} = \frac{P_{Z_0}}{|1 - \Gamma_G \Gamma_L|^2} . \quad (2.24)$$

Der Wert der einfallenden Leistung P_{ein} ist also vom Generator- und vom Lastreflexionsfaktor abhängig. Da

$$U_{Z_0} = \sqrt{2P_{Z_0} Z_0} \quad (2.25)$$

gilt, lässt sich der einfache Zusammenhang zwischen den drei Spannungen am Eingangstor der Last L angeben:

$$\underline{U}_{\text{inc}} = \frac{\underline{U}_{Z_0}}{|1 - \Gamma_G \Gamma_L|} , \quad (2.26)$$

$$\underline{U}_L = \frac{\underline{U}_{Z_0} (1 + \Gamma_L)}{|1 - \Gamma_G \Gamma_L|} . \quad (2.27)$$

Die Gleichungen (2.25), (2.26) und (2.27) zusammen mit (2.22) sind für die genaue Analyse der Kalibrierungen mit HF-Spannungen wesentlich. **HF-Leistungsmesser werden immer bezogen auf die einfallende Leistung P_{ein} .** Nach einer Umrechnung bezogen auf Z_0 , gemäß Gleichung (2.22), entspricht die angezeigte Spannung deshalb immer der **einfallenden** Spannung $\underline{U}_{\text{ein}}$.

2.5 Spannungsänderungen entlang homogener Leitungen

Wenn eine Leitung nicht mit ihrem Wellenwiderstand abgeschlossen ist, überlagern sich die hin- und rücklaufende Welle auf der Leitung, so dass sich die resultierende Spannung entlang dieser Leitung ändert.

2.5.1 Berechnung

Es wird angenommen, dass eine kurze Leitung (Länge l) ausgangsseitig (Tor 2) mit einem Spannungsmesser mit der Eingangsimpedanz Z_2 abgeschlossen ist. Die Eingangsspannung U_2 wird am Spannungsmessergrundgerät angezeigt. Die nachfolgend abgeleitete Formel kann man anwenden, um die Spannungs Differenz zwischen den Toren 1 und 2 zu bestimmen, wenn die Referenzebene der Spannungsmessung von Punkt 1 in den Punkt 2 verschoben wird (z. B. bei Entfernen eines vorgeschalteten Adapters). Ziel der Berechnung ist es, eine Beziehung zwischen der Spannung U_2 am Ende der Leitung und der Spannung U_x am Ort x auf der Leitung herzuleiten.

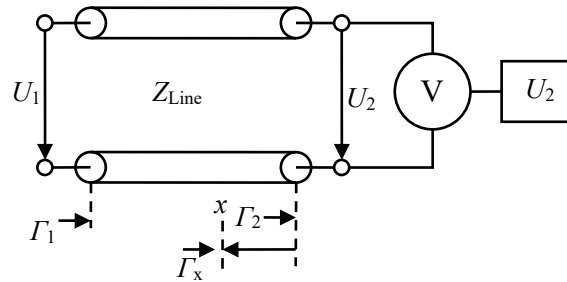


Abbildung 2.4: Ersatzschaltbild einer Leitung mit angeschlossenem Spannungsmesser.

Mit dem Reflexionsfaktor

$$\Gamma_2 = |\Gamma_2| e^{j\phi_2} = \frac{U_{2,\text{refl}}}{U_{2,\text{inc}}} = \frac{Z_2 - Z_{\text{Line}}}{Z_2 + Z_{\text{Line}}} \quad (2.28)$$

am Leitungsende (Tor 2) ergibt sich gemäß Gleichung (2.18) die Spannung $\underline{U}_2$ am Tor 2 aus der vektoriellen Summe der hin- und der rücklaufenden Amplitude:

$$|\underline{U}_2| = |\underline{U}_{\text{refl},2} + \underline{U}_{\text{inc},2}| = |\underline{U}_{\text{inc},2}| \cdot |1 + \Gamma_2| \quad (2.29)$$

Geht man auf der Leitung um eine Länge x in Richtung des Generators zurück, ändert sich die Phase Φ des Reflexionsfaktors. Die Leitungsdämpfung werde vernachlässigt. Im Abstand x vom Tor 2 gilt für den Reflexionsfaktor:

$$\Gamma_X = \Gamma_2 \cdot e^{-2j\beta x} = |\Gamma_2| \cdot e^{j(\Phi_2 - 2\beta x)}, \quad (2.30)$$

mit der Ausbreitungskonstante $\beta = 2\pi/\lambda$. Die elektrische Länge x resultiert bei einer Koaxialleitung aus der mechanischen Länge x_{mech} gemäß $x = x_{\text{mech}} \sqrt{\epsilon_r}$, wobei ϵ_r die relative Dielektrizitätskonstante des Leitungsdielektrikums ist (beispielsweise: $\epsilon_r = 1,000649$ für Luft). Für die Spannung $\underline{U}_x$ mit Abstand x vom Tor 2 gilt:

$$|\underline{U}_x| = |\underline{U}_{\text{inc},x}| \cdot |1 + \Gamma_x|. \quad (2.31)$$

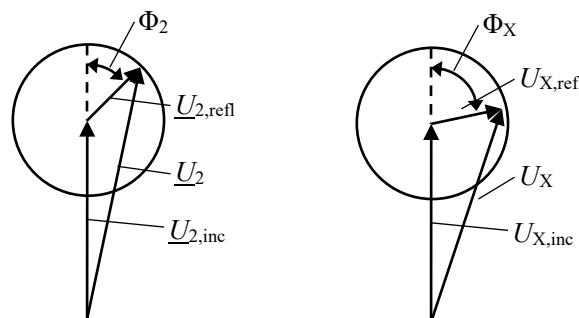


Abbildung 2.5: Vektordarstellung der Spannungen auf der Leitung aus Abbildung 2.4.

Aus Abbildung 2.5 und mit Hilfe des Kosinussatzes resultieren:

	Verfahren zur rückgeführten Hochfrequenzspannungsmessung https://doi.org/10.7795/550.20260807	DKD-L 02-2	
		Edition:	04/2014
		Revision:	0
		Page:	15 / 48

$$|U_2| = |U_{\text{inc},2}| \cdot \sqrt{1 + |\Gamma_2|^2 + 2|\Gamma_2| \cos \Phi_2} , \quad (2.32)$$

$$|U_x| = |U_{\text{inc},x}| \cdot \sqrt{1 + |\Gamma_2|^2 + 2|\Gamma_2| \cos(\Phi_2 - 2\beta x)} , \quad (2.33)$$

und für das Verhältnis der Spannungen ergibt sich:

$$\frac{|U_x|}{|U_2|} = \frac{|U_{\text{inc},x}|}{|U_{\text{inc},2}|} \cdot \frac{\sqrt{1 + |\Gamma_2|^2 + 2|\Gamma_2| \cos(\Phi_2 - 2\beta x)}}{\sqrt{1 + |\Gamma_2|^2 + 2|\Gamma_2| \cos \Phi_2}} . \quad (2.34)$$

Mit $|\Gamma| \ll 1$ und bei Geringer Dämpfung, d.h. $|U_{\text{inc},x}| \approx |U_{\text{inc},2}|$, erhält man die Näherung

$$\frac{|U_x|}{|U_2|} \approx \sqrt{1 + 2|\Gamma_2| \cos(\Phi_2 - 2\beta x) - \cos \Phi_2} \approx 1 + |\Gamma_2| \cos(\Phi_2 - 2\beta x) - \cos \Phi_2 \quad (2.35)$$

Oft ist nur die relative Abweichung $|\Delta U_{2-x}|$ zwischen den beiden Spannungen $|U_x|$ and $|U_2|$ von Interesse. Mit $|U_x| = |U_2| + |\Delta U_{2-x}|$ folgt:

$$\begin{aligned} \frac{|\Delta U_{2-x}|}{|U_2|} &\approx |\Gamma_2| |\cos(\Phi_2 - 2\beta x) - \cos(\Phi_2)| \\ &\approx |\Gamma_2| |\cos(\Phi_2) \cdot [\cos(2\beta x) - 1] + \sin(\Phi_2) \cdot \sin(2\beta x)|. \end{aligned} \quad (2.36)$$

2.5.2 Näherung für kurze Leitungen

Aus der Leitungstheorie ergibt sich für eine Leitung der Länge l mit der Abschlussimpedanz Z_2 , dem Wellenwiderstand Z_{Line} und der Ausbreitungskonstante γ die Eingangsimpedanz

$$Z_1 = Z_{\text{Line}} \frac{\frac{Z_2}{Z_{\text{Line}}} + \tanh(\gamma l)}{1 + \frac{Z_2}{Z_{\text{Line}}} \tanh(\gamma l)} . \quad (2.37)$$

Für Leitungen mit geringen Verlusten ($\alpha \ll \beta$, $\tanh \gamma l \approx \tanh \beta l \approx j \tan \beta l$) erhält man die Näherung:

$$Z_1 \approx Z_{\text{Ltg}} \frac{\frac{Z_2}{Z_{\text{Line}}} + j \tan \beta l}{1 + j \frac{Z_2}{Z_{\text{Line}}} \tanh \beta l} . \quad (2.38)$$

	Verfahren zur rückgeführten Hochfrequenzspannungsmessung https://doi.org/10.7795/550.20260807	DKD-L 02-2	
		Edition:	04/2014
		Revision:	0
		Page:	16 / 48

Für elektrisch kurze Leitungen mit $\beta l \ll 1$ erhält man:

$$Z_1 \approx Z_{\text{Line}} \frac{\frac{Z_2}{Z_{\text{Line}}} + j\beta l}{1 + j \frac{Z_2}{Z_{\text{Line}}} \beta l}. \quad (2.39)$$

Für die Spannung $\underline{U}_1$ am Eingang einer Leitung gilt:

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 \left(\cosh \gamma l + \frac{Z_{\text{Line}}}{Z_2} \sinh \gamma l \right). \quad (2.40)$$

Für verlustarme Leitungen ($\alpha \ll \beta$, $\cosh \gamma l \approx \cos \beta l$ und $\sinh \gamma l \approx j \sin \beta l$) folgt die Näherung:

$$\underline{U}_1 \approx \underline{U}_2 \left(\cos \beta l + j \frac{Z_{\text{Line}}}{Z_2} \sin \beta l \right), \quad (2.41)$$

und bei niedrigen Frequenzen erhält man aufgrund von $\beta l \ll 1$:

$$\underline{U}_1 \approx \underline{U}_2 \left(1 - \frac{(\beta l)^2}{2} + j \frac{Z_{\text{Line}}}{Z_2} \beta l \right). \quad (2.42)$$

Mit $Y_{\text{Line}} = \frac{1}{Z_{\text{Line}}}$ and $Y_2 = \frac{1}{Z_2} = G_2 + jB_2$ kann man Gleichung (2.42) auch umschreiben zu:

$$\underline{U}_1 \approx \underline{U}_2 \left(1 - \frac{B_2}{Y_{\text{Line}}} \beta l - \frac{(\beta l)^2}{2} + j \frac{G_2}{Y_{\text{Line}}} \beta l \right). \quad (2.43)$$

Gleichung (2.36) kann ebenfalls für kurze Leitungen vereinfacht werden. Sobald $x < 0,05\lambda$ (beispielsweise $x < 15$ mm bei 1 GHz) folgt:

$$\frac{|\Delta U_{2-L}|}{|U_2|} \approx |\Gamma_2| \cdot 4\pi \frac{l}{\lambda} \left[\sin(\Phi_L) - 2\pi \frac{l}{\lambda} \cos(\Phi_L) \right]. \quad (2.44)$$

Die Abweichung durch die abgeleiteten Näherungen ist bis 1 GHz geringer als 10 %. Beispielhaft ist in Abbildung 2.6 die relative Spannungsänderung für die Verschiebung der Referenzebene um 10 mm (z.B. Adapter) dargestellt. Als Eingangsimpedanz des Spannungsmessers wird eine Parallelschaltung eines Widerstandes ($R = 51 \Omega$) und einer Kapazität $C = 0,05$ pF angenommen. Die Abbildung zeigt eine gute Übereinstimmung unter Anwendung der Gleichungen (2.36) und (2.44).

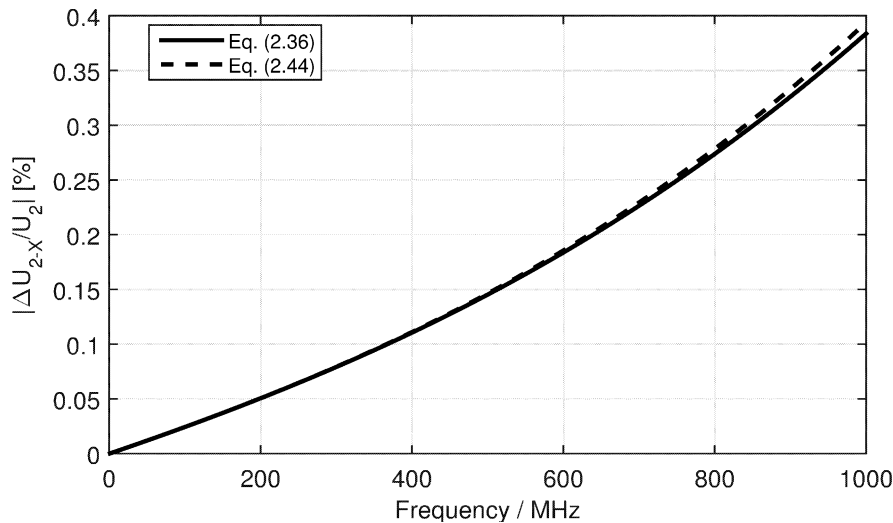


Abbildung 2.6: Relative Spannungsänderung bei Verschiebung der Referenzebene eines fehlangepassten Messkopfes (51 Ω parallel zu 50 fF) um 10 mm.

2.5.3 Beschreibung mit dem Reflexionsfaktor

Die Gleichung

$$\Gamma_1 = \Gamma_2 \cdot e^{-2\gamma l} \quad (2.45)$$

beschreibt die Transformation des Reflexionsfaktors längs der Leitung und gibt den Zusammenhang zwischen dem Reflexionsfaktor Γ_1 am Anfang und Γ_2 am Ende der Leitung an. Der Reflexionsfaktor Γ_2 am Leitungsende berechnet sich aus dem Leitungswellenwiderstand Z_{Line} und der Abschlussimpedanz Z_2 gemäß:

$$\Gamma_2 = \frac{\underline{U}_{\text{refl},2}}{\underline{U}_{\text{inc},2}} = \frac{Z_2 - Z_{\text{Line}}}{Z_2 + Z_{\text{Line}}} \quad (2.46)$$

Mit Gleichung (2.45) folgt:

$$\begin{aligned} \underline{U}_1 &= \underline{U}_{\text{inc},1} (1 + \Gamma_1) \\ \underline{U}_2 &= \underline{U}_{\text{inc},2} (1 + \Gamma_2) \end{aligned} \quad (2.47)$$

Für das Verhältnis $\underline{U}_1 / \underline{U}_2$ wird daraus

$$\frac{\underline{U}_1}{\underline{U}_2} = \frac{\underline{U}_{\text{inc},1}}{\underline{U}_{\text{inc},2}} \frac{(1 + \Gamma_1)}{(1 + \Gamma_2)}, \quad (2.48)$$

und gemäß Leitungstheorie gilt:

	Verfahren zur rückgeführten Hochfrequenzspannungsmessung https://doi.org/10.7795/550.20260807		DKD-L 02-2	
			Edition:	04/2014
			Revision:	0
			Page:	18 / 48

$$\underline{U}_{\text{inc},2} = \underline{U}_{\text{inc},1} e^{-\gamma l}, \quad (2.49)$$

woraus folgt:

$$\frac{\underline{U}_1}{\underline{U}_2} = e^{\gamma l} \frac{(1 + \Gamma_1)}{(1 + \Gamma_2)}. \quad (2.50)$$

Mit Gleichung (2.45) erhält man:

$$\frac{\underline{U}_1}{\underline{U}_2} = e^{\gamma l} \frac{(1 + \Gamma_2 e^{-2\gamma l})}{(1 + \Gamma_2)}. \quad (2.51)$$

Diese Formel ist hilfreich, wenn der komplexe Abschlussreflexionsfaktor genau gemessen werden kann und die Daten der Leitung (bzw. des Adapters) bekannt sind oder abgeschätzt werden können.

3. Transfer- und Primärnormale

3.1 TransfERNormale für die Wechselspannungskalibrierung

Die Messgröße Gleichspannung im Bereich zwischen 1 V und 10 V kann mit einer sehr geringen relativen Messunsicherheit von etwa 10^{-8} (Erweiterungsfaktor $k = 2$) dargestellt werden, da sie mit Hilfe eines Quanten-Primärnormals basierend auf dem Josephson-Effekt auf Naturkonstanten und die Messgröße Frequenz zurückgeführt werden kann. Im unteren kHz-Bereich können auch Wechselspannungen mit ähnlich geringer Messunsicherheit realisiert werden, indem man sinusförmige Wechselspannungen aus schnell geschalteten genauen Gleichspannungsimpulsen synthetisiert. Für Wechselspannungen höherer Frequenz ist dieses Verfahren aber wegen der erforderlichen sehr hohen Schaltgeschwindigkeiten noch nicht anwendbar. Hier müssen genaue Wechselspannungsmessungen mit Hilfe von TransfERNormalen auf bekannte Gleichspannungen zurückgeführt werden. In diesen TransfERNormalen wird die Wirkleistung, die durch eine Wechselspannung in einem möglichst frequenzunabhängigen Widerstand umgesetzt wird, mit einer äquivalenten Gleichleistung verglichen. Ein Temperatursensor am Widerstand detektiert die hervorgerufene Erwärmung, die in einem Messinstrument angezeigt werden. Wie in Abbildung 3.1 gezeigt, wird dazu ein sogenannter Thermokonverter benutzt, dessen Thermospannung U_{th} nach Verstärkung an einem Digitalvoltmeter (DVM) angezeigt wird. Da die Wärmewirkung nur zum Vergleich dient, ist eine absolute Kalibrierung der Temperaturmessung nicht nötig. Auf Grund des Wirkleistungsvergleichs wird stets der **Effektivwert** der Wechselspannung gemessen.

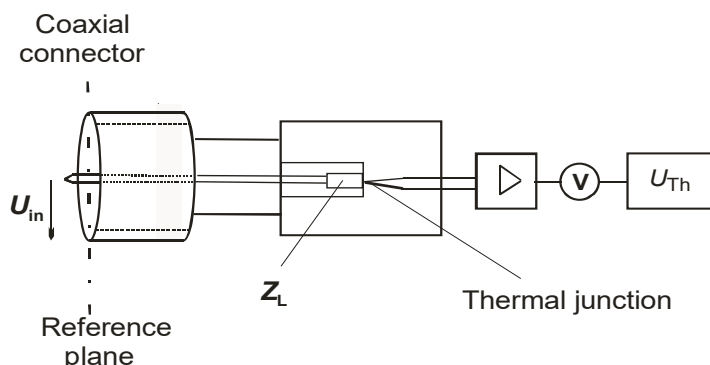


Abbildung 3.1: Prinzipskizze eines Transferrnormals zur Rückführung einer Wechselspannung auf eine Gleichspannung

Bis etwa 1 MHz gelingt es, Transferrnormale mit einem planaren Widerstand (einige 100 Ω) und integrierten Thermoelementen (in Reihenschaltung auch als Thermosäule bezeichnet) für die hochgenaue Temperaturdetektion zu realisieren [4]. Die relative Abweichung zwischen dem Wechselstrom- und Gleichstromwiderstand liegt bis etwa 1 MHz im Bereich $1 \cdot 10^{-6}$ bis $1 \cdot 10^{-5}$. Damit sind Wechselspannungsmessungen – rückgeführt auf eine genau bekannte Gleichspannung – mit diesen relativen Messunsicherheiten ohne genaue Kenntnis der Widerstandswerte möglich.

Als charakteristische Kenngröße der Wechselspannungstranferrnormale wird die Wechselgleichspannungstransferdifferenz δ_{DC} definiert. Sie ist ein Maß für die Differenz zwischen der Wechsel- und der äquivalenten Gleichspannung, die beide die **gleiche Ausgangsanzeige** (beispielsweise Thermospannung U_{Th}) hervorrufen. Die Transferdifferenz δ_{DC} berechnet sich aus Wechsel-(AC) und Gleichspannung (DC):

$$\delta_{DC} = \frac{U_{AC} - U_{DC}}{U_{DC}} = \frac{U_{AC}}{U_{DC}} - 1. \quad (3.1)$$

Auch bei Hochfrequenzspannungsmessungen wird die gleiche Transferrmessgröße angewendet, jedoch wird als Referenzfrequenz statt einer Gleichspannung als Referenzspannung oft eine niederfrequente Wechselspannung (100 kHz bis 1 MHz) gewählt. Beispielsweise wird bei einer Referenzfrequenz von 100 kHz die HF-AC-Transferdifferenz δ_{AC} mit dem Symbol δ_{100kHz} gekennzeichnet. Diese Referenzfrequenz ist damit begründet, dass die unteren Grenzfrequenzen von HF-Generatoren meist im oberen kHz-Frequenzbereich liegen und man somit nur einen Generator für die Messung benötigt.

Der Zusammenhang zwischen der DC- und AC-Transferdifferenz für HF-Spannungen ergibt sich wie folgt:

$$\begin{aligned} \delta_{DC}(f) &= \frac{U_{HF}(f)}{U_{DC}} - 1 \\ &= \frac{U_{HF}(f)}{U_{AC}(100kHz)} \cdot \frac{U_{AC}(100kHz)}{U_{DC}} - 1 \\ &= (\delta_{100kHz}(f) + 1) \cdot (\delta_{DC}(100kHz) + 1) - 1 \\ &= \delta_{100kHz}(f) \cdot \delta_{DC}(100kHz) + \delta_{DC}(100kHz) + \delta_{100kHz}(f). \end{aligned} \quad (3.2)$$

Für $\delta_{100kHz}(f) \ll 1$ and $\delta_{DC}(100 \text{ kHz}) \ll 1$ gilt folgende Näherung:

	Verfahren zur rückgeführten Hochfrequenzspannungsmessung https://doi.org/10.7795/550.20260807		DKD-L 02-2	
			Edition:	04/2014
			Revision:	0
			Page:	20 / 48

$$\delta_{\text{DC}}(f) \approx \delta_{\text{DC}}(100\text{kHz}) + \delta_{100\text{kHz}}(f). \quad (3.3)$$

Wenn Thermokonverter für höhere Frequenzen sehr kleine Werte für $\delta_{\text{DC}}(100\text{ kHz})$ aufweisen, kann für $f \gg 100\text{ kHz}$ eine weitere Näherung eingeführt werden:

$$\delta_{\text{DC}}(f) \approx \delta_{100\text{kHz}}(f). \quad (3.4)$$

Mit den oben genannten Definitionen können im HF-Bereich alle DC- und AC-gekoppelten thermischen **Leistungssensoren** als HF-Spannungstransfernormale eingesetzt werden. Als Ausgangsanzeige kann die Leistungsanzeige des Leistungsmessgerätes und bei HF-Widerstandsmessköpfen mit einer Brückenschaltung die Brückenverstimmung zur Temperaturmessung benutzt werden.

	Verfahren zur rückgeführten Hochfrequenzspannungsmessung https://doi.org/10.7795/550.20260807		DKD-L 02-2	
			Edition:	04/2014
			Revision:	0
			Page:	21 / 48

3.2 HF-Spannungsnorm durch Rückführung auf HF-Leistung und HF-Impedanz

Für Frequenzen oberhalb etwa 1 MHz steigt die Differenz zwischen dem DC- und dem HF-Wert des Abschlusswiderstandes Z_L signifikant an. Außerdem machen sich mit steigender Frequenz zunehmend frequenzabhängige Verluste in der Zuleitung zwischen dem Eingang und dem Vergleichswiderstand Z_L bemerkbar. Damit Transfernormale auch bei Frequenzen oberhalb von 1 MHz eingesetzt werden können, müssen die Leitungsverluste und der HF-Widerstand frequenzabhängig gemessen und zur Korrektur herangezogen werden. Im HF-Bereich können rückgeführte Widerstandsmessungen nur für 50 Ω - oder 75 Ω -Systeme realisiert werden. Das gleiche gilt für HF-Leistungsmesser (rückgeführt auf Mikrokalorimeter) in diesem Bereich. Darum sind ausschließlich Transfernormale mit diesen Eingangswiderständen als rückgeführte Primärnormale für die HF-Spannung geeignet. Nach genauer Vermessung und Korrektur der Anzeige können sie als Primärnormale für die HF-Spannung bei Frequenzen zwischen 1 MHz und etwa 1 GHz dienen.

Bei der rückgeführten Kalibrierung von HF-Leistungssensoren im Mikrokalorimeter wird als charakteristische Kenngröße der effektive Wirkungsgrad η_{eff} bestimmt. Er ist das Verhältnis der im Sensoreingang absorbierten HF-Leistung $P_{\text{RF,abs}}$ zur äquivalenten Gleichleistung P_{DC} bzw. einer niederfrequenten AC-Referenzleistung P_{AC} , die am HF-absorbierenden Element die gleiche Erwärmung hervorruft.

$$\eta_{\text{eff}} = \frac{P_{\text{DC}}}{P_{\text{HF,abs}}} \bigg|_{\text{Anzeige konstant}} \quad (3.5)$$

Die Eingangsimpedanz Z_{in} des Sensors kann als Reihenschaltung eines Wirkwiderstandes R_{ein} und eines Blindwiderstandes X_{ein} aufgefasst werden. Ebenfalls üblich ist die Darstellung als Eingangsleitwert Y_{ein} , eine Parallelschaltung aus Wirkleitwert G_{ein} und Blindleitwert B_{ein} :

$$Z_{\text{ein}} = R_{\text{ein}} + jX_{\text{ein}} \quad (3.6)$$

$$Y_{\text{ein}} = \frac{1}{Z_{\text{ein}}} = G_{\text{ein}} + jB_{\text{ein}} \quad (3.7)$$

Mit der Leitwertdarstellung ergeben sich für die im Sensor absorbierte HF-Leistung $P_{\text{RF,abs}}$ und die äquivalente DC-Leistung die einfache Beziehungen P_{DC}

$$P_{\text{DC}} = U_{\text{DC}}^2 \cdot G_{\text{DC}} \quad (3.8)$$

$$P_{\text{HF,abs}}(f) = U_{\text{HF,ein}}^2(f) \cdot G_{\text{HF,ein}}(f) \quad (3.9)$$

Es folgt für den Effektivwert der HF-Eingangsspannung:

$$U_{\text{HF,ein}}(f) = U_{\text{DC}} \cdot \sqrt{\frac{G_{\text{DC}}}{G_{\text{HF,ein}}(f)}} \cdot \sqrt{\frac{1}{\eta_{\text{eff}}(f)}} \quad (3.10)$$

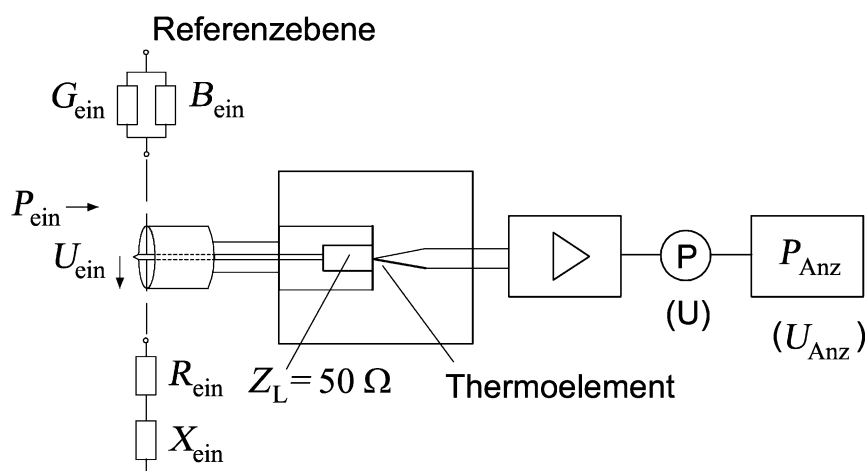


Abbildung 3.2: TransfERNormal für HF-Spannung mit 50 Ω Eingangswiderstand.

Der Effektivwert der HF-Spannung $U_{\text{HF,ein}}$ am Eingang des Leistungssensors berechnet sich aus der äquivalenten DC-Spannung nach Korrektur für den frequenzabhängigen Eingangswirkleitwert bezogen auf den Gleichspannungsleitwert. Die frequenzabhängigen Verluste η_{eff} im Messkopf müssen ebenfalls berücksichtigt werden. Bei Leistungsmessköpfen, deren Frequenzbereich nicht bis DC herab reicht, kann die HF-Leistung durch eine niederfrequente Wechsellleistung substituiert werden. In den entsprechenden Gleichungen werden dann die DC-Größen durch die AC-Größen ersetzt.

Äquivalent lässt sich ein Leistungsmesskopf auch als rückgeführtes HF-Stromnormal verwenden. Unter Anwendung der Widerstandsdarstellung der Eingangsimpedanz folgt für den Effektivwert des HF-Eingangstromes:

$$I_{\text{HF}}(f) = I_{\text{DC}} \cdot \sqrt{\frac{R_{\text{DC}}}{R_{\text{HF}}(f)}} \cdot \sqrt{\frac{1}{\eta_{\text{eff}}(f)}}. \quad (3.11)$$

Der Effektivwert des HF-Stromes, der in den Eingang des Leistungssensors hineinfließt, berechnet sich aus dem äquivalenten DC-Eingangsstrom nach Korrektur des frequenzabhängigen Eingangswirkwiderstandes und der frequenzabhängigen Verluste η_{eff} im Messkopf.

Ein langzeitstabiler HF-Leistungsmesser kann nach Bestimmung der Eingangsimpedanz und des effektiven Wirkungsgrades als primäres HF-Spannungs- oder als HF-Stromnormal eingesetzt werden. Die Referenzebene ist gleich der Referenzebene der Impedanzmessung. Sind die Messgrößen Impedanz und HF-Leistung (effektiver Wirkungsgrad) auf primäre Normale rückgeführt, kann ein primäres HF-Spannungsnormale realisiert werden. (Vgl. Kap. 3.4).

3.3 Bauformen von HF-Spannungsnormalen

Im Frequenzbereich bis etwa 1 GHz werden Thermokonverter als TransfERNormale sowohl für die HF-Spannung als auch für den HF-Strom verwendet. Gegenüber Diodenvoltmetern [5] zeichnen sich Thermokonverter durch ihre DC-Kopplung, niedrige Transferdifferenzen bei tiefen Frequenzen und ihre oft monotonen Frequenzverläufe bis zu hohen Frequenzen aus. Letzteres ermöglicht eine gute Interpolation von Messwerten. Auf Grund der Bauform sind sie langzeitstabil und werden oft in Kalibrierlaboratorien als Bezugsnormale eingesetzt. Im Vergleich zu Diodenvoltmetern ist allerdings der Dynamikbereich stark eingeschränkt

	Verfahren zur rückgeführten Hochfrequenzspannungsmessung https://doi.org/10.7795/550.20260807		DKD-L 02-2	
			Edition:	04/2014
			Revision:	0
			Page:	23 / 48

($U_{\max}/U_{\min} \approx 2,5$). Es gibt Thermokonverter mit angepasster Eingangsimpedanz von $50\ \Omega$ bzw. $75\ \Omega$, oft aber auch deutlich höher, wie es bei TransfERNormalen der NF-Technik üblich ist.

3.3.1 Hochohmige Thermokonverter bis 100 MHz

Ein typischer Thermokonverter bis ca. 100 MHz besteht aus einem Bereichswiderstand R_{Vor} und einem in Reihe geschalteten Thermoumformer (TU) in einem coaxialen Gehäuse, wie in Abbildung 3.3 dargestellt ist.

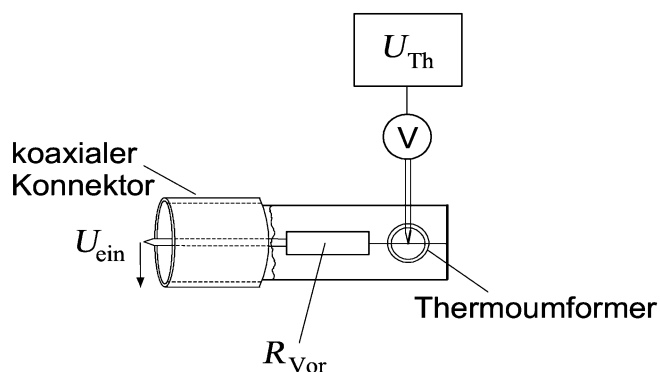


Abbildung 3.3: Prinzip eines Thermokonverters mit hochohmiger Eingangsimpedanz für Frequenzen bis 100 MHz.

Thermoumformer für HF-Anwendungen bestehen im Allgemeinen aus einem dünnen Heizdraht mit einem Durchmesser von etwa $10\ \mu\text{m}$, der einen Widerstand von ca. $100\ \Omega$ aufweist. Der Nennstrom liegt im Bereich von 5 mA. Der Heizdraht ist zusammen mit einem isoliert angebrachten Thermopaar in einem evakuierten Glasgehäuse eingeschmolzen. Für die unterschiedlichen Spannungsmessbereiche begrenzt ein Bereichswiderstand vor dem Umformer den Strom, so dass der Wert von 5 mA nicht überschritten wird. Damit ergibt sich für das Verhältnis zwischen Eingangswiderstand und Nennspannung ein Wert von ca. $200\ \Omega/\text{V}$. Thermokonverter sind bis 100 MHz für Nennspannungen zwischen 0,5 V und 100 V handelsüblich. Früher dominierte als coaxialer Eingangskonnektor der geschlechtslose Typ GR-874, während heute N-Konnektoren bevorzugt werden. Es ist stets zu beachten, dass die Ausgangsthermospannung nur im unteren Dynamikbereich exakt leistungsproportional ist. Mit Annäherung an die Nennspannung sinkt dieser Proportionalitätsfaktor unter eins ab. Für die Transferdifferenzmessungen gemäß der Definition für konstante Ausgangsanzeige hat diese Abweichung allerdings keinen Einfluss. Hochohmige Thermokonverter verursachen in $50\ \Omega$ -Systemen eine starke Fehlanpassung, was wiederum zu einer mit der Frequenz steigenden Welligkeit führt. Die Einhaltung der Referenzebene ist daher für präzise Messungen sehr wichtig.

3.3.2 Angepasste Thermokonverter

Bei angepassten Thermokonvertern sorgt ein Parallelwiderstand R_M (oder ein Anpassungsnetzwerk) vor dem Bereichswiderstand R_{Vor} für eine Eingangsimpedanz von $Z_{ein} \approx 50 \Omega$ (siehe Abbildung 3.4). Die Belastbarkeit der Anpasswiderstände begrenzt jedoch die Nennspannungen dieser Konverter auf $U_{Nom} \approx 3 \text{ V}$.

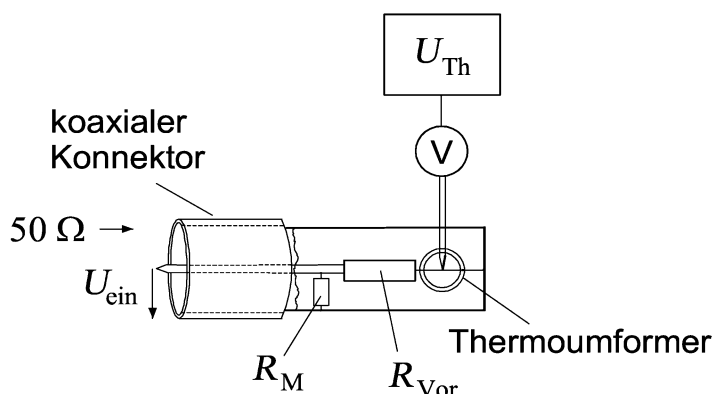


Abbildung 3.4: Angepasster Thermokonverter.

Angepasste Konverter werden beispielsweise bei der Spannungskalibrierung von Generatoren eingesetzt, die an einer 50Ω -Last betrieben werden.

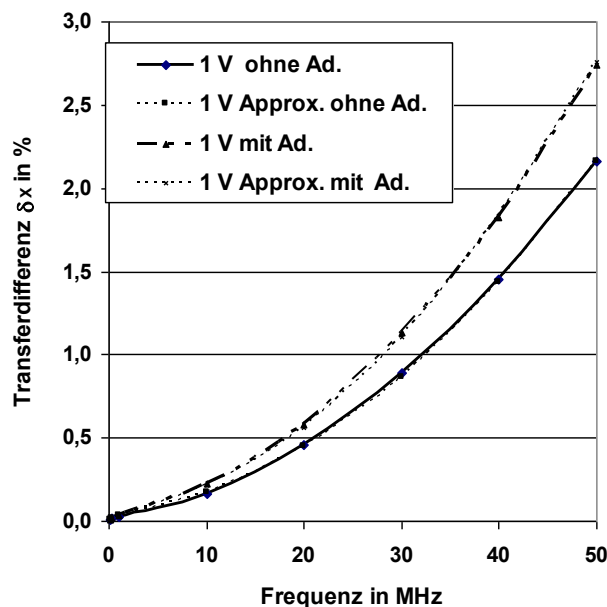


Abbildung 3.5: Gemessene Transferdifferenz δ_x eines angepassten Konverters für 1V mit BNC-Verbinder ohne und mit Adapter (25 mm) sowie mit Approximation.

In Abbildung 3.5 ist die gemessene Transferdifferenz eines 50Ω -Konverters mit BNC-Verbinder ohne und mit einem ca. 25 mm langen vorgeschalteten Adapter dargestellt. Zusätzlich sind die gemessenen Werte mit einer Gleichung der Form $\delta_x(f) = k_1 \sqrt{f} + k_2 f^2$ approximiert. Der Term $k_1 \sqrt{f}$ berücksichtigt Verluste aufgrund des Skin Effekts und $k_2 f^2$ die unvermeidlichen Blindwiderstände [6]. Man kann erkennen, dass in beiden Fällen eine sehr

	Verfahren zur rückgeführten Hochfrequenzspannungsmessung https://doi.org/10.7795/550.20260807		DKD-L 02-2	
			Edition:	04/2014
			Revision:	0
			Page:	25 / 48

gute Approximation der Messwerte möglich ist. Diese gilt oft auch für hochohmige Konverter. Es zeigt sich, dass bei Konvertern mit Eingangswiderständen über $500\ \Omega$ der Skineffekt vernachlässigt werden kann. Diese Approximationen sind nur bei Konvertern möglich, deren Frequenzgang nicht mit zusätzlichen Bauelementen abgeglichen ist.

Der Abstand der Kurven mit und ohne Adapter lässt deutlich werden, wie die Transferdifferenz durch den Adapter verändert wird. Sie nimmt mit der Frequenz zu und erreicht bei 50 MHz ca. 2,5 %. Für präzise Messungen ist also auch bei angepassten Konvertern eine genaue Einhaltung der Referenzebene notwendig.

3.3.3 Thermokonverter bis 1 GHz

Wie im Niederfrequenzbereich werden Thermokonverter auch im HF-Bereich durch Parallelschalten mit einem Bezugsnormale mittels eines koaxialen T-Stückes kalibriert (vgl. Abschnitt 6.1). Um Thermokonverter bis 1 GHz als langzeitstabiles Bezugsnormale einsetzen zu können, gibt es spezielle hochohmige Konverter mit integriertem T-Stück, mit denen die Spannungsänderungen durch verschieden lange Seitenarme des T-Stückes vermieden werden. Das setzt voraus, dass der Konverter zuvor mit einem Spannungsnormale N eingemessen wurde. Dieser Konverter in Verbindung mit einem HF-Generator entspricht einer HF-Spannungsquelle mit bekannten Werten bezogen auf seine Referenzebene (siehe Abbildung 3.6).

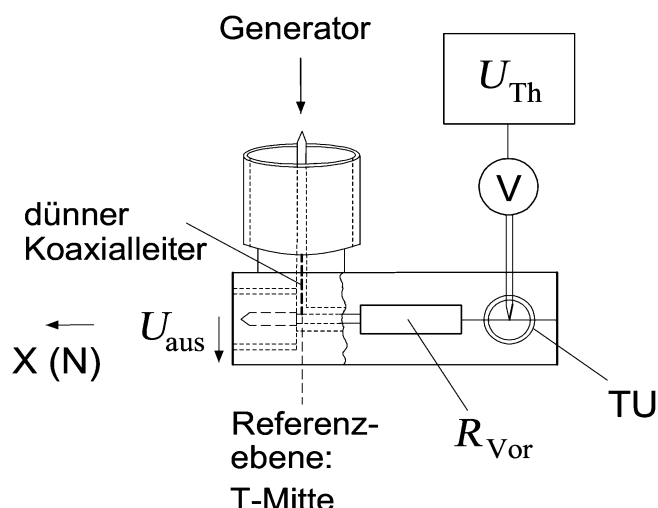


Abbildung 3.6: Thermokonverter für Frequenzen bis 1 GHz mit integriertem T-Stück.

Mit einem 1 GHz-Konverter lassen sich auch Thermokonverter bezogen auf die Referenzebene in der Mitte eines kommerziellen T-Stückes kalibrieren. Dazu wird auf den Ausgang des Konverters ein kurzes Stück einer N-Leitung gesetzt, die bezüglich ihrer elektrischen Länge genau dem Seitenarm eines kommerziellen T-Stückes entspricht.

Bis etwa 100 MHz weisen 1 GHz-Konverter einen Frequenzverlauf der Transferdifferenz auf, wie er von den Konvertern in Kap. 3.3.2 bekannt ist. Über 100 MHz ist auch ein abnehmender Verlauf möglich. Die relative Transferdifferenz kann bis zu 20 % betragen. Typische Nennspannungen sind 1 V, 2,5 V und 7 V [7].

	Verfahren zur rückgeführten Hochfrequenzspannungsmessung https://doi.org/10.7795/550.20260807		DKD-L 02-2	
			Edition:	04/2014
			Revision:	0
			Page:	26 / 48

3.3.4 Thermokonverter für höhere Spannungen

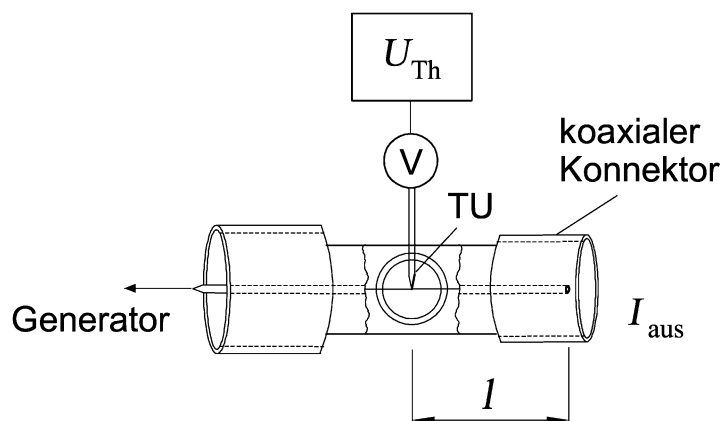
Hochohmige Konverter haben in der HF-Technik den Vorteil, dass man bei höherer Spannung mit geringer Messleistung auskommt. In einem $50\ \Omega$ -System würde ein Messgerät bei 100 V eine Leistung von ca. 200 W aufnehmen. Bei einem Thermokonverter mit einem Messstrom von 5 mA sind es dagegen nur ca. 0,5 W.

Wie schon in Abschnitt 0 erwähnt, werden bei Spannungskonvertern Messbereiche oberhalb 0,5 V durch verschiedene Vorwiderstände vor dem Thermoumformer realisiert. Handelsüblich sind Konverter bis 100 V bei Frequenzen bis 100 MHz. Die beiden unteren Spannungsbereiche (0,5 V bzw. 1 V) werden mit einem HF-Spannungsnormale bei geringer Messleistung kalibriert. Die Konverter mit höheren Messbereichen werden ausgehend von den beiden unteren kalibrierten Konvertern im Aufbauverfahren (bootstrap) eingemessen. Dazu werden sie mit einem koaxialen T-Stück parallel geschaltet, und der Konverter mit dem höheren Spannungsbereich wird mit einem eingemessenen Konverter des nächst tieferen Bereichs kalibriert. Die Messung wird bei der Nennspannung des kalibrierten Konverters vorgenommen, während der zweite Konverter an der unteren Grenze seines Messbereiches betrieben wird.

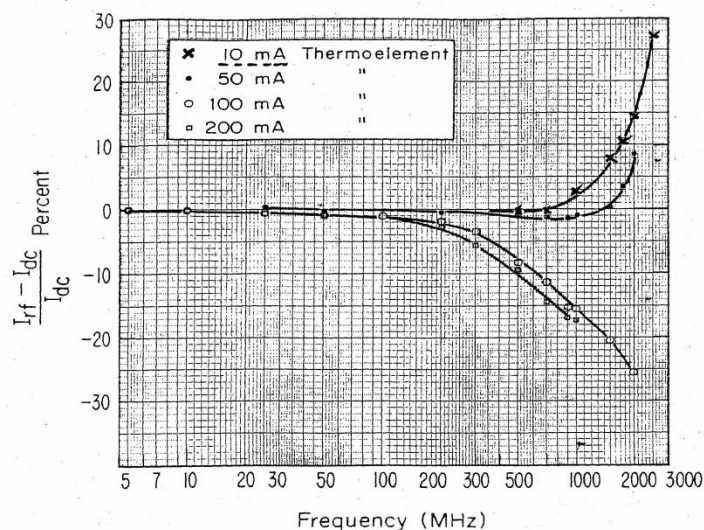
Damit bei diesem Aufbauverfahren nicht in jeder Kalibrierstufe zusätzliche Messunsicherheiten entstehen, muss die Transferdifferenz innerhalb des Messbereiches spannungsunabhängig bleiben. Dieses gilt, wenn sich sowohl der Widerstandswert des Vorwiderstands als auch des Heizdrahtes im Umformer in seinem Messbereich nicht verändern. Diese Überprüfung kann mit genauen Widerstandsmessungen bei Gleichspannung vorgenommen werden [8]. In der PTB werden für höhere Spannungen zur Minimierung dieser Messunsicherheiten Thermokonverter eingesetzt, deren Heizdrähte aus einer Legierung mit sehr geringem Temperaturkoeffizienten bestehen.

3.3.5 Thermal converters for current measurements

Thermokonverter für die Messgröße HF-Strom sind eher unüblich, aber als Bezugsnormale im MHz-Bereich gut geeignet. Sie enthalten – anders als Spannungskonverter – keinen Bereichsvorwiderstand, wie in Abbildung 3.7 dargestellt ist. Für abgestufte Strombereiche werden Konverter mit Umformern für verschiedene Nennströme verwendet. Der durch den Konverter fließende HF-Strom wird durch Vergleich (gleiche Erwärmung → Thermospannung) gemessen. Die charakteristische Messgröße ist die Stromtransferdifferenz δ_i , die analog wie die Spannungstransferdifferenz – jedoch bezogen auf den Strom – definiert ist.


Abbildung 3.7: Stromkonverter bis 1 GHz

Mit einem hinreichend dünnen Heizdraht ($\sim 10 \mu\text{m}$ Durchmesser für einen Nennstrom von wenigen mA) kann erreicht werden, dass der Wirkwiderstand bis 1 GHz nahezu frequenzunabhängig bleibt, wie in Abbildung 3.8 zu sehen ist.


Abbildung 3.8: Stromtransferdifferenzen von Thermoumformern verschiedener Nennströme (Messung des NBS/NIST von 1968).

Messunsicherheiten treten bei Thermokonvertern für die Strommessung schon bei tieferen Frequenzen durch die Abweichung zwischen dem Ort der Strommessung in der Mitte des Umformers und der Referenzebene am Ausgang des Konverters auf (Länge l in Abbildung 3.7). Wie bei der HF-Spannung entsteht auch beim HF-Strom bei Fehlanpassung eine Welligkeit auf der Zuführungsleitung.

In Abbildung 3.9 sind die gemessenen Stromtransferdifferenzen für zwei Stromthermokonverter dargestellt, die verschiedene Abstände (l in Abbildung 3.8) von 2,3 cm und 3,5 cm zwischen der Strommessebene und der Referenzebene am Ausgangsstecker haben. Die Messwerte werden mit Rechenwerten verglichen, die sich durch die Fehlanpassungen zwischen den Eingangsimpedanzen des angeschlossenen HF-Stromnormals und den Wellenwiderständen in den Stromkonvertern ergeben. Die gute Übereinstimmung zeigt, dass die gemessenen Transferdifferenzen im Wesentlichen durch die **Abstände der Strommessebene** hervorgerufen werden. Für Stromkonverter mit geringen Transferdifferenzen muss also dieser Abstand möglichst klein gehalten werden.

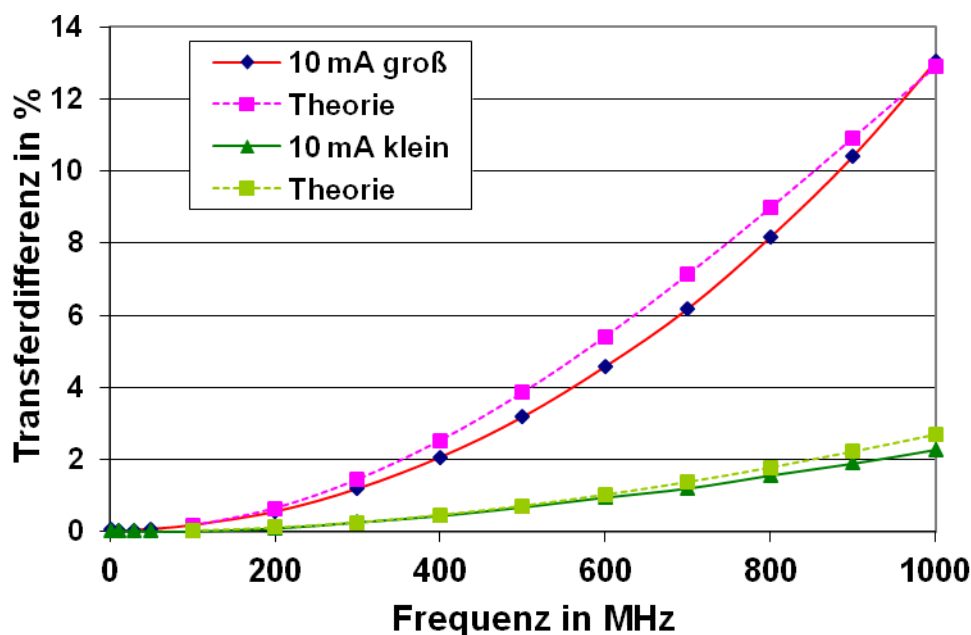


Abbildung 3.9: Gemessene Stromtransferrdifferenzen für HF-Stromkonverter mit zwei verschiedenen Längen $l = 35$ mm (groß) und $l = 23$ mm (klein) zwischen der Messebene und der Ausgangsebene.

3.4 Modellierung thermoelektrischer HF-Leistungssensoren

Die Messung der HF-Spannung erfolgt bei Frequenzen oberhalb 1 GHz in der Regel indirekt durch eine Leistungsmessung, aus der die HF-Spannung rechnerisch ermittelt wird. Dabei müssen der frequenzabhängige Kalibrierungsfaktor und die Eingangsimpedanz des Leistungsmessers bekannt sein. Als Leistungsmesser werden in Kalibrierlaboratorien bevorzugt thermoelektrische Sensoren verwendet, die sich durch eine gute Anpassung, hohe Linearität und bzgl. ihres Kalibrierungsfaktors durch einen flachen Frequenzgang auszeichnen. Während die Bestimmung der Eingangsimpedanz bzw. des Eingangsreflexionsfaktors in der Regel mittels eines Netzwerkanalysators erfolgt, wird der Kalibrierungsfaktor durch einen sogenannten Außenvergleichsmessplatz bestimmt.

Im Folgenden wird gezeigt, dass sich kommerzielle HF-Leistungssensoren modellieren lassen. Allerdings ist das Modell komplexer als beim Widerstandsmesskopf (vgl. Kap. 4.2). So hat z. B. die Eingangsimpedanz eines thermoelektrischen Messkopfes (Rohde & Schwarz NRV-Z51) den in Abbildung 3.10 gezeigten Verlauf.

Eingangsimpedanz Z_{ein} des Z 51 B Messkopfes

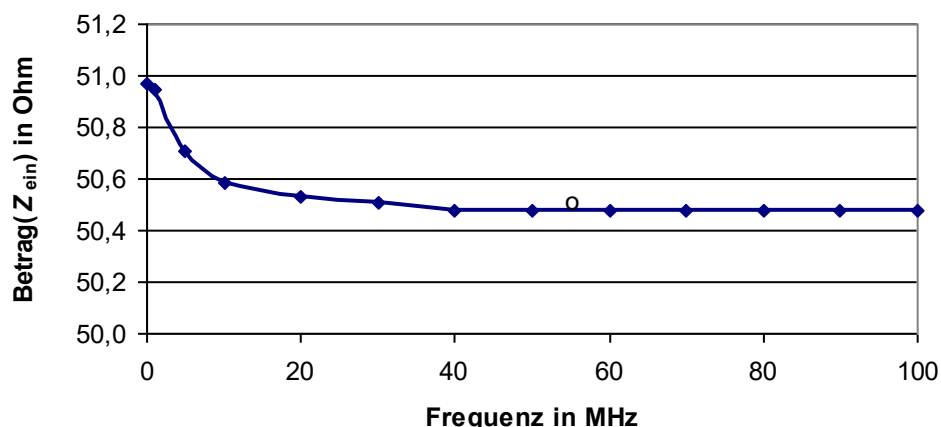


Abbildung 3.10: Gemessener Betrag der Eingangsimpedanz eines thermoelektrischen Messkopfes (Typ Rohde & Schwarz NRV-Z51).

Eine Nachfrage beim Hersteller ergab, dass der ansteigende Verlauf im unteren MHz-Bereich durch die kapazitive Kopplung der internen Zuleitung des Absorbers zum Substrat des Sensorelements verursacht wird. Hierzu kann das in Abbildung 3.11 gezeigte Sensormodell angewandt werden.

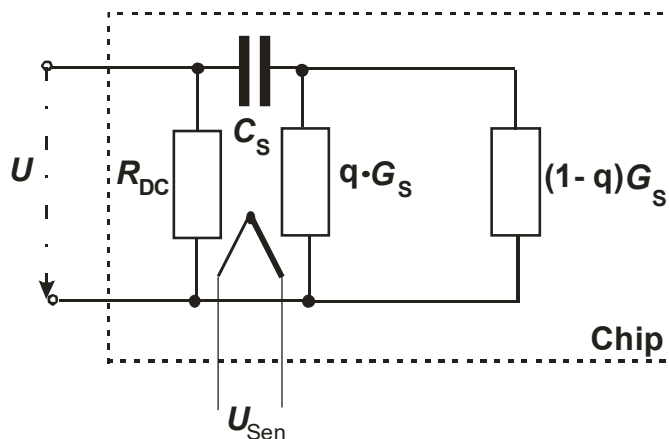


Abbildung 3.11: Ersatzschaltung für den inneren Aufbau des Sensors im Z51-Messkopf.

3.4.1 Ersatzschaltung des Sensors

Der 50Ω -Absorberwiderstand wird mit R_{DC} bezeichnet. Dessen Erwärmung wird mit einem Thermoelement gemessen und im Anzeigegerät als gemessene Leistung angezeigt. Von der koplanaren Zuleitung zum Sensor wird ein kleiner Teil der HF-Leistung aufgrund des geringen Abstandes zum Si-Substrat über den Kondensator C_s in das Substrat eingekoppelt, das hier mit dem Wirkleitwert G_s bezeichnet wird.

Eingangsimpedanz

Der Wert von $R_S = 1/G_S$ ergibt sich direkt aus der Eingangsimpedanz bei höheren Frequenzen (hier 50,5 Ω , R_S parallel R_{DC}). Daraus berechnet sich $R_S = 5400 \Omega$.

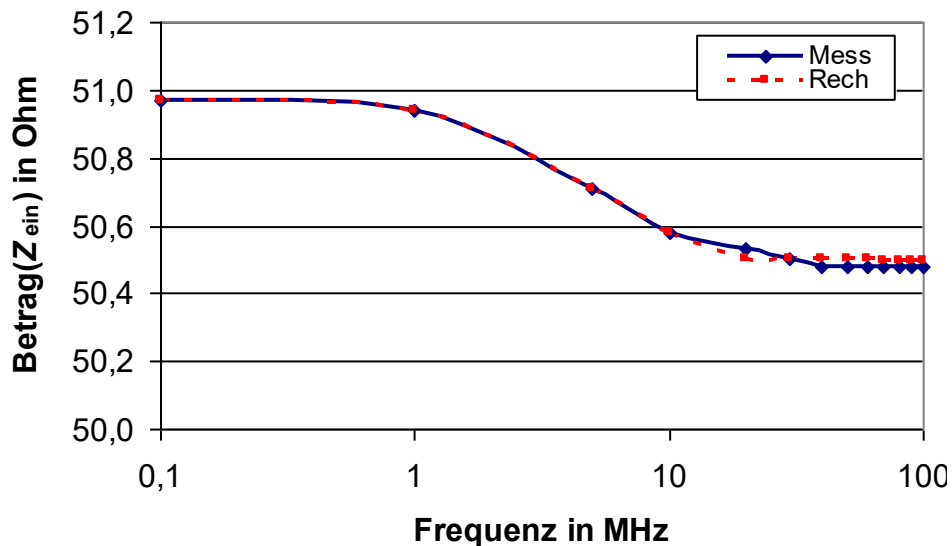


Abbildung 3.12: Berechneter und gemessener Betrag der Eingangsimpedanz des Sensors.

Berechnet man den Betrag der Eingangsimpedanz aus R_{DC} und R_S , die über C_S gemäß Ersatzschaltung miteinander verkoppelt sind, so findet man für $C_S = 6,7 \text{ pF}$ eine sehr gute Übereinstimmung zwischen Messung und Modellierung. Diese gute Übereinstimmung bestätigt die Ersatzschaltung bis 100 MHz.

Effektiver Wirkungsgrad

In der Ersatzschaltung ist der Leitwert $G_S = 1/R_S$, der die Verluste im Substrat berücksichtigt, in zwei Widerstände aufgeteilt. Zum einen der Anteil $q \cdot G_S$, in dem Substratverluste umgesetzt werden, die allerdings noch so dicht am Thermoelement liegen, dass sie zur Temperaturanzeige (U_{TH}) beitragen. Zum anderen der Anteil $(1-q) \cdot G_S$, der den Anteil der Substratverluste aufnimmt, der nicht mehr mit der Temperaturanzeige erfasst wird. Der Faktor q ist zunächst unbekannt.

Die von der Eingangsspannung U in dem Substratwiderstand $R_S = 1/G_S$ erzeugte Verlustleistung P_P ergibt sich aus dem Substrat-Widerstand R_P und dem von der Spannung verursachten Strom I_P :

$$R_P = \frac{1}{j\omega C_K} + R_S \quad (3.12)$$

$$I_P = \frac{U}{R_P} \quad (3.13)$$

	Verfahren zur rückgeführten Hochfrequenzspannungsmessung https://doi.org/10.7795/550.20260807		DKD-L 02-2	
			Edition:	04/2014
			Revision:	0
			Page:	31 / 48

Es folgt:

$$P_P = |I_P|^2 R_S = \frac{U^2}{|R_P|^2} R_S. \quad (3.14)$$

Der effektive Wirkungsgrad η_{eff} für HF-Leistungssensoren ist definiert zu

$$\eta_{\text{eff}} = \frac{1}{1 + \frac{P_V}{P_{\text{Anz}}}} \quad (3.15)$$

mit

$$P_{\text{HF,abs}} = P_{\text{Anz}} + P_V. \quad (3.16)$$

Dabei ist P_{Anz} die angezeigte HF-Leistung, $P_{\text{HF,abs}}$ die gesamte im Sensor absorbierte HF-Leistung und P_V der Anteil der absorbierten Leistung, der nicht zur Anzeige kommt. Gemäß Ersatzschaltung ergibt sich für die absorbierte HF-Leistung

$$P_{\text{Anz}} = U^2 \cdot (G_{\text{DC}}) + q \cdot P_P \quad (3.17)$$

Und für die Verlustleistung

$$P_V = (1 - q) \cdot P_P. \quad (3.18)$$

Daraus wird

$$P_{\text{Anz}} = U^2 \cdot (G_{\text{DC}} + q \cdot \frac{R_S}{|R_P|^2}) \quad (3.19)$$

und

$$P_V = U^2 (1 - q) \cdot \frac{R_S}{|R_P|^2}. \quad (3.20)$$

Es folgt für den effektiven Wirkungsgrad des Sensors:

$$\eta_{\text{eff}} = \frac{1}{1 + \frac{P_V}{P_{\text{Anz}}}} = \frac{1}{1 + \frac{(1-q) \frac{R_S}{|R_P|^2}}{G_{\text{DC}} + q \cdot \frac{R_S}{|R_P|^2}}} = \frac{G_{\text{DC}} + q \cdot \frac{R_S}{|R_P|^2}}{G_{\text{DC}} + \frac{R_S}{|R_P|^2}} = \frac{G_{\text{DC}} \cdot |R_P|^2 + q \cdot R_S}{G_{\text{DC}} \cdot |R_P|^2 + R_S}. \quad (3.21)$$

Zu dem effektiven Wirkungsgrad $\eta_{\text{eff,ges}}$ des Gesamtmesskopfes tragen auch noch Skin-effektverluste in der Zuleitung zwischen dem Stecker und dem Sensor bei. Dieser Anteil wird wie ein vorgeschalteter Adapter mit Verlusten behandelt und mit einem effektiven Wirkungsgrad $\eta_{\text{eff,zul}}$ berücksichtigt gemäß

$$\eta_{\text{eff,zul}} = \frac{1}{1 + k \cdot \sqrt{f}} \quad (3.22)$$

Der effektive Wirkungsgrad des Messkopfes berechnet sich also zu:

$$\eta_{\text{eff,ges}} = \eta_{\text{eff}} \cdot \eta_{\text{eff,zul}} \quad (3.23)$$

Die noch unbekannten Werte für k und q erhält man durch Anpassung der Rechenwerte an die Messkurve. Man erhält beispielsweise $q = 0,45$ und $k = 0,000505$.

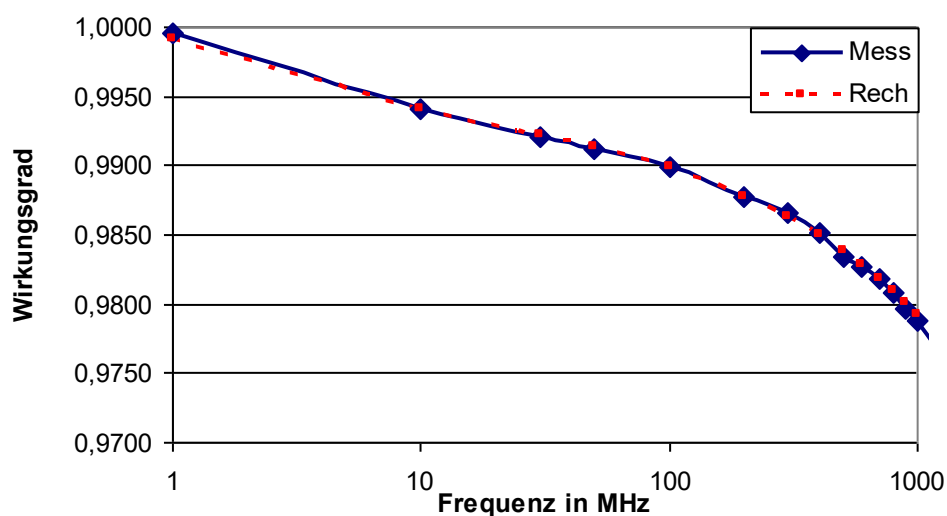


Abbildung 3.13: Wirkungsgrad eines NRV-Z51 Messkopfes über der Frequenz.

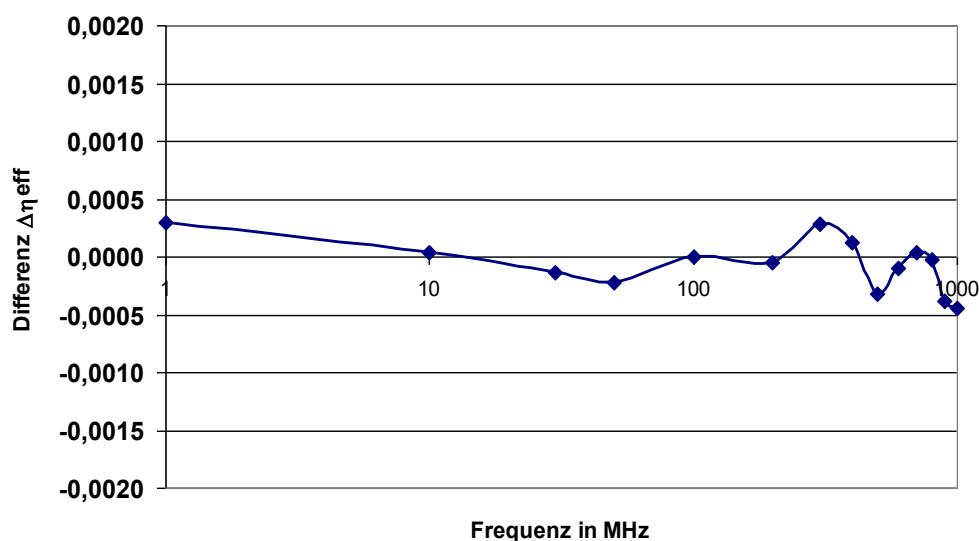


Abbildung 3.14: Differenz von $\Delta\eta_{\text{eff}}$ zwischen Messung und Rechnung über der Frequenz.

Die Differenzen zwischen Rechnung und Messung liegen bis 1000 MHz unter 0,0005 und damit unter den Unsicherheiten der Messwerte. Auf Grund der glatten Verläufe der Messwerte unterhalb von etwa 50 MHz kann man die berechneten Korrekturwerte des Modells für die HF-Spannungsmessung verwenden und damit geringere Unsicherheiten für

	Verfahren zur rückgeführten Hochfrequenzspannungsmessung https://doi.org/10.7795/550.20260807		DKD-L 02-2	
			Edition:	04/2014
			Revision:	0
			Page:	33 / 48

die Korrekturwerte erhalten als aus den Messwerten für die Reflexion und den Kalibrierungsfaktor.

4. Rückführung der Messgröße HF-Spannung

In der PTB wird die Messgröße HF-Spannung U_{HF} auf die Messgrößen HF-Leistung (Kalibrierungsfaktor η_{cal}) und Impedanz (Reflexionsfaktor Γ) rückgeführt. Die HF-Impedanz wird auf koaxiale Luftleitungen, d.h. auf mechanische Abmessungen, und die HF-Leistung auf das Mikrokalorimeter, d.h. auf die DC-Leistung, rückgeführt.

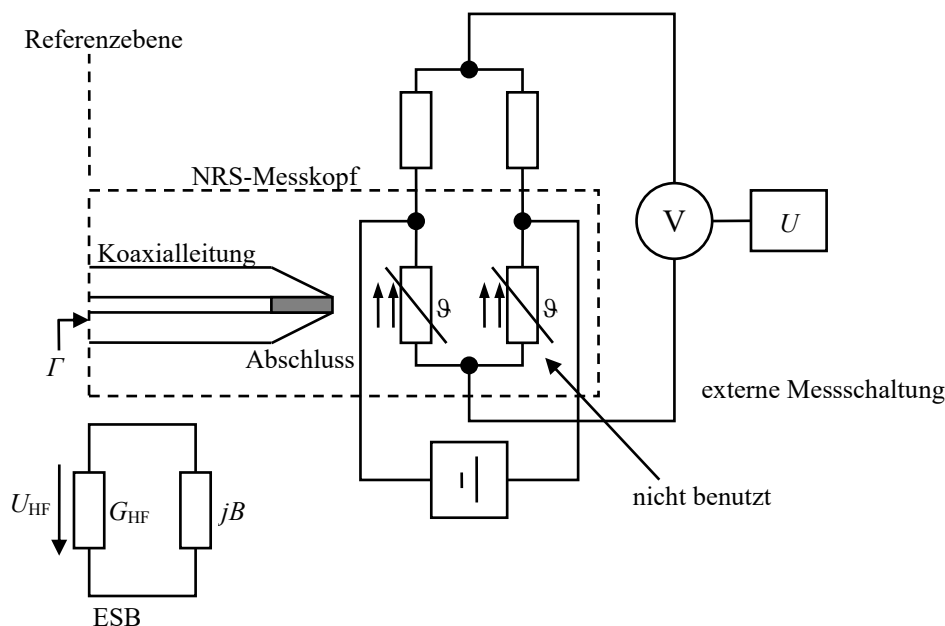


Abbildung 4.1: HF-Spannungsnorm der PTB (R&S NRS-Messkopf) mit DC-gekoppeltem Absorptionsleistungsmesser.

In Abbildung 4.1 ist die schematische Ansicht eines HF-Spannungsnormals dargestellt. Die Erwärmung des Absorptionswiderstandes wird mit Hilfe einer Brückenverstimmung detektiert. Die im Messkopfeingang absorbierte HF-Leistung beträgt

$$P_{\text{HF,abs}} = U_{\text{HF}}^2 G_{\text{HF}}, \quad (4.1)$$

wobei G_{HF} den Wirkleitwert der Messkopfeingangsimpedanz Z_{HF} bezeichnet. Zwischen G_{HF} und dem Messkopfeingangsreflexionsfaktor Γ gilt – bezogen auf $Z_0 = 50 \, \Omega$ – die Beziehung

$$G_{\text{HF}} = \frac{1}{Z_0} \frac{1 - |\Gamma|^2}{|1 + \Gamma|^2}. \quad (4.2)$$

Die substituierte Gleichstromleistung P_{DC} , die die gleiche Anzeige wie bei P_{HF} , beträgt

$$P_{\text{DC}} = U_{\text{DC}}^2 G_{\text{DC}}. \quad (4.3)$$

Der effektive Wirkungsgrad η_{eff} des Widerstandsmesskopfes wird durch Vergleich mit einem in Mikrokalorimeter der PTB kalibrierten Thermistormesskopf bestimmt:

	Verfahren zur rückgeführten Hochfrequenzspannungsmessung https://doi.org/10.7795/550.20260807		DKD-L 02-2	
			Edition:	04/2014
			Revision:	0
			Page:	34 / 48

$$\eta_{\text{eff}} = \frac{P_{\text{DC}}}{P_{\text{ab,RF}}} \bigg|_{\text{constant indication}} \quad (4.4)$$

Der Effektivwert der Messspannung U_{HF} ergibt sich durch Vergleich mit der äquivalenten DC-Spannung U_{DC} im Messkopf:

$$U_{\text{HF}} = \sqrt{\frac{1}{\eta_{\text{eff}}} \frac{G_{\text{DC}}}{G_{\text{HF}}}} U_{\text{DC}} \quad (4.5)$$

4.1 Rückführung auf die Messgrößen Reflexions- und Kalibrierungsfaktor mit

$$\eta_{\text{cal}} = (1 - |\Gamma|^2) \eta_{\text{eff}} \quad (4.6)$$

und Gleichung (4.2) folgt:

$$U_{\text{HF}} = \sqrt{\frac{G_{\text{DC}} Z_0}{\eta_{\text{cal}}}} |1 + \Gamma| U_{\text{DC}} \quad (4.7)$$

Und daraus

$$U_{\text{HF}} = \sqrt{\frac{P_{\text{DC}} Z_0}{\eta_{\text{cal}}}} |1 + \Gamma| \quad (4.8)$$

mit

$$\eta_{\text{cal}} = \frac{P_{\text{Anz}}}{P_{\text{ein}}} \quad (4.9)$$

für HF und entsprechend

$$\eta_{\text{cal,DC}} = \frac{P_{\text{Anz}}}{P_{\text{DC}}} \quad (4.10)$$

für DC folgt

$$U_{\text{HF}} = \sqrt{P_{\text{ein}} Z_0 \eta_{\text{cal,DC}}} |1 + \Gamma| \quad (4.11)$$

Dabei ist $\eta_{\text{cal,DC}}$ eine Korrektur der Anzeige mit einer bekannten DC-Leistung. Mit Gleichung (4.3) ergibt sich die Modellgleichung für die HF-Spannung:

$$U_{\text{HF}} = U_{\text{DC}} \sqrt{\frac{G_{\text{DC}}}{\eta_{\text{cal}} G_0}} |1 + \Gamma| \quad (4.12)$$

4.2 Theoretische Berechnung der Eingangsimpedanz des NRS -Widerstandsmesskopfes

Zur Berechnung des HF-Spannungsmessfehlers mit einem NRS-Messkopf als HF-Spannungsnorm wird neben dem effektiven Wirkungsgrad η_{eff} , auch das Verhältnis des DC-Leitwertes G_{DC} zum HF-Wirkleitwert G_{HF} am Eingang des Messkopfes benötigt.

	Verfahren zur rückgeführten Hochfrequenzspannungsmessung https://doi.org/10.7795/550.20260807		DKD-L 02-2	
			Edition:	04/2014
			Revision:	0
			Page:	35 / 48

Das Verhältnis lässt sich aus HF-Impedanzmessungen ermitteln. Dabei ist zur Zeit aber nur eine Messunsicherheit von ca. 0,3 % zu erreichen. Impedanzmessungen mit dem Netzwerkanalysator zeigen aber, dass die Messköpfe bis ca. 500 MHz sehr gut angepasst und die Frequenzabhängigkeit sehr glatt ist. Die Differenzen zwischen den Messwerten der Impedanz und dem DC-Wert liegen im unteren MHz-Bereich meist innerhalb der Messunsicherheit. Zur Verringerung der Messunsicherheit aufgrund der Impedanz des NRS-Messkopfes bei tiefen Frequenzen wird folgendes Modell angenommen:

Die Abschlussimpedanz Z_{ab} im NRS wird durch eine kurze Leitung bekannter Länge im Messkopf in den Eingang transformiert (s. Abbildung 4.1). Es wird im Einzelnen wie folgt vorgegangen:

1. Die Abschlussimpedanz Z_{ab} wird wie folgt modelliert: der Wirkwiderstand R_E wird gleich dem DC-Widerstand gesetzt ($R_E = R_{DC}$), wobei für den Taper um den Widerstand ein noch unbekannter Blindwiderstand $X = j\omega A$ angenommen wird. Dabei wird A so gewählt, dass sich später eine optimale Übereinstimmung zwischen den Messwerten und den Modellwerten der Eingangsimpedanz ergibt.
2. Es wird weiter angenommen, dass die Abschlussimpedanz Z_{ab} über die Leitung im Messkopf der Länge l (ca. 10,5 cm), mit dem Leitungswellenwiderstand Z_{0i} in die Eingangsebene transformiert wird. Die Länge l wird dazu mechanisch vermessen. Zum Feinabgleich kann man diesen gemessenen Wert noch etwas variieren. Bei dem Wellenwiderstand der Leitung ist vor allem bei tiefen Frequenzen der Skineffekt zu berücksichtigen. Der genaue Wert des Wellenwiderstandes Z_{0i} (etwa 50 Ω) muss wieder durch Variation und Optimieren in Hinblick auf die beste Übereinstimmung zwischen Mess- und Modellwert ermittelt werden.
3. Diese Modellrechnung wird mit Hilfe eines PCs durchgeführt. Außerdem werden auch die gemessenen Eingangsimpedanzwerte Z_{ein} ermittelt und Mess- und Modellwerte zusammen in ein Diagramm gezeichnet. Die Modellparameter werden so lange variiert, bis sich nahezu eine Kurvenüberdeckung ergibt.
4. Bis ca. 300 MHz werden die Modellwerte und oberhalb 300 MHz die Messwerte der Impedanz zur HF-Spannungskorrektur verwendet.
5. Zur Vereinfachung der Berechnung werden folgende Näherungen eingeführt:

$$|Z| \cong \frac{1}{|Y|} \quad \text{und} \quad |R| \cong \frac{1}{|G|}. \quad (4.13)$$

Aufgrund der guten Anpassung der NRS-Messköpfe ($R \cong 50 \Omega$ und $X \leq 1 \Omega$) verursacht diese Näherung nur sehr geringe Abweichungen.

6. Das Verfahren der Modellbildung wird durch gute Übereinstimmung zwischen Modellrechnung und Messwerten bei mehreren verschiedenen NRS-Messköpfen sehr gut bestätigt. Außerdem konnte bei einem Messkopf (NRS 3), dessen DC-Widerstand sich plötzlich verändert hatte, gezeigt werden, dass im Modell tatsächlich nur R_{DC} entsprechend geändert werden muss, um nach der Änderung wieder gute Übereinstimmung zwischen Modell und Messung zu erhalten. Im Bereich unter 100 MHz lässt sich auch eine sehr gute Übereinstimmung mit Messwerten erreichen, die mit einem auf andere Weise modellierten Konverter gewonnen wurden.

4.2.1 Leistungsabhängigkeit des Absorptionswiderstandes

Der 50 Ω -Absorberwiderstand aus Kohle in Widerstandsmessköpfen ist aufgrund seiner geringen Abmessungen (ca. 1 mm im Durchmesser) geringfügig von der Messleistung abhängig. Dies kann bei der Leistungsmessung vernachlässigt werden, bei der Spannungsmessung jedoch nicht. Wenn der Reflexionsfaktor gemessen wird, um die

	Verfahren zur rückgeführten Hochfrequenzspannungsmessung https://doi.org/10.7795/550.20260807		DKD-L 02-2	
			Edition:	04/2014
			Revision:	0
			Page:	36 / 48

Eingangsimpedanz zu bestimmen, wird nur eine sehr kleine Messleistung verwendet. Der Eingangswiderstand wird praktisch leistungslos gemessen. Bei einer Messspannung von beispielsweise 1 V wird der Widerstand mit 20 mW belastet, wobei sich der Widerstand leicht verändert. Und zwar verkleinert sich sein Widerstandswert um ca. $0.08 \Omega / 20 \text{ mW}$. Da sich im Messkopf eine ca. 11 cm lange Koaxialleitung zwischen Stecker und Widerstand befindet, wirkt sich die Widerstandsänderung in Abhängigkeit der Frequenz unterschiedlich auf den Eingangswiderstand aus.

4.3 Ermittlung des effektiven Wirkungsgrads von NRS-Messköpfen

Der effective Wirkungsgrad η_{eff} des NRS Messkopfes wird zunächst durch Vergleich mit zwei Thermistormessköpfen, die im Mikrokalorimeter eingemessen wurden, kalibriert. Die NRS-Widerstandsmessköpfe haben im unteren MHz-Bereich nur geringe frequenzabhängige Verluste, die (in diesem Bereich) unterhalb der geringsten Mikrokalorimetermessunsicherheiten (ca. 0,2 %) liegen. Außerdem kann man aufgrund der schlechten Anpassung der Thermistormessköpfe und Koppelproblemen unterhalb von etwa 30 MHz mit ihnen nur bedingt sehr genaue Leistungsmessungen durchführen.

Um die guten Messmöglichkeiten der DC-gekoppelten NRS-Messköpfe sowie die geringen Verluste im unteren MHz-Bereich auszunutzen, wird wie folgt vorgegangen:

Ab 30 MHz, wird η_{eff} durch Vergleich mit einem kalibrierten Thermistormesskopf bestimmt ($\eta_{\text{eff,Bolo}}$). Unter der Annahme, dass im NRS-Widerstandsmesskopf η_{eff} nur durch den Skineffekt bestimmt wird, wird ein theoretischer Wirkungsgrad $\eta_{\text{eff,Theo}}$ berechnet:

$$\eta_{\text{eff,Theo}} = \frac{1}{1 + C\sqrt{f}} \quad (4.14)$$

Dabei ist $C\sqrt{f}$ der Verlustfaktor des Messkopfes, der mit der Wurzel aus der Messfrequenz ansteigt.

Durch Vergleich von $\eta_{\text{eff,Bolo}}$ und $\eta_{\text{eff,Theo}}$ sowie durch Anpassung der Konstanten C für optimale Übereinstimmung werden für den unteren MHz-Frequenzbereich η_{eff} -Werte mit sehr geringen Messunsicherheiten ermittelt. Dabei wird als Messunsicherheit für die durch diese Extrapolation gewonnen Werte etwa die Abweichung zwischen den η_{eff} -Werten und dem optimalen Wert 1 angenommen. Diese Anpassung wird für mehrere Messköpfe durchgeführt. Die Messköpfe zeigen dabei einen sehr ähnlichen Verlauf mit nur geringer Streuung. Außerdem liegen aus den Materialdaten berechnete Wirkungsgrade vor, die den gemessenen Werten sehr nahekommen.

Ferner gibt es einen Nachbau des NRS-Widerstandsmesskopf von der Firma ROBOTRON (ASMW No4). Dieser Messkopf hat eine kürzere Leitung von nur ca. 9 cm und eine Leitschicht aus reinem Silber. Die **berechneten** Verluste dieses ASMW-Messkopfes betragen bei 1 GHz nur ca. 0,2 %. Verlustmessungen, die auf die gleiche Weise wie für die NRS-Köpfe durchgeführt wurden ergaben einen noch flacheren Verlustverlauf und einen Messwert von ca. 0,27 % bei 1 GHz.

Diese guten Übereinstimmungen im Ergebnis für zwei verschiedene Konstruktionen liefern eine belastbare Bestätigung des Modells. Damit können im unteren MHz-Bereich durch Extrapolation Messunsicherheiten abgeleitet werden, die **unter** denen der Mikrokalorimetermessungen liegen. Sie stützen sich zwar auf Mikrokalorimetermessungen ab, jedoch erst bei höheren Frequenzen, wo die Verluste größer sind als die Mikrokalorimetermessunsicherheiten.

5. Messverfahren für die HF-Spannung

In Kapitel 0 wurde bereits auf

- die ortsabhängige Spannung entlang einer Leitung U_x ,
- die einfallende Spannung U_{ein} ,
- die Spannung am Bezugswellenwiderstand U_{Z0} .

eingegangen. Im Folgenden werden gängige Kalibrierverfahren für diese Messgrößen beschrieben.

5.1 Messung mit T-Verzweigung

Im Frequenzbereich bis etwa 100 MHz sind auch im HF-Bereich Thermokonverter und Oszilloskope mit Eingangsimpedanzen weit oberhalb von $50\ \Omega$ üblich. Bei diesen hochohmigen Geräten ist bei der Kalibrierung eine klar definierte Messebene notwendig. Diese hochohmigen Messgeräte werden, wie in der NF-Technik üblich, durch Parallelschaltung mit einem kalibrierten HF-Spannungsnormalelement kalibriert. Es wird hier also wie im Niederfrequenzbereich die HF-Spannung als Potentialdifferenz zwischen den beiden Leitern gemessen. Die Kalibrierspannung, die sowohl am Normal als auch am Messobjekt anliegt, ist die Spannung in der Mitte der T-Verzweigung, welche im Gegensatz zum Leistungsteiler keine internen Widerstände enthält. **Die Spannung wird also bezüglich der Mitte der T-Verzweigung kalibriert.** Es werden – wenn nicht anders erwähnt – immer kommerzielle koaxiale T-Stücke passend zum Eingangsverbinder verwendet, damit nach der Kalibrierung mit dem Messgerät wieder das gleiche T-Stück benutzt werden kann. Andernfalls wird der Messwert verfälscht.

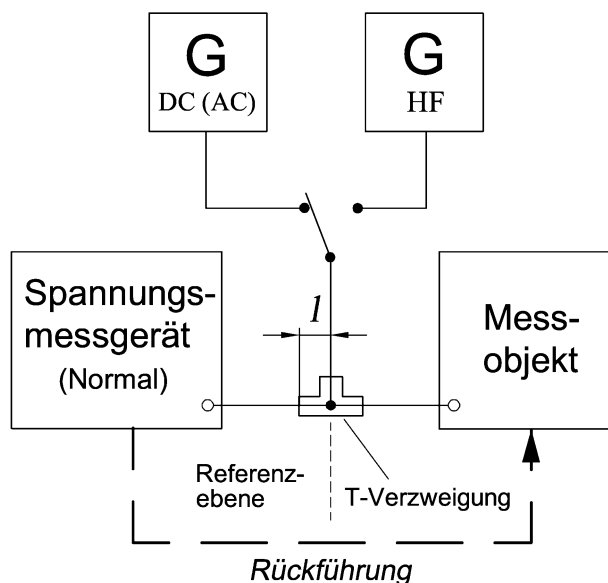


Abbildung 5.1: Kalibrierung mittels DC(AC)-HF Vergleich mit T-Verzweigung für hochohmige und angepasste Messobjekte.

Dieses Messverfahren ist sowohl für hochohmige als auch für an $50\ \Omega$ angepasste Spannungsmesser geeignet, da der Generator in Verbindung mit dem Spannungsmessnormal für das Messobjekt eine Quelle mit vernachlässigbar kleinem Innenwiderstand darstellt. Wird bei der Messung nach Abbildung 5.1 ein angepasster, kalibrierter HF-Leistungsmesser mit bekannter Eingangsimpedanz als Spannungsnormalelement mit Rückführung auf Leistung und Impedanz eingesetzt, ist die Spannung bezüglich der Eingangsebene bekannt. Um die Spannung in der Mitte des T-Stücks – also im Abstand l vor der Eingangsebene – zu ermitteln oder abzuschätzen, ist die Änderung der Spannung durch

	Verfahren zur rückgeführten Hochfrequenzspannungsmessung https://doi.org/10.7795/550.20260807		DKD-L 02-2	
			Edition:	04/2014
			Revision:	0
			Page:	38 / 48

die Verschiebung der Referenzebene in die T-Stückmitte zu berücksichtigen (siehe Abschnitt 0).

Wenn kommerzielle T-Stücke verwendet werden, müssen das Normal und das Messobjekt den gleichen Verbinder besitzen. In der PTB werden auch T-Stück-Eigenbauten für gängige Koaxialleitersysteme eingesetzt, die es erlauben, zwei Geräte mit unterschiedlichen Konnektoren mit diesem Verfahren zu kalibrieren.

Zur Kalibrierung der Konverter bis 1 GHz (Abschnitt 0) mit integrierter T-Verzweigung wird das Spannungsnormale direkt mit dem N-Verbinder (Buchse) an den Konverter angeschlossen. Danach werden die Messobjekte mit diesem kalibrierten Konverter bezogen auf die Eingangsebene des N-Verbinders (Buchse) der Messobjekte kalibriert. Mit diesem speziellen Konverter kann man T-Verzweigungen vermeiden, ist allerdings auf einen Verbinder (N-Buchse) festgelegt.

Dieses Spannungsmessverfahren mit T-Verzweigung ist für **hochohmige** Spannungsmesser oft auf Frequenzen bis etwa 100 MHz beschränkt. Spannungsmesser mit **angepasster Eingangsimpedanz** können jedoch bis ca. 1 GHz mit einer T-Verzweigung kalibriert werden, da die Einhaltung der Referenzebene nicht zwingend erforderlich ist.

5.2 Messung der einfallenden Spannung mit Leistungsteilern

Bei hohen Frequenzen ist eine genaue Messung der Spannung als Potenzialdifferenz nicht mehr praktikabel (siehe Abschnitt 0). Stattdessen wird (U_{ein}), die Amplitude der einfallenden Spannungswelle, gemessen. Dies ist besonders bei Oszilloskopen mit Bandbreiten weit über 1 GHz üblich [9][10]. Die Ermittlung der einfallenden Spannung U_{ein} basiert auf einer Leistungsmessung und Umrechnung gemäß:

$$U_{\text{ein}} = \sqrt{2P_{\text{ein}}Z_0} . \quad (5.15)$$

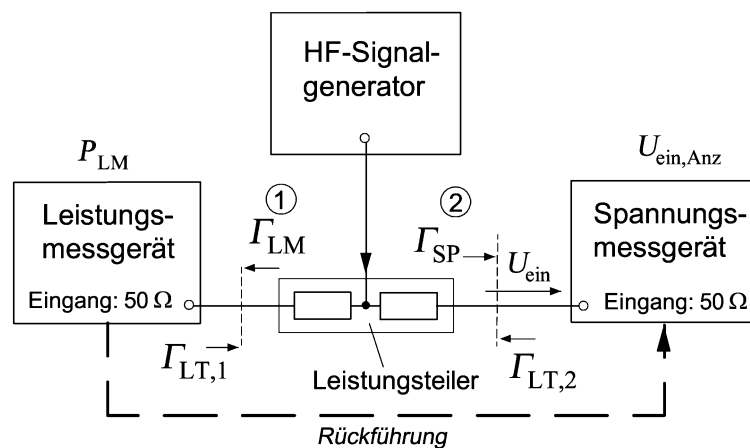


Abbildung 5.2: Kalibrierung der einfallenden Spannung U_{ein} mit einem Leistungsmesser.

Unter Annahme eines symmetrischen resistiven Leistungsteilers (engl. power splitter) berechnet sich die auf den Spannungsmesser einfallende Leistung $P_{\text{ein,SP}}$ aus der Leistungsanzeige $P_{\text{Anz,L M}}$ am kalibrierten Leistungsmesser wie folgt:

$$P_{\text{ein,SP}} = \frac{P_{\text{Anz,L M}}}{\eta_{\text{cal,L M}}} \cdot \frac{|1 + \Gamma_{\text{LT,1}} \Gamma_{\text{LM}}|^2}{|1 + \Gamma_{\text{LT,2}} \Gamma_{\text{SP}}|^2} . \quad (5.2)$$

	Verfahren zur rückgeführten Hochfrequenzspannungsmessung https://doi.org/10.7795/550.20260807		DKD-L 02-2	
			Edition:	04/2014
			Revision:	0
			Page:	39 / 48

Darin ist $\eta_{\text{cal,LM}}$ der Kalibrierungsfaktor, der bei der Kalibrierung des Leistungsmessers bestimmt wurde. Mit Gleichung (5.15) erhält man die einfallende Spannung des zu kalibrierenden Messgerätes:

$$U_{\text{ein,SP}} = \sqrt{\frac{2P_{\text{Anz,LM}} \cdot Z_0}{\eta_{\text{cal,LM}}}} \cdot \frac{|1 + \Gamma_{\text{LT},1} \Gamma_{\text{LM}}|}{|1 + \Gamma_{\text{LT},2} \Gamma_{\text{SP}}|}. \quad (5.3)$$

Wenn alle Reflexionsfaktoren klein sind, wird der Beitrag zur Messunsicherheit von U_{ein} wegen der Reflexionsfaktorprodukte sehr klein. Auch die Messunsicherheit des Kalibrierungsfaktors sowie der Leistungsanzeige gehen nur mit ihrem halben Wert in die Gesamtmessunsicherheit für U_{ein} ein. Für Gleichung (5.3) wird eine Symmetrie der Leistungsteilung vorausgesetzt. Um Messunsicherheiten durch eine Unsymmetrie zu vermindern, sollte der Mittelwert aus zwei Messungen genommen werden. Die Messung von U_{ein} kann in den Bereichen durchgeführt werden, in denen Leistungsmessungen möglich sind.

Welche Bedeutung die einfallende Spannung beim Übergang in den NF- und DC-Bereich hat, kann aus Gleichung (2.26) abgeleitet werden: bei tiefen Frequenzen sind die Quell- und Lastreflexionsfaktoren klein ($\Gamma_G \ll 1$ und $\Gamma_L \ll 1$), so dass hier gilt $U_{\text{ein}} \rightarrow U_{Z_0}$.

Wenn bei höheren Frequenzen die Spannung als Potentialdifferenz U_L für ein Spannungsmessgerät mit einer Eingangsimpedanz von 50Ω kalibriert werden soll, kann sie aus der einfallenden Spannung ermittelt werden. Dazu muss mit einem vektoriellen Netzwerkanalysator (VNA) der komplexe Reflexionsfaktor Γ_{SP} des Spannungsmessers bestimmt werden. Die Potentialdifferenz ist dann (s. Gleichung (2.20)):

$$U_L = |U_{\text{ein}}| |1 + \Gamma_{\text{ein,SP}}|. \quad (5.4)$$

Die Messunsicherheit von U_L ist dabei abhängig von der Messunsicherheit der VNA-Messung.

5.3 HF-Spannungskalibrierung von 50Ω -Generatoren

Bei der Ausgangsspannungskalibrierung von HF-Generatoren ist zu beachten, dass die Spannung U_{ein} gemäß Gleichung (2.26) von der Anpassung der angeschlossenen Last (im vorliegenden Fall vom angeschlossenen Messgerät) abhängt und damit keine generatorspezifische Größe ist. Die charakteristische Größe für die HF-Ausgangsspannung eines Generators ist die an eine ideale Last Z_0 ($\Gamma = 0$) abgegebene Spannung U_{Z_0} (siehe Abschnitt 2.4).

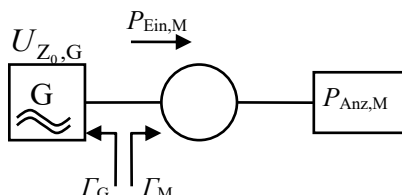


Abbildung 5.3: Ersatzschaltbild zur HF-Spannungskalibrierung an 50Ω -Generatoren.

	Verfahren zur rückgeführten Hochfrequenzspannungsmessung https://doi.org/10.7795/550.20260807		DKD-L 02-2	
			Edition:	04/2014
			Revision:	0
			Page:	40 / 48

Die Messung von U_{Z_0} erfolgt mit einem kalibrierten Leistungsmesser LM. Für diesen gilt:

$$P_{\text{ein,LM}} = \frac{P_{\text{Anz,LM}}}{\eta_{\text{cal}}}, \quad (5.5)$$

wobei η_{cal} (auch mit K_1 bezeichnet) laut Definition den Kalibrierungsfaktor des Leistungsmessers und P_{ein} die einfallende Leistung bezeichnet.

An einen ideal angepassten Leistungsmesser würde der Generator die Leistung P_{Z_0} abgeben. Zwischen einfallenden Leistungen P_{ein} und P_{Z_0} besteht die Beziehung

$$P_{Z_0} = P_{\text{ein}} \cdot |1 - \Gamma_G \Gamma_M|^2. \quad (5.6)$$

Damit wird

$$P_{Z_0} = \frac{P_{\text{Anz,LM}}}{\eta_{\text{cal}}} \cdot |1 - \Gamma_G \Gamma_M|^2. \quad (5.7)$$

Zwischen P_{Z_0} und U_{Z_0} besteht der Zusammenhang

$$U_{Z_0} = \sqrt{P_{Z_0} \cdot Z_0}, \quad (5.8)$$

so dass sich schließlich für die gesuchte Spannung ergibt:

$$U_{Z_0} = \sqrt{\frac{P_{\text{Anz,M}}}{\eta_{\text{cal}}}} \cdot Z_0 |1 - \Gamma_G \Gamma_M|. \quad (5.9)$$

Entsprechend folgt mit

$$U_{\text{ein}} = \sqrt{P_{\text{ein}} \cdot Z_0} \quad (5.10)$$

Für die einfallende Spannung

$$U_{\text{ein}} = \frac{U_{Z_0}}{|1 - \Gamma_G \Gamma_M|}. \quad (5.11)$$

Oft ist nur der Betrag der Quellimpedanz [12] eines Generators bekannt, woraus sich ein Beitrag zur Messunsicherheit ergibt, der mit einem gut angepassten Leistungsmesser aber verhältnismäßig klein ausfällt.

Oszilloskopkalibratoren für höhere Frequenzen sind für eine Impedanz von 50Ω wie oben beschrieben zu kalibrieren: Die Ausgangsspannung U_{Z_0} ist als Funktion der Frequenz zu messen.

5.4 Erzeugen kleiner HF-Spannungen

Mit dem Aufbau nach Figure 5.4 kann eine Kalibrierung sehr kleiner einfallender Spannungen erfolgen. Dazu werden im Aufbau nach Abbildung 5.2 zwischen dem Ausgang des Leistungsteilers und dem Spannungsmesser ein oder mehrere Dämpfungsglieder (DGL) eingefügt.

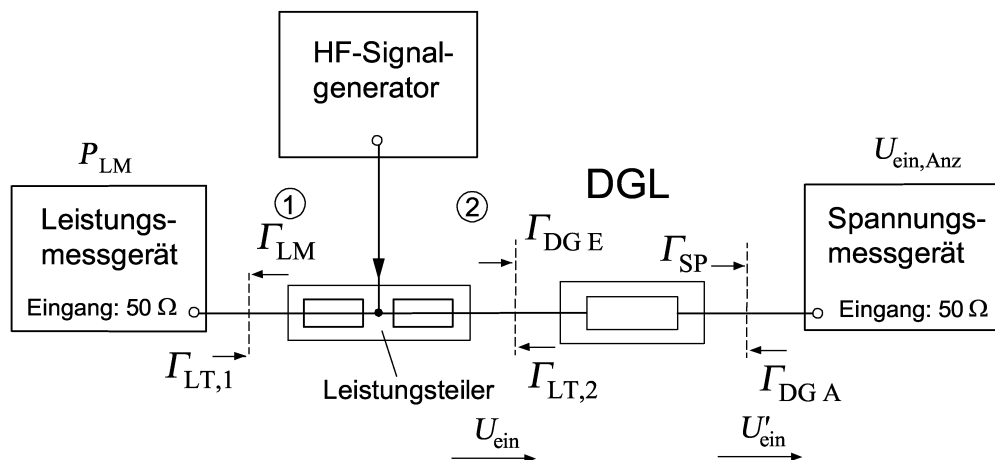


Figure 5.4: Kalibrierung der einfallenden Spannung U_{ein} für kleine Spannungen.

Kalibrierung der einfallenden Spannung U_{ein} für kleine Spannungen.

Die reduzierte einfallende Spannung U'_{ein} berechnet sich wie folgt:

$$U'_{\text{ein}} = \frac{|S_{21\text{DGL}}|}{|1 - \Gamma_{\text{DGA}} \Gamma_{\text{SP}}|} \cdot U'_{\text{ein}}. \quad (5.12)$$

Darin ist $S_{21\text{DGL}}$ die Einfügedämpfung des Dämpfungsgliedes. Gute Dämpfungsglieder weisen bis 1 GHz Reflexionsfaktoren von $\Gamma \leq 0,01$ auf. Ihre Dämpfung kann bis zu Dämpfungswerten von 20 dB mit einer Unsicherheit von 0,003 dB bestimmt werden, weshalb die zusätzlichen Messunsicherheiten klein bleiben. Auch bei der Kaskadierung von mehreren guten Dämpfungsgliedern steigt die Messunsicherheit nur moderat an.

6. Kalibrierung von Thermokonvertern als HF-Spannungs-Transfornormal

6.1 Messprinzip bei DC-Substitution

Die Kalibrierung von HF-Thermokonvertern, die mit einer HF-Wechselspannung beaufschlagt werden, erfolgt durch die Bestimmung der Wechselspannungs-Gleichspannungs-Transferdifferenz. Messtechnisch basiert diese Größe auf dem Ersatz des **Effektivwerts** der angelegten HF-Spannung durch eine äquivalente Gleichspannung, so dass am Thermokonverter durch die Erwärmung des Heizdrahtes die gleiche Thermospannung U_{Th} gemessen wird:

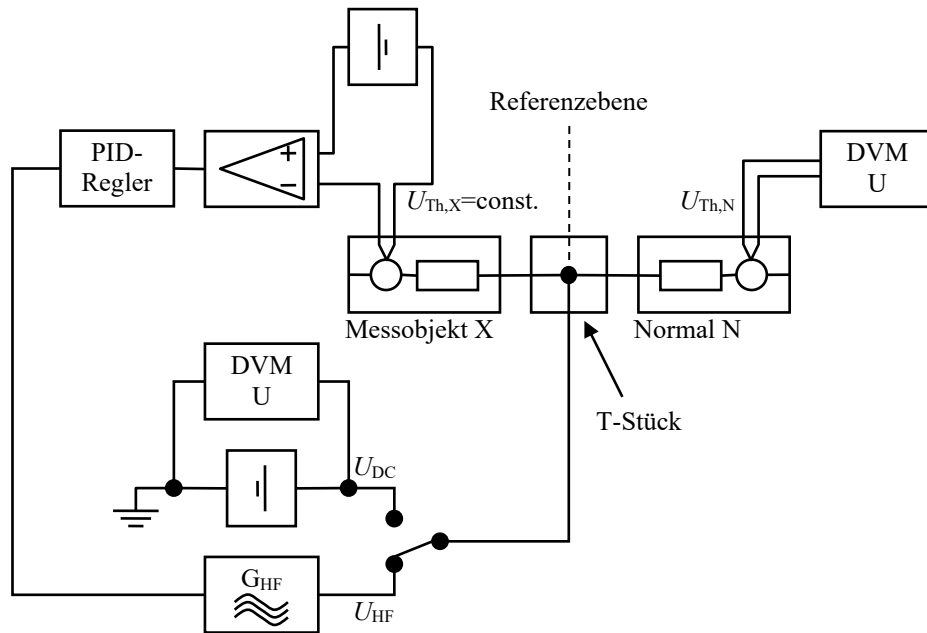


Abbildung 6.1: Thermokonverterkalibrierung mit Gleichspannungssubstitution.

Definition der **Wechselspannungs-Gleichspannungs-Transferdifferenz**:

$$\delta_{DC}(f) = \frac{U_{HF}(f) - U_{DC}}{U_{DC}} \bigg|_{U_{Th} = \text{const.}} = \frac{U_{HF}(f)}{U_{DC}} - 1 \bigg|_{U_{Th} = \text{const.}} \quad (6.1)$$

Abbildung 6.1 zeigt den manuellen Messplatz zur Konverterkalibrierung, in dem die Transferdifferenzen des Messobjektes X und eines Normals N verglichen werden: Beide Konverter werden mit einer geregelten, konstanten HF-Spannung U_{HF} , so dass die Thermospannung am Messobjekt X den vorgegebenen Wert $U_{Th,X}$ hat. Das Normal erzeugt gleichzeitig die Thermospannung $U_{Th,N}$. Danach wird die HF-Spannung nacheinander durch die Gleichspannungen $U_{DC,X}$ bzw. U_{DC} , den Konverterausgängen die vormals gemessenen Spannungen $U_{Th,X}$ bzw. $U_{Th,N}$, erzeugen.

Aus der Definition der Transferdifferenz des Normals

$$\delta_{DC,N}(f) = \frac{U_{HF}(f)}{U_{DC,N}} - 1 \bigg|_{U_{Th,N} = \text{const.}} \quad (6.2)$$

folgt

$$U_{HF}(f) = U_{DC,N}(1 + \delta_{DC,N}) \quad (6.3)$$

und durch Gleichsetzen mit der entsprechenden Gleichung für das Messobjekt X

$$U_{DC,X}(1 + \delta_{DC,X}) = U_{DC,N}(1 + \delta_{DC,N}) \quad (6.4)$$

die relative Transferdifferenz des Messobjektes zu

$$\delta_{DC,X} = \frac{U_{DC,N}}{U_{DC,X}}(1 + \delta_{DC,N}) - 1. \quad (6.5)$$

Offensichtlicher Nachteil dieser Messmethode ist die Notwendigkeit, die Thermospannungen in beiden Konvertern nacheinander zu substituieren.

6.2 Messprinzip bei AC-Substitution

Wird die Spannung nur in einem Konverter, nämlich dem Messobjekt X, substituiert und gleichzeitig die Thermospannung am Normal gemessen, kann das Messverfahren stark vereinfacht und vor allem automatisiert werden. Gleichzeitig wird die Substitution nicht mehr durch eine Gleichspannung, sondern durch eine niederfrequente Spannung U_{AC} , meist 100 kHz, ersetzt:

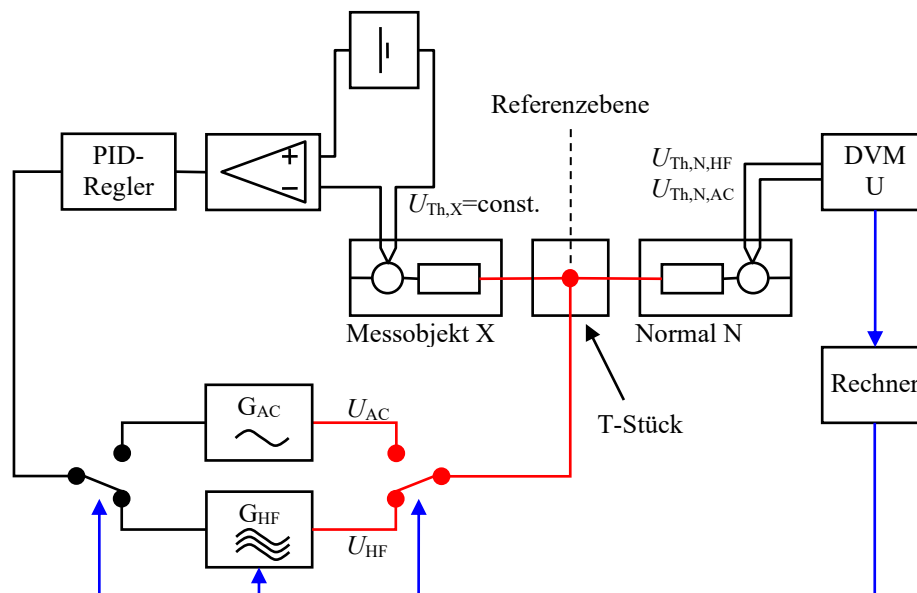


Abbildung 6.2: Thermokonverterkalibrierung mit AC-Spannungssubstitution.

Dazu wird die **relative HF-AC-Transferdifferenz**

$$\delta_{AC}(f) = \frac{U_{HF}(f)}{U_{AC}(f)} - 1 \bigg|_{U_{Th,HF} = U_{Th,AC}} \quad (6.6)$$

eingeführt und gemessen, und daraus die anzugebende relative Wechselspannungs-Gleichspannungs-Transferdifferenz $\delta_{DC}(f)$ berechnet:

	Verfahren zur rückgeführten Hochfrequenzspannungsmessung https://doi.org/10.7795/550.20260807		DKD-L 02-2	
			Edition:	04/2014
			Revision:	0
			Page:	44 / 48

$$\begin{aligned}
\delta_{DC}(f) &= \frac{U_{HF}(f)}{U_{DC}} - 1 \\
&= \frac{U_{HF}(f)U_{AC}(f)}{U_{DC}U_{AC}(f)} - 1 \\
&= \frac{U_{DC}U_{HF}(f) + U_{HF}(f)(U_{AC}(f) - U_{DC})}{U_{DC}U_{AC}(f)} - 1 \\
&= \frac{U_{HF}(f)}{U_{AC}(f)} + \frac{U_{HF}(f)}{U_{AC}(f)}\delta_{DC}(f_{AC}) - 1 \\
&= \frac{U_{HF}(f)}{U_{AC}(f)} + \frac{U_{HF}(f)}{U_{AC}(f)}\delta_{DC}(f_{AC}) - 1 + \delta_{DC}(f_{AC}) - \delta_{DC}(f_{AC}) \\
&= \delta_{DC}(f_{AC})\frac{U_{HF}(f)}{U_{AC}(f) - 1}(1 + \delta_{DC}(f_{AC})) \\
&= \delta_{DC}(f_{AC}) + \delta_{AC}(f)(1 + \delta_{DC}(f_{AC})), \quad (\delta_{DC}(f_{AC}) \ll 1)
\end{aligned} \tag{6.7}$$

Dabei bezeichnet $\delta_{DC}(f_{AC})$ die mit einem AC/DC-Transfermessplatz ermittelte AC-DC-Transferdifferenz. Im Messaufbau stabilisiert ein Regelkreis sowohl die HF- als auch die NF-Spannung und gleicht sie so ab, dass die Thermospannung $U_{Th,X}$ des Messobjektes – entsprechend der Definition der Transferdifferenz – konstant bleibt. Aus der Definition für die relative HF-AC-Transferdifferenz gemäß Gleichung (6.6) folgt für die Transferdifferenzen des Messobjektes und des Normalis

$$\delta_{AC,X}(f) = \frac{U_{HF,X}(f)}{U_{AC,X}(f)} - 1 \bigg|_{U_{Th,HF,X} = U_{Th,AC,X}} \tag{6.8}$$

und

$$\delta_{AC,N}(f) = \frac{U_{HF,N}(f)}{U_{AC,N}(f)} - 1 \bigg|_{U_{Th,HF,N} = U_{Th,AC,N}}, \tag{6.9}$$

wobei beim Messprozess gilt:

$$U_{Th,HF,X} = U_{Th,AC,X} \quad \text{AC-Substitution im Messobjekt X} \tag{0.1}$$

$$U_{HF,X}(f) = U_{HF,N}(f) \quad \text{Parallelschaltung von Messobjekt X und Normal N} \tag{0.2}$$

$$U_{Th,HF,N} = U'_{Th,AC,N} \neq U_{Th,AC,N} \quad \text{Es wird nur in X, nicht jedoch in N substituiert} \tag{0.3}$$

In Gleichung (6.12) ist $U'_{Th,AC,N}$ die Thermospannung am Normal, wenn $U_{AC,X}$ am Messobjekt X anliegt. Das Problem besteht nun darin, dass nicht $U_{AC,N}$ im Normal gemäß der Definition nach Gleichung (6.9) substituiert wird, sondern aus $U'_{Th,AC,N}$ berechnet werden muss. Mit Gleichung (6.9) gilt:

$$U_{HF,N}(f) = (1 + \delta_{AC,N}(f))U_{AC,N}(f) \tag{6.13}$$

Setzt man die Gleichungen (0.2) und (6.13) in Gleichung (6.8) ein, ergibt sich

$$\delta_{AC,X}(f) = \frac{U_{AC,N}(f)}{U_{AC,X}(f)} (1 + \delta_{AC,N}(f)) - 1. \quad (6.14)$$

Die Eingangs-Ausgangskennlinie des Normal lässt sich durch eine Exponentialfunktion gemäß

$$U_{Th} = k(U_{ein})^n \quad (6.15)$$

approximieren, wobei U_{ein} die HF- bzw. die AC-Spannung bezeichnet. Der Konverterparameter n liegt typischerweise im Bereich zwischen 1,6 und 2, und ist für das verwendete Normal bekannt.

Aus Gleichung (6.15) folgt allgemein

$$\left(\frac{U_{AC,1}}{U_{AC,2}} \right)^n = \frac{U_{Th,1}}{U_{Th,2}} \quad (6.16)$$

Beim Abgleich wird im Messaufbau die HF-Spannung $U_{HF,X} = U_{HF,N}$ durch eine Wechselspannung $U_{AC,X}$ substituiert, so dass $U_{Th,X}$ konstant gemäß der Definition (6.8) bleibt. Dabei wird **gleichzeitig** am Normal die Spannung $U'_{Th,AC,N}$ gemessen, die jedoch nicht gleich der Spannung $U_{Th,HF,N}$ ist. Abbildung 6.3 verdeutlicht die Zusammenhänge. Mit Gleichung (6.15) gilt für die Größen am Normal daher der Zusammenhang

$$\left(\frac{U_{AC,N}}{U_{AC,X}} \right)^n = \frac{U_{Th,HF,N}}{U'_{Th,AC,N}}. \quad (6.17)$$

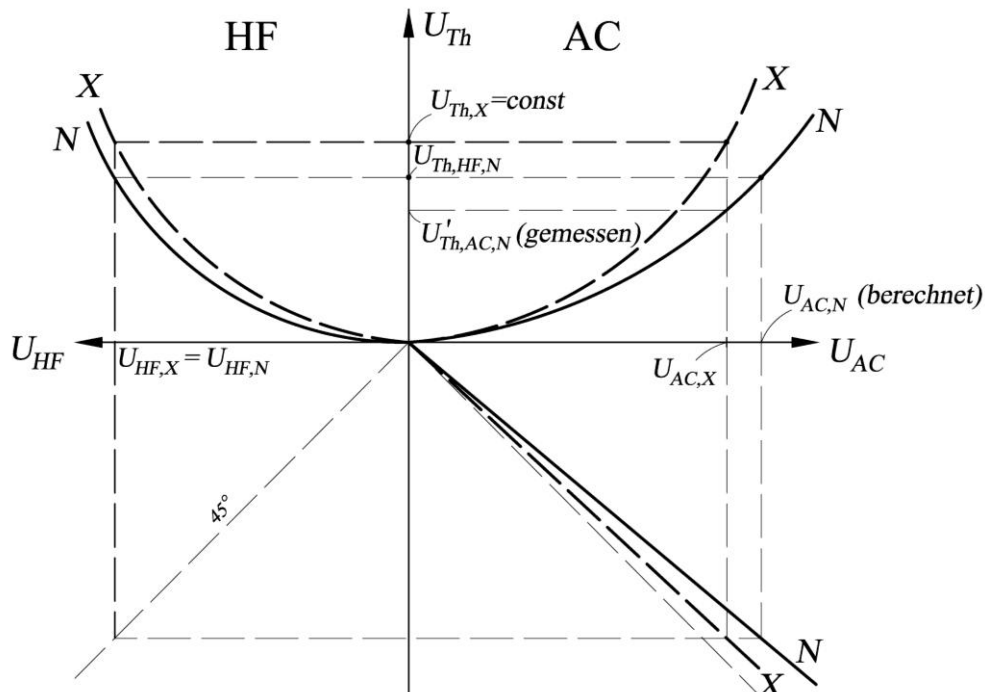


Abbildung 6.3: Spannungen an den Kennlinien des Normal N (durchgezogene Linie) und des Messobjektes X (gestrichelte Linie).

	Verfahren zur rückgeführten Hochfrequenzspannungsmessung https://doi.org/10.7795/550.20260807		DKD-L 02-2	
			Edition:	04/2014
			Revision:	0
			Page:	46 / 48

Wird Gleichung (6.17) in Gleichung (6.14) eingesetzt, folgt für die gesuchte HF-AC-Spannungstransferdifferenz

$$\delta_{AC,X}(f) = \sqrt[n]{\frac{U_{Th,HF,N}}{U'_{Th,AC,N}}} (1 + \delta_{AC,N}(f)) - 1. \quad (6.18)$$

7. HF-Spannungskalibrierung von Oszilloskopen

Die oben beschriebenen verschiedenen HF-Spannungsmessverfahren finden häufig Anwendung bei der Kalibrierung von Oszilloskopen und Oszilloskopkalibratoren. Die Anwendung der Messverfahren bei diesen Geräten wird in den beiden Richtlinien [10] und [11] erläutert. Dieser Artikel kann eine Ergänzung zu diesen Richtlinien sein, da hier die Theorien zu den HF-Spannungsmessverfahren ausführlicher erläutert werden. Während die oben beschriebenen Methoden auf thermischen Verfahren beruhen (Rückführung auf die Leistung und Impedanz), - d. h. es wird der Effektivwert der HF-Spannung gemessen - wird bei Oszilloskopen aber die Zeitabhängigkeit der Spannung dargestellt und überwiegend der Spitzenwert $\hat{U}$ der Spannungsamplitude ausgewertet. Wenn ein Effektivwert U_{eff} angezeigt wird, wurde er unter der Annahme eines rein sinusförmigen Messsignals gemäß $\hat{U} = \sqrt{2} \cdot U_{eff}$ berechnet. Enthält das Messsignal für die Kalibrierung aber Oberwellen, kann diese Beziehung zu Abweichungen führen. Im ungünstigen Fall können sich die Amplituden der Grundwelle $\hat{U}_C$ und die der Oberwelle $\hat{U}_O$ zum oberwellenhaltigen Spitzenwert $|\hat{U}_S| \leq |\hat{U}_C| + |\hat{U}_O|$ addieren. Die mögliche relative Messabweichung $\Delta\hat{U}/\hat{U}$ mit $\Delta\hat{U} = \hat{U}_S - \hat{U}_C$ zwischen dem durch eine Oberwelle verfälschten Spitzenwert $\hat{U}_S$ und dem unverfälschten Spitzenwert $\hat{U}_C$ kann aus dem Oberwellenanteil berechnet werden. Er gibt das Verhältnis der Spannungsamplitude der Oberwellen (O) zur Amplitude der Grundwelle (C) im logarithmischen Maß (dBc) an. In der Tabelle I sind für dekadische Werte des Oberwellenanteils die möglichen relativen Spannungsmessabweichungen $\Delta\hat{U}/\hat{U}$ angegeben.

Tabelle I:

Zusammenhang zwischen dem Oberwellenanteil im Generatorsignal und die möglichen relativen Messabweichungen $\Delta\hat{U}/\hat{U}$ bei der Messung des Spitzenwertes der HF-Spannung

Oberwellenanteil in dBc	Rel. Messabw. $\Delta\hat{U}/\hat{U}$ in %
-10	31,6
-20	10
-30	3,2
-40	1
-50	0,32
-60	0,1

	Verfahren zur rückgeführten Hochfrequenzspannungsmessung https://doi.org/10.7795/550.20260807	DKD-L 02-2	
		Edition:	04/2014
		Revision:	0
		Page:	47 / 48

8. Literaturverzeichnis

- [1] Michel, H.-J.: Zweitor-Analyse mit Leistungswellen, Stuttgart, B.G. Teubner, 1981.
- [2] Hoffmann, M.: Hochfrequenztechnik, *Ein systemtheoretischer Zugang*, Berlin, Springer, 1997.
- [3] Gustrau, F.: Hochfrequenztechnik, Grundlagen der mobilen Kommunikation, München, Hanser, 2013.
- [4] Laiz, H., Klonz, M., et. al.: [*New Thin-Film Multijunction Thermal Converters with Negligible Low Frequency AC-DC Transfer Differences*](#), IEEE Trans. Instr. Meas., Vol. 50: pp. 333-337, April 2001.
- [5] Spannungs-und Leistungsmesstechnik, *Grundlagen, Begriffe, Produkte*. Company brochure Rohde & Schwarz: www.rohde-schwarz.com/Service&Support.
- [6] Huang, D.-X., et al.: *RF-DC Differences of thermal Voltage Converters Arising from Input Connectors*. IEEE Trans. Instr. Meas., Vol. 40, pp. 360-365 April 1991.
- [7] Free, G.M., et al.: *Characterization of RF- DC Transfer Differences for Thermal Converters With Built-in Tees in the Frequency Range 1 MHz to 1 GHz*. IEEE Trans. Instr. Meas., Vol. 56, pp. 341-345 April 2007.
- [8] Janik, D.: *Über die Spannungsabhängigkeit der relativen Wechselspannungs-Gleichspannungs-Transferdifferenz bei HF-Spannungs-TransfERNormalen*, In: H. Bayer (Hrsg.): *Spezielle Entwicklungen und Verfahren der Hochfrequenzmeßtechnik*. PTB-Bericht PTB-E-24, Braunschweig: PTB, December 1983, pp. 131-146.
- [9] Janik, D., et. al.: *Methoden der HF-Spannungsmessung im Vergleich: Anwendung auf die Kalibrierung von Oszilloskopen im GHz-Bereich*, In: H. Bachmair und U. Stumper (Hrsg.): *Aktuelle Probleme der Weitergabe von HF-Meßgrößen. Vorträge des 139. PTB-Seminars*. PTB-Bericht E-58, Braunschweig: PTB, June 1998, pp. 94-111.
- [10] Guideline VDI/VDE/DGQ/DKD 2622 Blatt 4 *Kalibrieren von Messmitteln für elektrische Größen: Oszilloskope*.
- [11] EURAMET Guide cg-7: *Calibration of Measuring Devices for Electrical Quantities: Calibration of Oscilloscopes*, Version 1.0, June 2011, www.euramet.org.
- [12] Reichel, T.: *Messverfahren für den äquivalenten Reflexionsfaktor von HF-Leistungsteilern*, 139. PTB Seminar, 13.5.1998, Braunschweig.
- [13] Török, A., et al.: *Efficient Broadband Method for Equivalent Source Reflection Coefficient Measurements*. IEEE Trans. Instr. Meas., Vol. 50, No. 2, pp. 361 – 363, 2001.



Herausgeber:

Physikalisch-Technische Bundesanstalt
Deutscher Kalibrierdienst
Bundesallee 100
38116 Braunschweig

www.dkd.eu
www.ptb.de