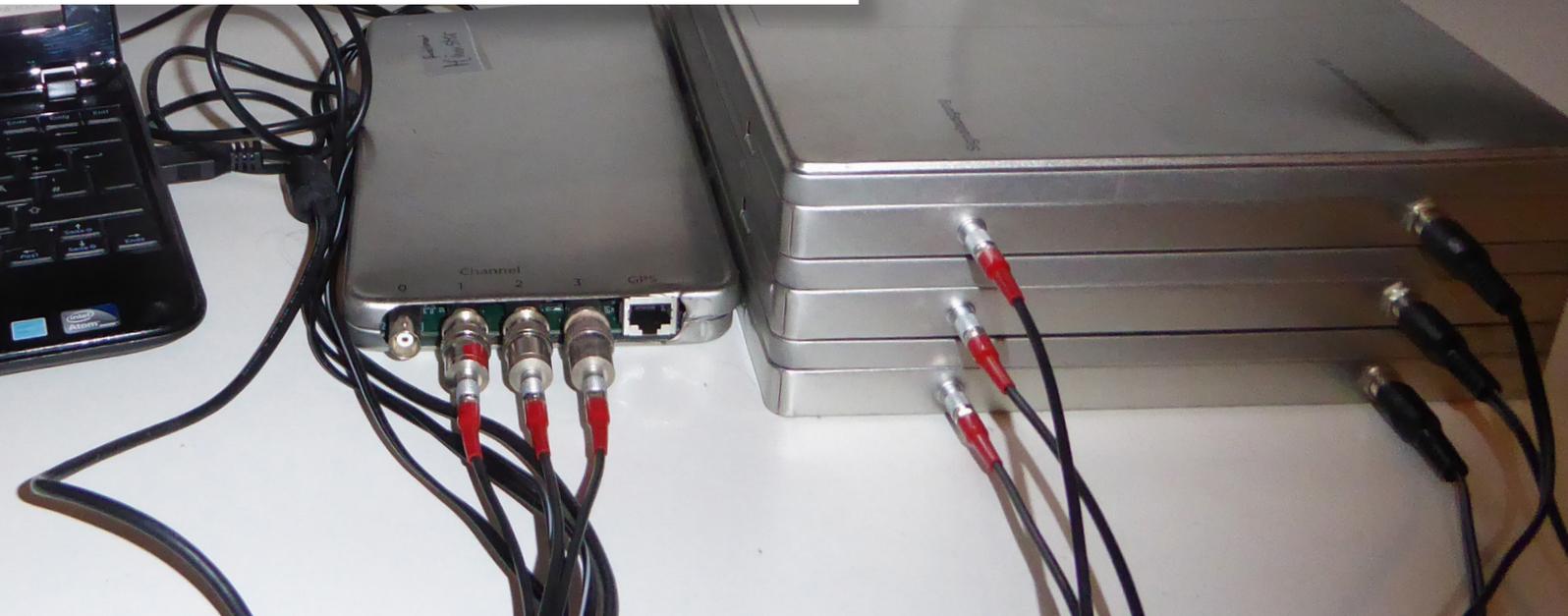


# JUNGE

## wissenschaft

JungforscherInnen publizieren  
online | *peer reviewed* | original

Verlag:  
Physikalisch-  
Technische  
Bundesanstalt



Mathematik &  
Informatik

# Durch kosmische Strahlung zur Zufallszahl

Langzeitmessung von Myonenzerfällen  
als Basis für einen nichtdeterministischen  
Zufallszahlengenerator

*In der kosmischen Strahlung entstehen Myonen, die spontan zerfallen. Mithilfe des CosMO-Experiments lassen sich diese Zerfälle detektieren. In dieser Arbeit untersuche ich, ob die gemessenen Zerfälle als Basis für einen nichtdeterministischen Zufallszahlengenerator angewendet werden können. Beispielhaft werden Zufallszahlen, wie sie für Transaktionsnummern benötigt werden, generiert.*



## DIE JUNGFORSCHERIN



**Hannah Belle Neuwirth (2001)**

Gymnasium Wolbeck,  
Münster

**Eingang der Arbeit:**

16.12.2019

**Arbeit angenommen:**

13.7.2020



# Durch kosmische Strahlung zur Zufallszahl

Langzeitmessung von Myonenzerfällen als Basis für einen nichtdeterministischen Zufallszahlengenerator

## 1. Einleitung

In der kosmischen Strahlung entstehen Myonen, die spontan zerfallen. Mithilfe des CosMO-Experiments lassen sich diese Zerfälle detektieren. Aufgrund des Aufbaus des Experiments entstehen in der mittleren Detektorplatte zwei Pulse. Deren zeitlicher Abstand wird als Zerfallszeit bezeichnet. Die so erhaltenen Zerfallszeiten werden in dieser Arbeit als Basis für einen nichtdeterministischen Zufallszahlengenerator (TRNG; *True Random Number Generator*) verwendet. Nichtdeterministische Zufallszahlen, auch physikalische Zufallszahlen genannt, werden mittels physikalischer Prozesse gewonnen.

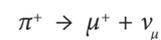
## 2. Einführung in die Astroteilchenphysik

### 2.1 Kosmische Strahlung

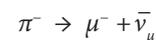
Die kosmische Strahlung ist ein energiereicher Hagel subatomarer Teilchen. 90 Prozent der primären kosmischen Strahlung besteht aus Protonen. Die restlichen Primärteilchen sind hauptsächlich zweifach positiv geladene Heliumkerne (Alphateilchen) und Elektronen beziehungsweise Positronen [1]. Die Energien dieser Teilchen reichen von 100 GeV ( $10^{11}$  eV) bis über 100 EeV ( $10^{20}$  eV) [2]. „Diese Energien sind hundert Millionen Mal größer als die Maximalenergie des *Large Hadron Collider* am Forschungszentrum CERN“ [3]. [Abb. 1](#) zeigt ein Primärteilchen, welches in zwanzig bis dreißig Kilometer Höhe mit einem Kern der irdischen

Atmosphäre zusammenstößt [4]. Diese zerplatzen und es entsteht ein Schauer von Sekundärteilchen in Richtung Erdboden. Durch verschiedene Prozesse entstehen neutrale Pionen ( $\pi^0$ , in [Abb. 1](#) hellblau) oder geladene Pionen ( $\pi^-$ ,  $\pi^+$ , in [Abb. 1](#) grün). Dies sind Mesonen, also eine Zusammensetzung aus Quarks und Antiquarks [2, 5, 6]. Geladene Pionen haben eine mittlere Lebensdauer von  $2,6033 \pm 0,0005 \cdot 10^{-8}$  s, dies ist etwa hundertmal kürzer als die mittlere Lebensdauer von Myonen [7].

Das positiv geladene Pion zerfällt in ein Anti-Myon und ein Myon-Neutrino [8]:



Das negativ geladene Pion zerfällt in ein Myon und ein Myon-Anti-Neutrino [8]:



„Da das Myon starker relativistischer Zeitdilatation unterliegt und nicht nach der starken Wechselwirkung interagiert, kann es die Erdatmosphäre durchdringen und am Boden nachgewiesen werden“ [6]. Auf dem Boden können, über ein kilometergroßes Gebiet verstreut, nur noch Luftschauer bestehend aus Elektronen, Positronen (in [Abb. 1](#) hellblau) und Myonen, Anti-Myonen (in [Abb. 1](#) pink) nachgewiesen werden (Neutrinos sind kaum nachzuweisen; in [Abb. 1](#) pink gestrichelt) [1, 3, 5].

### 2.2 Myonen

Das Myon ( $\mu^-$ ) gehört zu der Familie der geladenen Leptonen. Es ist elektrisch negativ geladen. Sein Antiteilchen, das Anti-Myon ( $\mu^+$ ), ist elektrisch positiv geladen [9]. Es lässt sich in die zweite Generation des Standardmodells einordnen und ist damit kein Bestandteil von natürlicher Materie. Das Myon besitzt eine Ruhemasse von 105,6583745 MeV [10] und besitzt damit eine mehr als zweihundertmal größere Masse als das Elektron.

Es ist ein instabiles Teilchen und kann spontan in einen Zustand kleinerer Energie übergehen. Dieser Übergang wird auch Zerfall genannt. „Elementarteilchen – genau wie Atomkerne – altern nicht: Zu jeder Zeit ist die Wahrscheinlichkeit für eine Umwandlung gleich groß“ [11]. Das freie Myon zerfällt in ein Elektron, ein Elektron-Anti-Neutrino und in ein Myon-Neutrino und in ein Myon-Neutrino [8]:  $\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$

Im Gegensatz hierzu zerfällt das Anti-Myon in ein Positron, ein Elektronen-Neutrino und in ein Myon-Anti-Neutrino [8]:  $\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu$

Werden viele dieser Zerfälle gemessen, kann daraus über die exponentiellen Zerfallsgesetze die mittlere Lebensdauer errechnet werden. Die mittlere Lebensdauer gibt an, wie lange ein instabiles Teilchen durchschnittlich existiert. Da es sich hierbei um statistische Werte handelt, kann man die Lebensdauer eines einzelnen Teilchens nicht vorhersagen, es lassen sich hierfür nur Wahrscheinlichkeiten angeben. Bei einer exponentiellen Abnahme der Zerfallszeiten ist die mittlere Lebensdauer die Zeitspanne, nach der die Größe auf den Bruchteil  $\frac{1}{e} \approx 36,8\%$  des anfänglichen Wertes abgenommen hat [12].

Bei Myonen beträgt die mittlere Lebensdauer  $\tau_\mu = 2,1969803 \pm 0,0000022 \mu\text{s}$  [13]. Für eine solch genaue Messung wurden 2011 nicht die sekundären Myonen der kosmischen Strahlung, sondern Anti-Myonen der Beschleunigungsanlage des Paul-Scherrer-Instituts, des größten Forschungsinstitut für Natur- und Ingenieurwissenschaften in der Schweiz, verwendet. Diese Anti-Myonen wurden von speziellen Targets des MuLan-Experiments (*Muon Lifetime Analysis*) aufgefangen bis diese zerfielen. 170 Detektoren um die Targets ermöglichten es, die entstehenden Positronen (Zerfallsprodukte) zu detektieren. Es wurden Billionen von Zerfällen detektiert. Im Folgenden wird zwischen Myon und Anti-Myon nicht mehr ausdrücklich unterschieden.

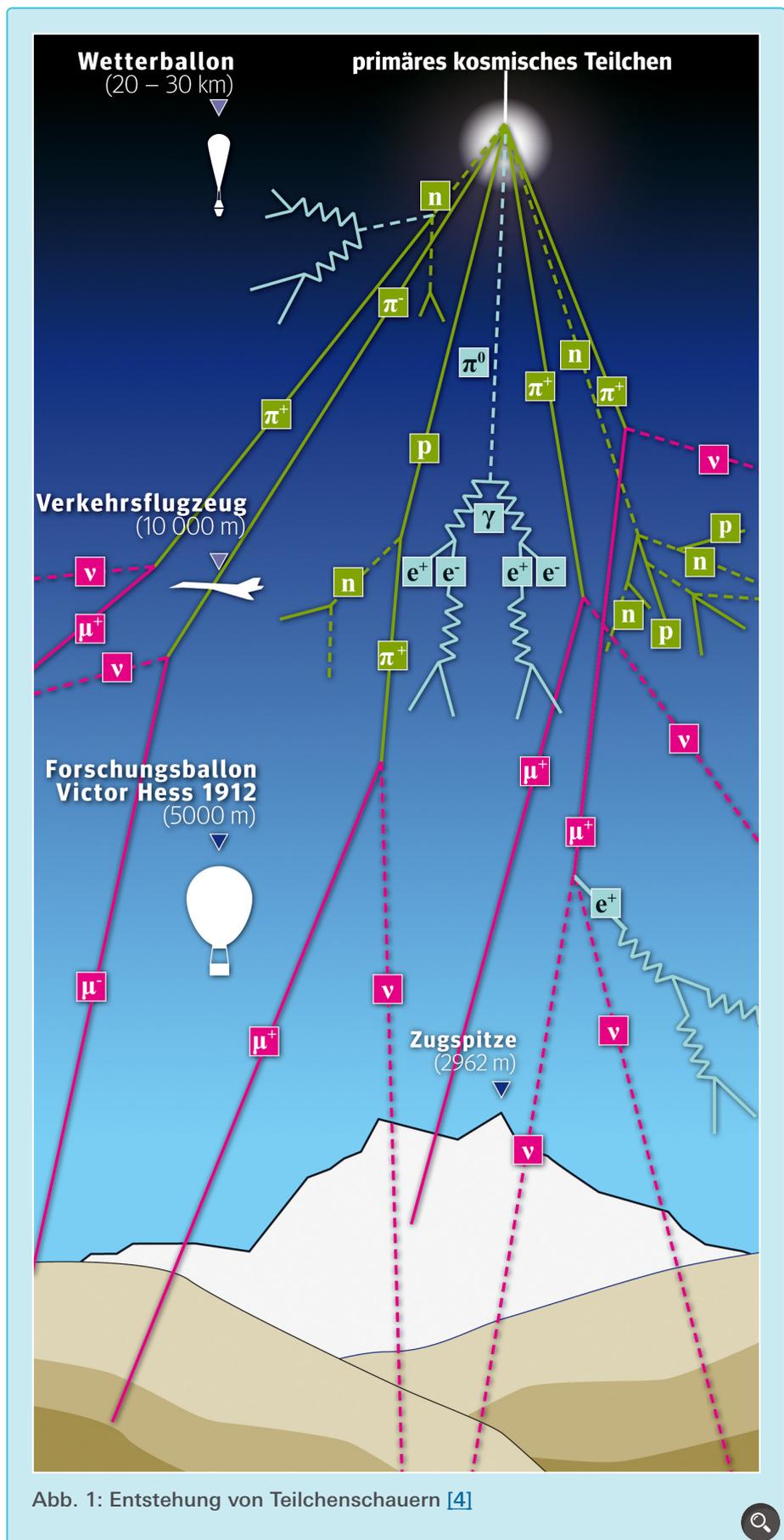


Abb. 1: Entstehung von Teilchenschauern [4]

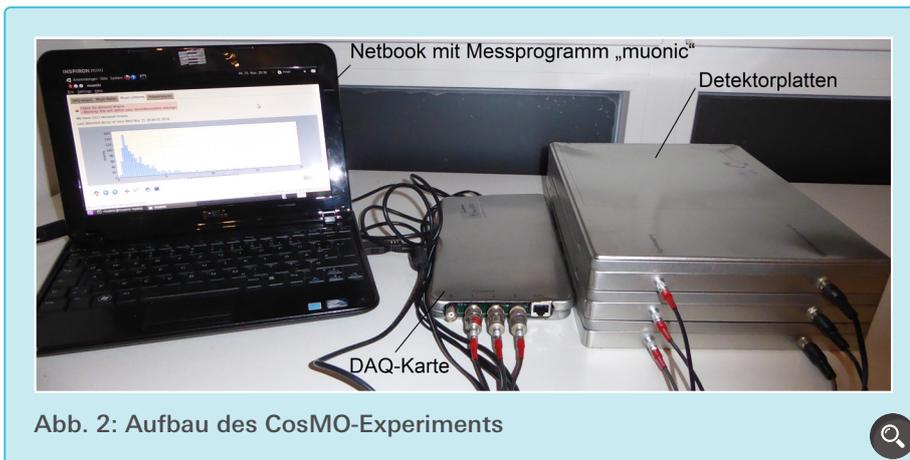


Abb. 2: Aufbau des CosMO-Experiments

### 3. Langzeitmessung sekundärer Myonen

Mit dem CosMO-Experiment (*Cosmic Muon Observer*) wurden Messungen vom 1. Oktober bis zum 22. November 2018 durchgeführt. Die Messkomponenten sowie die Auswerteeinheit wurden von der Westfälischen Wilhelms-Universität Münster ausgeliehen. Das Experiment selbst ist vom DESY innerhalb des Astroteilchen-Projekts für das Netzwerk Teilchenwelt entwickelt worden [14].

Es wurden mehrere Langzeitmessungen durchgeführt. Dabei wurden die im Detektor zerfallenden Myonen erfasst. Die Zerfallszeiten der Myonen wurden von dem Programm „muonic“ ausgewiesen. Dies ermöglichte die Bestimmung der mittleren Lebensdauer.

#### 3.1 Versuchsaufbau

Abb. 2 zeigt den Aufbau des Experiments. Die drei Detektorplatten liegen während des Versuchs aufeinander und bestehen jeweils aus einer Szintillatorplatte, neun Lichtleitern, einem Silizium-Photomultiplier von HAMAMATSU PHOTONICS Deutschland GmbH und einem Hochspannungsmodul von iseg. Außerdem werden folgende Komponenten benötigt: drei Lemokabel (Hochfrequenzkabel), drei Lemo-BNC-Adapter, 5 V-Dreifachverteiler, 5 V-Netzteile, USB-Gerätekabel, DAQ-Karte (*Data-Acquisition-Karte*; Bindeglied zwischen Detektor und Computer) und

ein Netbook mit dem Messprogramm „muonic“ [14, 15].

#### 3.2 Versuchsbeschreibung

Trifft ein geladenes Teilchen auf eine Szintillatorplatte (aus dem Lateinischen: *scintillare* ‚flackern‘) werden durch Stoßprozesse die Moleküle des Szintillatormaterials angeregt. Beim Übergang aus dem Anregungszustand in den Grundzustand wird die Anregungsenergie mittels Photonen wieder abgegeben. [15, 16]. Im Versuch ist jede Szintillatorplatte  $200 \times 200 \times 12,5 \text{ mm}^3$  groß und besteht aus „EJ-200 Plastikszintillatormaterial“ [17]. Mittels der neun Lichtleiter pro Platte gelangen die Photonen zu dem *Multi Pixel Photon Counter* (MPPC). Hier werden durch die Photonen Elektronen über den äußeren lichtelektrischen Effekt ausgelöst. Diese werden dann mittels eines elektrischen Feldes in Richtung Dynode beschleunigt und lösen ein Vielfaches an Photoelektronen aus, sodass Elektronenkaskaden entstehen. An der Anode können diese Elektronen als Stromstoß gemessen und mithilfe eines Pulshöhenanalysators ausgewertet werden [17, 18, 19]. Obwohl ein Großteil der sekundären Myonen durch alle drei Szintillatorplatten fliegt ohne zu zerfallen, lassen sich bei einer Langzeitmessung dennoch einige Myonenzerfälle detektieren.

Zerfällt ein Myon, so kann die Zerfallszeit mittels der drei gestapelten De-

tektorpatten bestimmt werden (siehe Abb. 3): Das zu messende Myon fliegt durch die obere Detektorplatte hindurch und verursacht einen Puls. In der zweiten Platte erzeugt das Myon einen Puls und zerfällt anschließend in ein Elektron und zwei Neutrinos. Das Elektron wird detektiert und erzeugt einen zweiten Puls. In der dritten Detektorplatte ist kein Puls messbar, da das Elektron nicht genug Energie besitzt, um eine weitere Platte zu durchdringen.

Das Auswerteprogramm „muonic“ ermittelt nun die Differenz zwischen dem Myonenpuls und dem Elektronenpuls im mittleren Detektor [21]. Diese Zeitdifferenz wird als Zerfallszeit bezeichnet. Um ausreichend viele Myonenzerfälle zu registrieren, sollte im CosMO-Experiment über mehrere Tage gemessen werden.

Da die Bauteile thermisch rauschen, werden durch den Pulshöhenanalysator auch dann elektronische Signale ausgewertet, wenn kein geladenes Teilchen durch den Detektor geflogen ist. Daher muss eine Schwellspannung für die Pulse festgelegt werden. Mit dieser kann die Rate an thermischen Rauschsignalen, welche die Messung verfälschen, minimiert werden.

Das Experiment muss zudem zwischen Myonen und Elektronen aus der kosmischen Strahlung unterscheiden. Die Detektorplatten können dies nicht direkt. Diese detektieren alle geladenen Teilchen. Die Energie eines Elektrons reicht jedoch nicht aus, um mehr als eine Platte zu passieren. Elektronen erzeugen also nur in einer Platte einen Puls. Durch radioaktive Zerfälle in der Luft könnten ebenso Alphateilchen an einer Platte detektiert werden, diese können aber die Detektorhülle aus Aluminium nicht passieren [11].

#### 3.3 Langzeitmessungen

Im Zeitraum vom 1. Oktober bis zum 22. November 2018 wurde während mehrerer Langzeitmessungen im Durch-

schnitt alle sechs Minuten ein Myonenzerfall registriert. Insgesamt wurden 7891 Myonenzerfälle detektiert

Zuerst wurde eine Langzeitmessung mit 2763 Myonenzerfällen ausgewertet. Diese ergab eine mittlere Lebensdauer von  $\tau_\mu = 1,9856 \pm 0,1344 \mu\text{s}$ . Dieses Ergebnis stimmt innerhalb von zwei Fehlerintervallen mit dem Literaturwert von  $\tau_\mu = 2,1969803 \mu\text{s}$  überein und besitzt eine prozentuale Abweichung von 3,510 %.

Im Folgenden wird nun eine weitere Langzeitmessung genauer betrachtet. Ziel dieser Vergleichsmessung ist eine Verbesserung zur vorherigen Messung, sodass sich eine mittlere Lebensdauer, welche innerhalb eines Fehlerintervalls zum angegebenen Literaturwert liegt, errechnen lässt.

Vom 11.11.2018 bis 22.11.2018 wurden 2788 Zerfälle gemessen. Damit die Daten ausgewertet werden können, wird zunächst ein Histogramm mit Origin® erstellt. Hierzu werden die einzelnen Zerfälle in Klassen zusammengefasst. Jede Klasse umfasst die Zerfälle innerhalb von  $0,25 \mu\text{s}$ , also z. B. von  $2 \mu\text{s}$  bis  $2,25 \mu\text{s}$ . Bei kleineren Intervallen treten Intervalle ohne Messwerte auf, sodass ein Fit über Origin® nicht möglich ist. In [Abb. 4](#) sind auf der x-Achse die Zerfallszeiten in Mikrosekunden und auf der y-Achse die Anzahl an zerfallenen Myonen in der jeweiligen Klasse dargestellt.

Da das allgemeine Zerfallsgesetz gilt, wird für die Regression (Fit) folgende Funktion gewählt:

$$f(t) = A \cdot e^{-\lambda \cdot t} = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau_\mu}}$$

Lambda  $\lambda$  ist hierbei die Zerfallskonstante und  $\tau_\mu$  die mittlere Lebensdauer.

Es gilt:  $\tau_\mu = \frac{1}{\lambda}$

Für die Auswertung wurde der Iterationsalgorithmus „Levenberg Marquardt“ genutzt. Dies ist ein numerischer Optimierungsalgorithmus mit

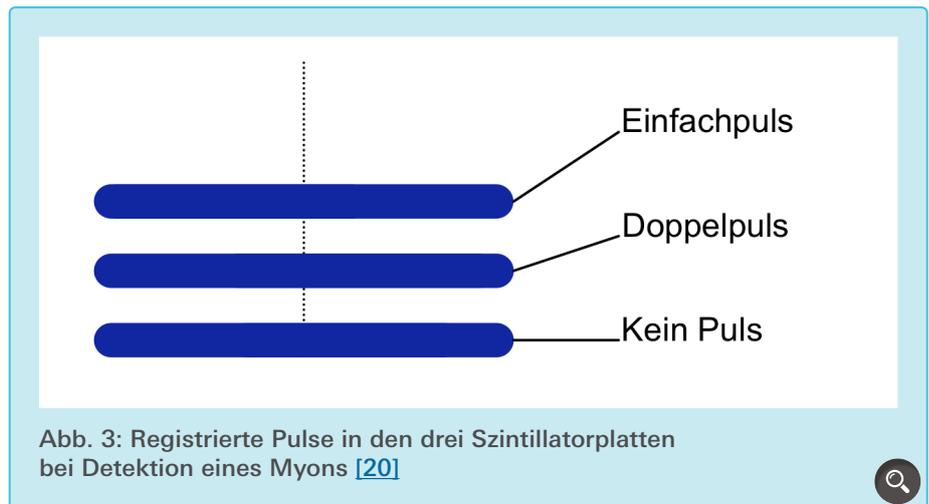


Abb. 3: Registrierte Pulse in den drei Szintillatorplatten bei Detektion eines Myons [20]

der Methode der kleinsten Quadrate zur Lösung nichtlinearer Ausgleichsprobleme [21, 22].

Im Intervall  $[0; 0,5)$ , also den ersten zwei Klassen, stimmt die Anzahl der gemessenen Zerfälle aufgrund des Rauschens nicht mit dem Verlauf einer Exponentialfunktion überein. Da in der Klasse  $[14; 14,25)$  nur ein Zerfall gemessen wurde und in den folgenden Klassen wieder mehrere Zerfälle detektiert wurden, kann für einen Fit das größte Intervall mit  $[0,5; 14)$  gewählt werden. Dieser Fit ist in der [Abb. 4](#) grün dargestellt und umfasst 92,50 % der gemessenen Werte. Die ermittelte mittlere Lebensdauer unter Berücksichtigung des Intervalls  $[0,5; 14)$  beträgt  $\tau_\mu = 2,1517 \pm 0,1017 \mu\text{s}$ .

„Der Verlauf der Exponentialfunktion ist in jedem Abschnitt der gleiche und unterscheidet sich prinzipiell nur durch den Anfangswert“ [11]. Dadurch kann auch ein anderes und somit kleineres Intervall für den Fit verwendet werden. Es wurde zusätzlich das Intervall  $[1,25; 14)$  gewählt (siehe [Abb. 4](#), blau). Dieser blaue Fit umfasst 74,89 % der Werte und liefert  $\tau_\mu = 2,0468 \pm 0,1051 \mu\text{s}$ . Die bessere Annäherung an den Literaturwert liefert jedoch der grüne Fit, der 92,50 % der gemessenen Werte umfasst. Sie stimmt innerhalb von einem Fehlerintervall mit dem Literaturwert von  $\tau_\mu = 2,1969803 \mu\text{s}$  überein und besitzt eine prozentuale Abweichung von 2,568 %.

Der in [Abb. 4](#) angegebene Wert „Gesamt“ in den Tabellen zu den verschiedenen Fits entspricht der Anzahl der Myonenzerfälle, die sich aus dem Fit ergeben. Hierzu wird die Exponentialfunktion von 0 bis  $\infty$  integriert. Da jede Klasse die Breite  $0,25 \mu\text{s}$  hat und  $t$  die Einheit  $1 \mu\text{s}$  aufweist, ist es notwendig, mit 4 zu multiplizieren.

Daraus folgt: Formel 1

Für den grünen Fit ergibt sich damit Gesamt =  $2991,2307 \pm 128,5838$ . Da 2788 Myonenzerfälle erfasst wurden, stimmt dieser Wert innerhalb von zwei Fehlerintervallen mit Gesamt überein.

#### 4. Zufallszahlengenerator

Im weiteren Verlauf des Projekts untersuche ich die Anwendungsmöglichkeit der gemessenen Zerfallszeiten als Basis für einen nichtdeterministischen Zufallszahlengenerator. In der von mir programmierten Anwendung werden Zufallszahlen für Münzwürfe und Würfe eines achtseitigen Würfels generiert. In Abschnitt 4.2.3 folgt dann die Erweiterung auf ganzzahlige Zufallszahlen in beliebigen Intervallen.

##### 4.1 Allgemeine Beschreibung von Zufallszahlengeneratoren

Zufallszahlengeneratoren lassen sich in zwei Kategorien unterteilen: die deterministischen (*Random Number Gene-*

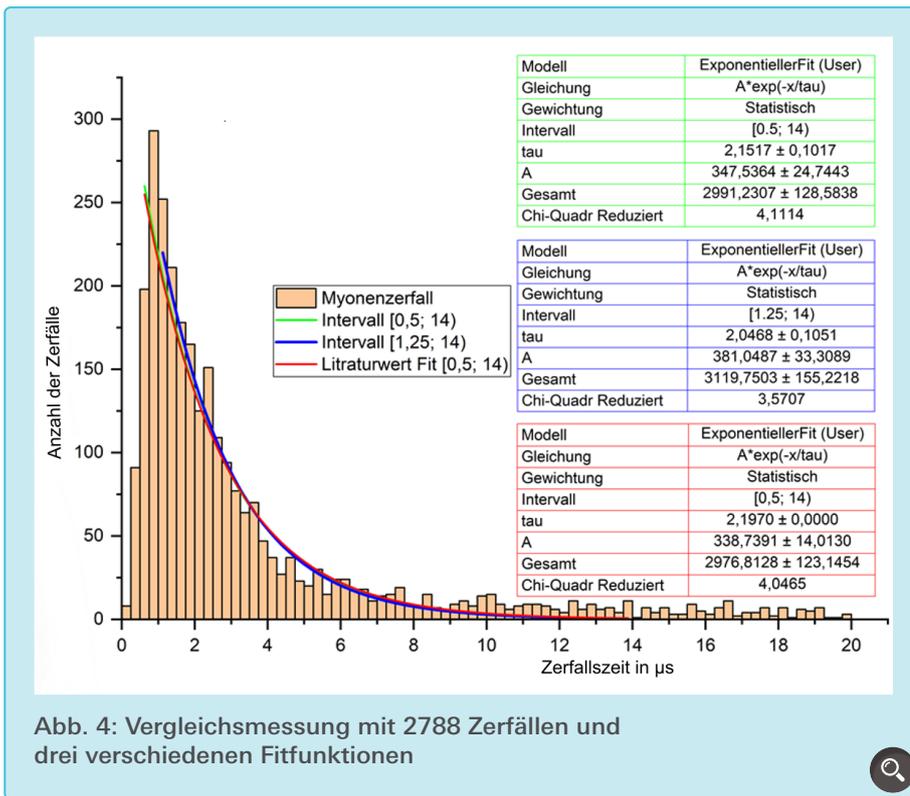


Abb. 4: Vergleichsmessung mit 2788 Zerfällen und drei verschiedenen Fitfunktionen

rator RNG / Pseudo Random Number Generator PRNG) und die nichtdeterministischen (True Random Number Generator TRNG). Deterministische Zufallszahlengeneratoren erzeugen Zahlen, die zwar zufällig aussehen, jedoch durch einen deterministischen Pseudoalgorithmus, dem ein Startwert zugrunde liegt, generiert werden. Wird ein Startwert mehrfach verwendet, entsteht eine Reproduktion der Pseudozufallszahlenreihe. Sind der Algorithmus sowie die internen Zustände, mit denen die Zahlen erstellt wurden, bekannt, so können alle Zahlen vorhergesagt werden, die durch Aufrufe des Algorithmus zurückgegeben werden [23, 24, 25].

Nichtdeterministische Zufallszahlen, auch physikalische Zufallszahlen genannt, werden mittels physikalischer Prozesse gewonnen. Physikalische Verfahren für eine solche Realisierung sind zum Beispiel atomare Zerfallsvorgänge in einem bestimmten Zeitintervall, das Ziehen von Lottozahlen oder das Werfen eines Würfels [26, 24]. Eine Vorhersage der Ergebnisse ist nicht möglich, da die Zufallszahlen aperiodisch sind. Dadurch ist das Wissen einer be-

liebigen Folge von bisher generierten Zahlen nicht von Nutzen, denn die nächste Zahl lässt sich nicht vorhersagen [23]. „Nichtdeterministisch ist ein Zufallszahlengenerator dann, wenn er auch bei gleichen Ausgangsbedingungen unterschiedliche Werte liefert“ [27].

Allein die Art des Zufallszahlengenerators sagt jedoch nichts über die Güte, also die Qualität der Zufallszahlen aus. Die Gütetests ermitteln, in wie weit die zu bewertenden Zufallszahlen von Zufallszahlen eines idealen Zufallszahlengenerators abweichen. Dabei wird überprüft, ob die Zufallszahlen in dem gewählten Intervall gleichmäßig auftauchen [28, 27].

Nichtdeterministische Zufallszahlen-

generatoren werden zur Erzeugung von kryptografischen Schlüsseln z. B. Transaktionsnummern verwendet.

## 4.2 Basis für einen nichtdeterministischen Zufallszahlengenerator

Die gemessenen Werte sollen zum Bau eines nichtdeterministischen Zufallszahlengenerators verwendet werden. Ziel ist es, gleichverteilte Zufallszahlen zu liefern. Die Zerfallszeiten der Myonen sind exponential und nicht gleichverteilt. Somit können die Werte nicht direkt als Zufallszahlen verwendet werden.

Im Artikel von Fourmilab (radioaktive Zerfälle im Geiger-Müller-Zählrohr) werden die Zeiten zwischen den Zerfällen gemessen [29]. Hierfür benötigt man zwei Zerfälle für ein Zeitintervall. Zwei unabhängige Zeitintervalle werden für einen Zustand („0“ oder „1“) verglichen. Pro Zustand werden also 4 Zerfälle benötigt. Statt die Zeiten zwischen den Zerfällen zur Berechnung heranzuziehen, habe ich mir überlegt, die gemessenen Zerfallszeiten zu verwenden. Daher betrachte ich im Folgenden die Differenz zweier aufeinanderfolgender, voneinander unabhängiger Zerfallszeiten zur Bestimmung eines Zustands. Es wird also verglichen, ob das erste oder das zweite detektierte Myon eine längere Zerfallszeit besitzt. Dies halbiert die Zeitspanne, in der zwei Zufallszahlen generiert werden können. Alle 7891 gemessenen Myonenzerfälle können als Basis für einen nichtdeterministischen Zufallszahlengenerator verwendet werden, da es nicht auf die tatsächliche

$$\begin{aligned} \text{Gesamt} &= 4 \cdot \lim_{a \rightarrow \infty} \int_0^a f(t) dt = \\ 4 \cdot [\lim_{a \rightarrow \infty} [F(a) - F(0)]] &= 4 \cdot [\lim_{a \rightarrow \infty} F(a) - \lim_{a \rightarrow \infty} F(0)] = \\ 4 \cdot [0 - (-A \cdot \tau_\mu)] & \end{aligned}$$

Formel 1

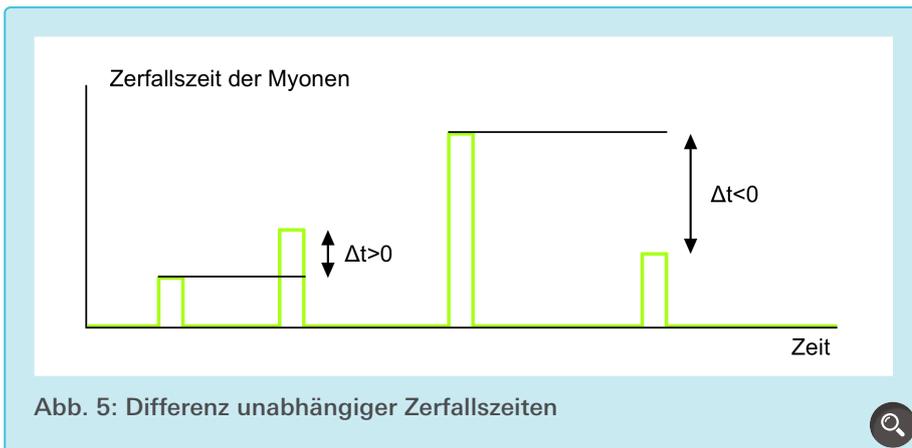


Abb. 5: Differenz unabhängiger Zerfallszeiten

Zerfallsdauer, sondern auf die Differenz zweier Zerfallszeiten  $\Delta t$ , ankommt.

Ist  $\Delta t$  positiv (z. B. [Abb. 5](#);  $\Delta t$  von L1 und L2) ergibt sich der Zustand „1“. Ist  $\Delta t$  jedoch negativ (z. B. [Abb. 5](#);  $\Delta t$  von L3 und L4) ergibt sich der Zustand „0“. Sollten zwei aufeinanderfolgende Myonen die gleiche Zerfallszeit aufweisen, werden diese beiden Zerfälle für den Zufallszahlengenerator nicht berücksichtigt. Dies ist bei 68 aller ausgewerteten Pärchen (1,72 % aller Zerfälle) zutreffend. Es bleiben 3877 Pärchen aus den Messungen.

Die Umrechnung der Zustände in Zufallszahlen erfolgt mittels Binärsystems. Das heißt für jedes Bit werden zwei Myonenzerfälle benötigt.

Eine weitere Erhöhung der Anzahl an Vergleichspärchen durch Einbeziehen von (L2, L3) und (L4, L5) ist nicht möglich, da in diesem Fall die Unabhängig-

keit von (L1, L2) zu (L2, L3) nicht mehr gegeben ist, da beide den Wert L2 verwenden.

#### 4.2.1 Zufallszahlen für Münzwürfe

Bei einer idealen Münze treten nur die Ereignisse „0“ (Kopf) und „1“ (Zahl) mit derselben Wahrscheinlichkeit von jeweils  $p = 0,5$  auf. Da nur zwei Ergebnisse auftreten, handelt es sich um ein Bernoulli-Experiment. Für diese Abbildung genügt ein Bit je Münzwurf ([siehe Abb. 6](#)). Es werden also zwei aufeinanderfolgende Zerfallszeiten miteinander verglichen.

Nach dem Gesetz der großen Zahlen nähern sich die relativen Häufigkeiten der jeweiligen Ereignisse den theoretischen Wahrscheinlichkeiten der jeweiligen Ereignisse an, wenn das Zufallsexperiment in genügendem Umfang und unter denselben Voraussetzungen durchgeführt wird.

Aus den gemessenen Zerfallszeiten lassen sich 3877 Münzwürfe simulieren (Auswertung über Excel). Aus der vorliegenden Stichprobe ergeben sich die Häufigkeiten in [Tab. 1](#).

Im Folgenden wird über einen zweiseitigen Signifikanztest überprüft, ob die generierten Zufallszahlen hinreichend gleichverteilt sind. Die Trefferwahrscheinlichkeit für „Kopf“ wird wie bei einem realen Münzwurf mit  $p_0 = 0,5$  angenommen (Nullhypothese). Diese Nullhypothese wird erst verworfen, wenn in der vorliegenden Stichprobe Ergebnisse beobachtet werden, die bei Gültigkeit der Hypothese höchst selten auftreten würden. Dies lässt sich mithilfe eines zweiseitigen Signifikanztests der Nullhypothese  $p_0 = 0,5$  ermitteln. Das Signifikanzniveau wird auf  $\alpha = 0,05$  (5 %) festgelegt. Der Annahmehereich  $[a; b]$  der Nullhypothese wird über die kumulierte Wahrscheinlichkeit von  $X$  der kleinsten Zahlen von  $a$  und  $b$  bestimmt. Hierfür gilt:

$$P(X \leq a) > \frac{\alpha}{2} \text{ und } P(X \leq b) > 1 - \frac{\alpha}{2}$$

Für einen Stichprobenumfang von  $n = 3877$  simulierter Münzwürfe entspricht der Annahmehereich der Nullhypothese [1877; 2000]. Somit liegt die Anzahl der Ereignisse für „Kopf“ und für „Zahl“ innerhalb des Annahmehereichs. Die Nullhypothese  $p_0 = 0,5$  wird deshalb beibehalten.

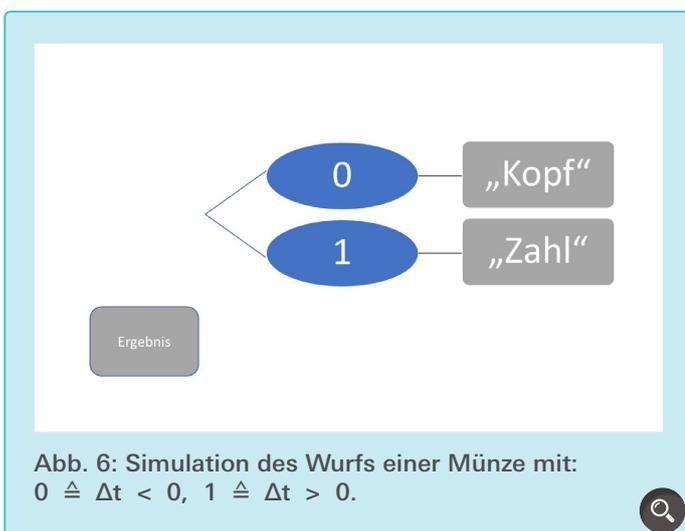


Abb. 6: Simulation des Wurfs einer Münze mit:  $0 \hat{=} \Delta t < 0$ ,  $1 \hat{=} \Delta t > 0$ .

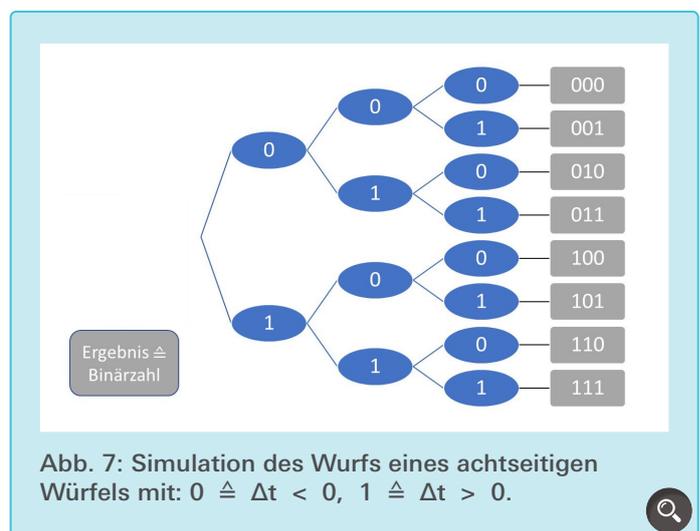


Abb. 7: Simulation des Wurfs eines achtseitigen Würfels mit:  $0 \hat{=} \Delta t < 0$ ,  $1 \hat{=} \Delta t > 0$ .

#### 4.2.2 Zufallszahlen für einen achtseitigen Würfel

Die Häufigkeit der Ereignisse genügt noch nicht, um über die Güte der Zufallszahlen eine Aussage machen zu können, da zum Beispiel die Folge: 0, 1, 0, 1, 0, 1, ... nicht zufällig erscheint. Deshalb wird die vorliegende Stichprobe anhand eines simulierten mehrmaligen Münzwurfs mit Berücksichtigung der Reihenfolge auf stochastische Unabhängigkeit untersucht. Dies wurde mit simulierten doppelten und dreifachen Münzwürfen nachgeprüft. Im Folgenden wird nur der simulierte dreifache Münzwurf, der anschaulich einem Wurf mit einem achtseitigen Würfel entspricht, betrachtet. (siehe [Abb. 7](#))

„Ein Zufallsexperiment, das aus  $n$  unabhängigen Durchführungen desselben Bernoulli-Experiments besteht, heißt Bernoulli-Kette der Länge  $n$ “ [30]. Der simulierte Wurf mit einem achtseitigen Würfel entspricht einer Bernoulli-Kette der Länge 3. Jedes der acht möglichen Tripel sollte etwa gleich häufig auftreten.

Damit der Zufallszahlengenerator für den achtseitigen Würfel korrekte Werte liefert, darf er nur Werte im Bereich von „1“ bis „8“ ausgeben. Hierfür werden insgesamt drei Bits ( $2^2 + 2^1 + 2^0 = 7$ ) benötigt. Es werden also zunächst Werte von „0“ bis „7“ berechnet, durch Addition von „+1“ ergeben sich die gewünschten Werte von „1“ bis „8“. Hierfür werden dreimal zwei Zerfallszeiten miteinander verglichen.

Aus den 7891 gemessenen Zerfallszeiten lassen sich 1292 Würfelwürfe simulieren (Auswertung über Excel). Die Wahrscheinlichkeitsverteilung bei 1292 Zufallszahlen ist in [Abb. 8](#) dargestellt.

Wie in Abschnitt 4.2.1 wird über einen zweiseitigen Signifikanztest überprüft, ob die generierten Zufallszahlen hinreichend gleichverteilt sind. Hierzu betrachte ich die Binomialverteilung mit  $p_0 = \frac{1}{8}$  und das Gegenereignis  $p_0 = \frac{7}{8}$  für jedes der möglichen acht Würfelereignisse.

Hierfür gilt erneut:

$$P(X \leq a) > \frac{\alpha}{2} \text{ und } P(X \leq b) > 1 - \frac{\alpha}{2}$$

Die Nullhypothese  $p_0 = \frac{1}{8}$  besitzt mit dem Signifikanzniveau  $\alpha = 0,05$  und einem Stichprobenumfang von  $n = 1292$  einen Annahmebereich von [139; 185]. Die untere und obere Grenze des Annahmebereichs sind in [Abb. 8](#) rot beziehungsweise grün dargestellt. Das Auftreten aller acht möglichen Tripel liegt innerhalb des Annahmebereichs. Die Nullhypothese  $p_0 = \frac{1}{8}$  wird deshalb nicht verworfen.

Eine Untersuchung der Stichprobe auf Bernoulli-Ketten der Längen 2 und 3 liefern wie erwartet keinen Hinweis auf stochastische Abhängigkeit.

#### 4.2.3 Ganzzahlige Zufallszahlen in einem Intervall

Die bisherige Arbeit betrachtet anschaulich die Intervalle für einen Münzwurf [0; 1] und Wurf eines achtseitigen Würfels [1; 8] beziehungsweise [0; 7]. Diese Intervalle umfassen Zweierpotenzen. Im Folgenden wird die Möglichkeit, ganzzahlige Zufallszahlen in einem frei wählbaren Intervall zu erzeugen, untersucht. Diese realisierte Erweiterung wird am Beispiel eines sechsseitigen Würfels, der üblicherweise bei Brettspielen zum Einsatz kommt, und einer Transaktionsnummer erläutert.

In Abschnitt 4.2.2 wurde der simulierte Wurf mit einem achtseitigen Würfel als eine Bernoulli-Kette der Länge 3 dargestellt. Dabei ergeben sich acht mögliche Tripel, die den Würfelwerten entsprechen. Hierfür werden insgesamt drei Bits benötigt. (siehe [Abb. 7](#))

Wie in Abschnitt 4.1 bereits erläutert, sollen aufgrund der beschränkten Menge an Zufallszahlen weiterhin möglichst wenige Bits zur Berechnung der Zufallszahlen verwendet werden. Für die Darstellung des sechsseitigen Würfels mit den Werten im Bereich von „0“ bis „5“ werden ebenfalls drei Bits benötigt. Es ergeben sich auch hier acht mögliche Tripel. Allerdings liegen zwei Tripel nicht im gültigen Wertebereich. [Abb. 9](#) veranschaulicht dies.

Bei einer genügend großen Stichprobe (siehe [Abb. 10](#)) lassen sich die 316 Ereignisse für „7“ und „8“ (vgl. [Abb. 7](#)) gleich auf die Ereignisse „1“ bis „6“ verteilen. Hierzu könnte zum Beispiel der erste Wurf einer „7“ oder „8“ auf das Ereignis „6“ abgebildet werden. Der zweite Wurf einer „7“ oder „8“ auf das Ereignis „5“ und so weiter. Diese Abbildungsvorschrift gilt jedoch nur für genügend große Stichproben.

Anschaulich wird dies beim Brettspiel „Mensch ärgere Dich nicht“ mit der Regel, dass der Spieler, welcher eine „6“ würfelt seine Spielfigur auf das Startfeld rücken und noch einmal würfeln darf. Die Wahrscheinlichkeit für den Startzustand „6<sub>Start</sub>“ des Würfels ist  $P$

Tab. 1: Häufigkeitsverteilung der Stichprobe beim Münzwurf

Ereignis	Absolute Häufigkeit	Relative Häufigkeit
Kopf	$H_{3877}(\text{Kopf}) = 1967$	$h_{3877}(\text{Kopf}) = 0,507$
Zahl	$H_{3877}(\text{Zahl}) = 1910$	$h_{3877}(\text{Zahl}) = 0,493$

$P(6_{Start}) = \frac{1}{6}$ . Diese Wahrscheinlichkeit kann mit dem Zufallszahlengenerator unter Verwendung von 3 Bits nicht erreicht werden. Die Wahrscheinlichkeit um anfangs eine „6“ zu generieren, liegt bei  $P(6_{Start}) = \frac{1}{8}$  oder bei Anwendung obiger Abbildungsvorschrift bei  $P(6_{Start}) = \frac{1}{8} + P(7_{Start}) + P(8_{Start}) = \frac{3}{8}$ . Deshalb werden die zwei Tripel, die nicht im gültigen Wertebereich liegen, ignoriert. Das heißt, dass im Falle von „7“ oder „8“ eine neue Zufallszahl generiert wird.

In [Abb. 9](#) erkennt man, dass von acht möglichen Ereignissen sechs gültig sind (75 %). Somit wird erwartet, dass für ein gültiges Ereignis durchschnittlich  $\frac{8}{6}$  Versuche benötigt werden. Daraus folgt, dass für ein gültiges Ereignis durchschnittlich 3 Bits  $\cdot \frac{8}{6} = 4$  Bits benötigt werden.

Unter Verwendung der bisherigen Stichprobe aus Abschnitt 4.2.2 von 7891 gemessenen Zerfallszeiten werden 3877 Bits ermittelt. Hiervon sind 976 Ereignisse gültig. 316 Ereignisse sind ungültig und werden ignoriert ([siehe Abb. 10](#)). Das heißt: Formel 2.

Durchschnittlich werden 4 Bits pro gül-

tiger Zufallszahl wie erwartet benötigt.

Bei dem Signifikanztest mit dem Stichprobenumfang von  $n = 976$  (316 Ereignisse sind ungültig und werden ignoriert), dem Signifikanzniveau  $\alpha = 0,05$  und der Nullhypothese  $p_0 = \frac{1}{6}$  liegen alle sechs Würfelereignisse im Annahmehereich von [140; 186].

### 5. Programmierung des Zufallszahlengenerators

Den Zufallszahlengenerator habe ich mittels Java programmiert. Ich habe mich für die Realisierung einer *Queue* entschieden. Hierfür liefert das *Cosmo-Experiment* in der aktuellen Einstellung alle 12 Stunden und bei Abbruch die Daten im CSV-Format.

Die Umrechnung der Zustände in Zufallszahlen erfolgt mittels Binärsystems. Meist werden zur Darstellung von Dezimalzahlen beziehungsweise von ganzen Zahlen 32 Bits (*float*, *int*) oder 64 Bits (*double*, *long*) verwendet. Aufgrund der beschränkten Menge an Zufallszahlen wird auf eine Berechnung der Zufallszahlen mit je 32 Bit verzichtet, stattdessen wird im ersten Schritt nur eine Darstellung von 1 und 3 Bit für Münz-

bzw. Würfelwurf realisiert. Im zweiten Schritt wird das Programm erweitert.

### 5.1 Ermittlung der Zufallszahlen in einem Intervall

Die Ermittlung jeder ganzzahligen Zufallszahl in einem abgeschlossenen Intervall erfolgt in drei Schritten. Die Berechnung wird am Beispiel einer sechsstelligen Transaktionsnummer (TAN) erläutert.

#### 1. Schritt: Auswahl des Intervalls

Im mit Java erstellten Programm werden Zahlen vom Typ „int“ verwendet, daher liegt die untere Grenze bei -2.147.483.648 und die obere Grenze bei 2.147.483.647 [\[31\]](#). Ein innerhalb dieser Grenzen gewähltes Intervall darf maximal 2.147.483.648 Werte umfassen.

Somit ist das Intervall definiert als: Formel 3.

Nachdem ein Intervall gewählt wurde, muss das zu verwendende Intervall bestimmt werden. Hierzu werden die Intervallschranken verschoben, sodass die untere Intervallschranke gleich null ist. Es ergibt sich: Formel 4.

Länge des Intervalls = Anzahl der Elemente:  $k = (b - a) + 1$

#### 2. Schritt: Bestimmung der kürzesten Bernoulli-Kette (Länge der Bitfolge)

In Abschnitt 4.2.2 wurde am Beispiel des achtseitigen Würfels bzw. in Abschnitt 4.2.3 des simulierten Würfels die kürzeste Bernoulli-Kette der Länge 3 bestimmt.

Anschließend muss die kürzest mögliche Bernoulli-Kette (Länge der Bitfolge) bestimmt werden. Diese hat für den achtseitigen Würfel bzw. den simulierten Würfel die Länge 3 ([siehe Abschnitt 4.2.2](#)).

Hierbei gilt für

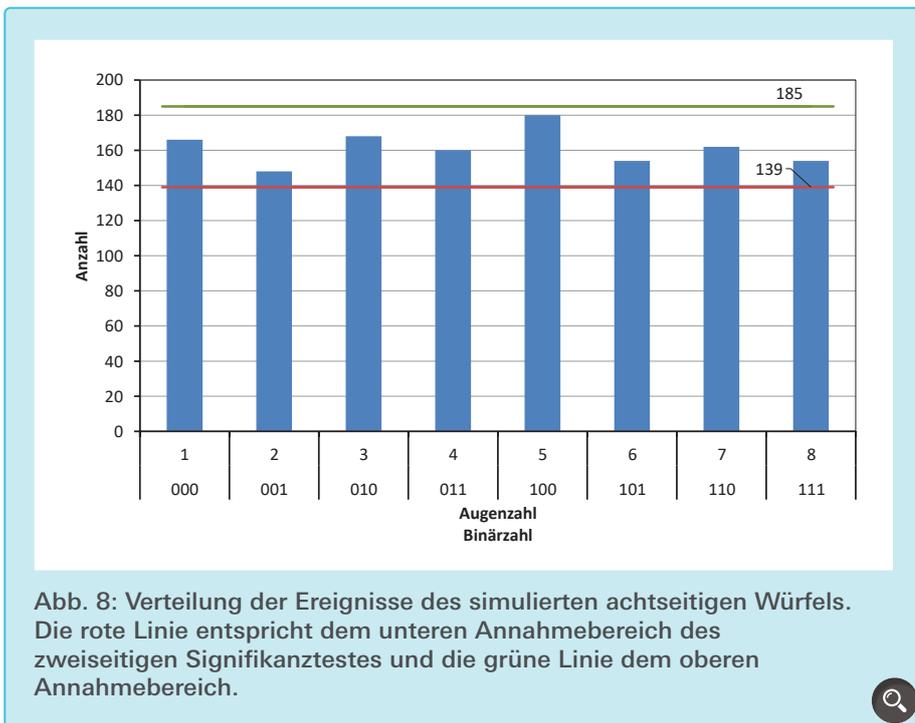


Abb. 8: Verteilung der Ereignisse des simulierten achtseitigen Würfels. Die rote Linie entspricht dem unteren Annahmehereich des zweiseitigen Signifikanztestes und die grüne Linie dem oberen Annahmehereich.

$n = \text{Länge der Bitfolge}$

und

$k = \text{Anzahl der Elemente des Intervalls}$   
 $[0; b - a] = \text{Anzahl der gültigen Ereignisse}$   
 in der Bernoulli-Kette:

$$2^{n-1} < k \leq 2^n$$

Daraus ergibt sich:

$$n - 1 < \log_2 k \leq n$$

Mit  $2^n = \text{Anzahl der möglichen Ereignisse}$   
 und  $2^{n-1} < k$  ergibt sich mit  $n \cdot \frac{2^n}{k}$  für die  
 Abschätzung nach unten:

$$\frac{2^n}{2^n \cdot k} \geq \frac{k}{2^n \cdot k} \Leftrightarrow \frac{1}{k} \geq \frac{1}{2^n}$$

Eingesetzt ergibt sich:

$$n \cdot \frac{2^n}{k} \geq n \cdot \frac{2^n}{2^n} \geq n$$

Mit  $2^n = \text{Anzahl der möglichen Ereignisse}$   
 und  $2^{n-1} < k$  ergibt sich mit  $n \cdot \frac{2^n}{k}$   
 für die Abschätzung nach oben:

$$\frac{2^{n-1}}{2^{n-1} \cdot k} < \frac{k}{2^{n-1} \cdot k} \Leftrightarrow \frac{1}{k} < \frac{1}{2^{n-1}}$$

Eingesetzt ergibt sich:

$$n \cdot \frac{2^n}{k} < n \cdot \frac{2^n}{2^{n-1}} < 2 \cdot n$$

Somit liegt der Erwartungswert der be-

$$\frac{3877 \text{ Bits}}{976 \text{ gültige Ereignisse}} = 3,97 \frac{\text{Bits}}{\text{gültiges Ereignis}} \approx 4 \frac{\text{Bits}}{\text{gültiges Ereignis}}$$

Formel 2

$$[a; b] := \{z \in \mathbb{Z} \mid -2^{31} \leq a \leq z \leq b \leq 2^{31} - 1 \text{ und } (b - a) < 2^{31}\}$$

Formel 3

$$[0; b - a] := \{z_0 \in \mathbb{Z} \mid -2^{31} \leq a \leq z \leq b \leq 2^{31} - 1 \text{ und } (b - a) < 2^{31}\}$$

$$z = z_0 + a$$

Formel 4

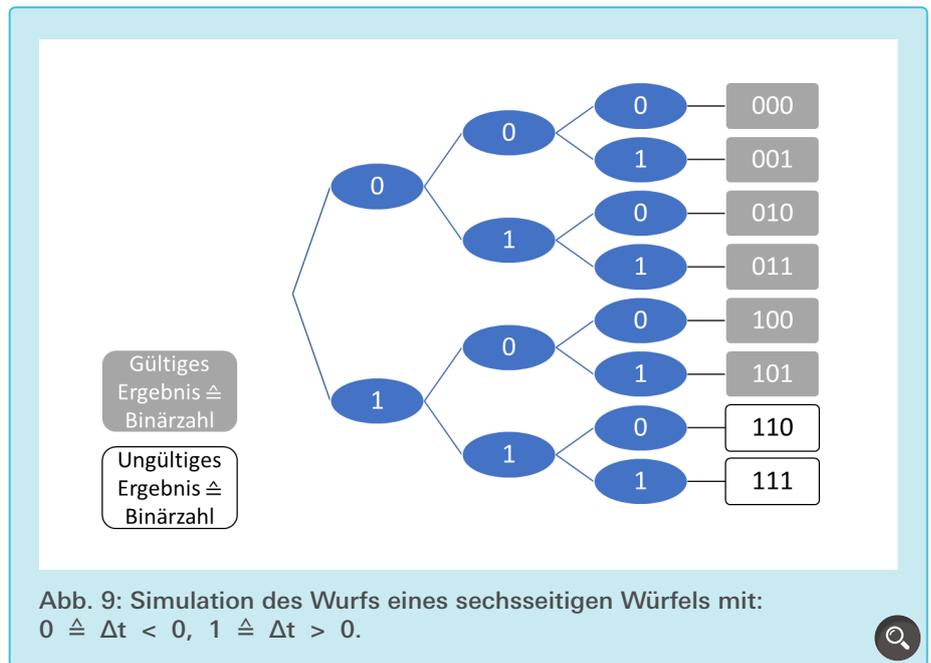


Abb. 9: Simulation des Würfels eines sechsseitigen Würfels mit:  
 $0 \triangleq \Delta t < 0, 1 \triangleq \Delta t > 0.$

nötigen Bits für ein gültiges Ereignis  
 zwischen:

$$n \leq n \cdot \frac{2^n}{k} < 2 \cdot n$$

Für verwendete Intervalle der Form  
 $[0; 2^n - 1]$ , zum Beispiel dem achtsei-  
 tigen Würfel, gilt die Anzahl der mög-  
 lichen Ereignisse ist gleich der Anzahl  
 der gültigen Ereignisse und somit wer-  
 den genau  $n$  Bits pro Zufallszahl benö-  
 tigt.

Im Beispiel des sechsseitigen Würfels  
 ergibt die Abschätzung nach unten:

$$3 \cdot \frac{2^3}{6} \geq 3 \cdot \frac{2^3}{2^3} \geq 3$$

Zusammen mit der Abschätzung nach  
 oben:

$$3 \cdot \frac{2^3}{6} < 3 \cdot \frac{2^3}{2^2} < 2 \cdot 3$$

Ergibt sich:

$$3 \leq n \cdot \frac{2^n}{k} < 2 \cdot 3$$

Wie in Abschnitt 4.2.3 errechnet, be-  
 nötigt man für ein gültiges Ereignis  
 durchschnittlich:

$$n \cdot \frac{2^n}{k} = 3 \cdot \frac{8}{6} = 4 \text{ Bits}$$

### 3. Schritt: Ermittlung und Bewertung jeder Zufallszahl

Für die Ermittlung der Zufallszahl wer-  
 den die einzelnen Bits wie in Abschnitt  
 4.2 aus jeweils zwei Zerfallszeiten er-  
 mittelt, mit der entsprechenden Zweier-  
 potenz multipliziert und anschließend  
 addiert.

$$z_0 = \sum_{i=1}^n 2^{n-i} \cdot b_i$$

Für die Bewertung der ermittelten  
 ganzzahligen Zufallszahl, wird geprüft,  
 ob diese im zu verwendenden Inter-  
 vall  $[0; k]$  liegt. Ist dies nicht der Fall,  
 so ist die ermittelte Zufallszahl ungül-  
 tig, wird ignoriert und Schritt drei wird

wiederholt. Liegt die Zufallszahl im zu verwendenden Intervall, so ist sie gültig und die untere Schranke wird hinzu addiert ( $z = z_0 + a$ ).

## 5.2 Zufallszahlen für Transaktionsnummern

Ein alltagsbezogenes Beispiel für die Verwendung von nichtdeterministischen Zufallszahlen sind Transaktionsnummern (TAN), welche vor allem für Onlinebanking genutzt werden und somit nicht vorhersagbar sein dürfen. Die Generierung einer sechsstelligen TAN wird anhand der oben genannten Vorgehensweise verdeutlicht.

### 1. Auswahl des Intervalls:

Das Intervall  $[0; 999.999]$  wird ausgewählt, es ist keine Verschiebung um die untere Schranke nötig.

### 2. Bestimmung der kürzesten Bernoulli-Kette (Länge der Bitfolge):

$$2^{n-1} < 1.000.000 \leq 2^n$$

$$n - 1 < \log_2 1.000.000 \leq n$$

Daraus folgt:  $n = 20$

Der Erwartungswert der benötigten Bits errechnet sich zu:

$$n \cdot \frac{2^n}{k} = 20 \cdot \frac{1.048.576}{1.000.000} = 20,97 \text{ Bits}$$

Somit werden im Durchschnitt etwa 11 Bits weniger benötigt als beim Datentyp „int“ (32 Bits).

### 3. Ermittlung und Bewertung der Zufallszahl:

Eine Bitfolge der Messung lautet: 00110100011101110010

$$z = \sum_{i=1}^{20} 2^{20-i} \cdot b_i = 214898$$

214898 liegt im Intervall von  $[0; 999999]$  und ergibt eine gültige

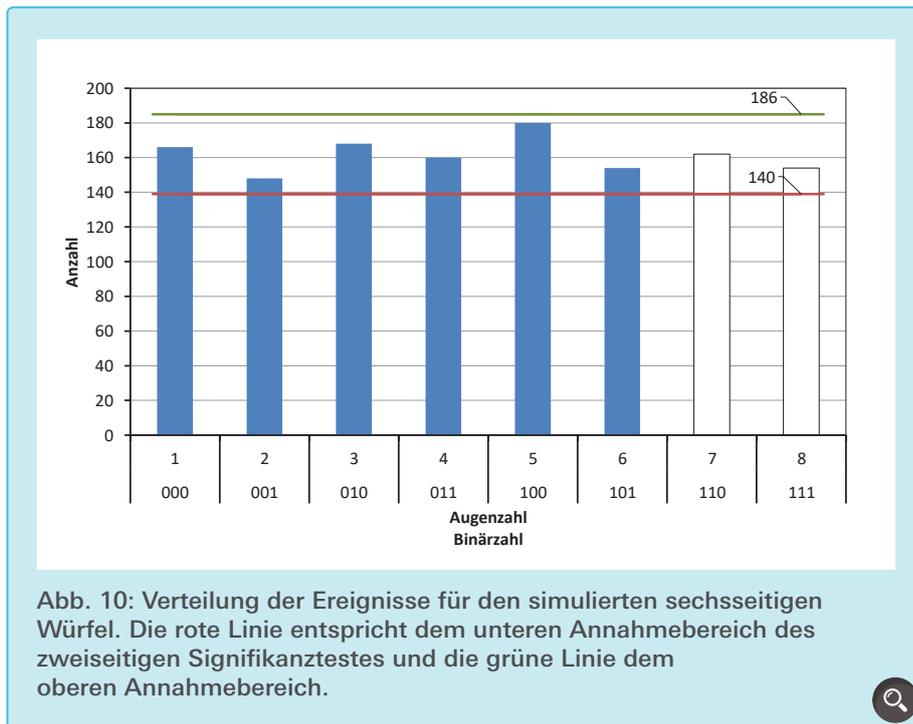


Abb. 10: Verteilung der Ereignisse für den simulierten sechsseitigen Würfel. Die rote Linie entspricht dem unteren Annahmehereich des zweiseitigen Signifikanztestes und die grüne Linie dem oberen Annahmehereich.

sechsstelligen TAN von 214898. Aus den 3877 Pärchen zur Bitermittlung (siehe Abschnitt 4.2) konnten 184 gültige TANs ermittelt werden.

Die beschriebene Vorgehensweise wurde von mir im programmierten Zufallszahlengenerator für Intervalle ganzzahliger Zahlen umgesetzt. Zusätzlich kann über eine zuvor eingeladene Datei mit Myonenzerfällen eine Statistik der absoluten Häufigkeiten der generierten Zufallszahlen für Intervalle bis zu einer Länge von 32 ausgegeben werden.

## 5.3 Dynamische Bitermittlung

Damit möglichst wenige Myonenzerfälle für die Ermittlung von Bits benötigt werden, habe ich das in Abschnitt 4.2 beschriebene Verfahren zur Bitermittlung modifiziert. Wie in Abschnitt 4.2 beschrieben wird die Differenz zweier aufeinanderfolgender, voneinander unabhängiger Zerfallszeiten zur Bestimmung eines Zustands (Bits) verwendet. Bisher wurden die Myonenzerfälle, wie bei der Auswertung über Excel, von Beginn an in Pärchen gruppiert (statische Ermittlung). Sollte  $\Delta t$  eines Pärchens Null sein, so wurde dieses Pärchen bei der Bitermittlung nicht berücksichtigt. Dies trat bei 68 Pärchen (1,72 % aller

Zerfälle) auf. Es konnten 3877 Pärchen zur Bitermittlung verwendet werden.

Für die dynamische Bitermittlung werden die Myonenzerfälle nicht direkt in Pärchen gruppiert. Wenn  $\Delta t$  zweier aufeinanderfolgender Myonenzerfälle Null ist, so wird die letzte der beiden Zerfallszeiten nicht berücksichtigt und die nächste Zerfallszeit mit  $\Delta t \neq 0$  wird mit der ersten verglichen. Die Pärchen bilden sich daher dynamisch. Dadurch werden nur noch 68 Zerfälle nicht berücksichtigt (0,86 % aller Zerfälle). Es bleiben 3911 Pärchen (Bits).

Neben der Anzahl an simulierten Ereignissen beim Münzwurf und dem Wurf eines achtseitigen Würfels ändern sich auch deren Verteilung. Dies lässt sich mithilfe des von mir programmierten Statistikmoduls auswerten. Die darauf beruhenden Ergebnisse der Signifikanztestes (analog siehe Abschnitt 4.2.1 und 4.2.2) liegen wie erwartet alle im Annahmehereich.

## 6. Zusammenfassung und Ausblick

Die Auswertung der Messergebnisse war anspruchsvoller als zuvor angenommen, da die zur Verfügung gestellte

Version von „muonic“ keinen Fit berechnen kann und so die Auswertung über Origin® durchgeführt werden musste. Die hier bestimmte mittlere Lebensdauer beträgt  $\tau_{\mu} = 2,1517 \pm 0,1017 \mu\text{s}$ . Der ermittelte Wert besitzt vom Literaturwert eine prozentuale Abweichung von 2,568 % und liegt innerhalb eines Fehlerintervalls.

Die Hypothese, dass Myonenzerfälle als Basis für einen nichtdeterministischen Zufallszahlengenerator dienen können, wurde untersucht und hat sich bestätigt. Anschließend habe ich einen solchen Zufallszahlengenerator mittels Java programmiert. Das Programm kann ganzzahlige Zufallszahlen in abgeschlossenen Intervallen ausgeben. Ein ebenfalls erstelltes Statistikprogramm ermittelt die absoluten Häufigkeiten der generierten Zufallszahlen.

Im CosMO-Experiment sind  $20 \times 20 \text{ cm}^2$  große Szintillatorplatten verbaut. Ein Nachteil der nichtdeterministischen Zufallszahlengeneratoren ist, dass diese auf physikalischen Prozessen beruhen. Diese bestimmen die Anzahl der Zufallszahlen, die innerhalb einer Zeitspanne generiert werden können. Damit dieser Nachteil nicht von großer Bedeutung ist, könnten größere Detektorplatten genutzt werden. Dadurch ist die Myonenrate höher und es können mehr Myonenzerfälle pro Zeiteinheit detektiert werden.

Damit mehr Zufallszahlen pro Zeiteinheit generiert werden können, ist es möglich, ohne Änderung am CosMO-Experiment, einen Hybridzufallszahlengenerator zu verwirklichen. Hierbei handelt sich es um eine Kombination aus einem deterministischen und einem nichtdeterministischen Zufallszahlengenerator. Ein hybrider Zufallszah-

lengenerator berechnet Pseudozufallszahlen mit der Basis eines zufälligen Startwerts. Dieser Startwert wird über physikalische Prozesse, also die gemessenen Myonenzerfallszeiten, generiert. Wenn genügend Zerfälle detektiert wurden, kann ein neuer Startwert gebildet werden.

## Danksagung

Ich bedanke mich herzlich bei Timo Hergemöller am Gymnasium Wolbeck aus der Physik AG, der mich bei meinem Jugend-forscht-Projekt betreut hat. Ebenso bedanke ich mich beim Netzwerk Teilchenwelt, welches es ermöglichte, verschiedene Experimente zum Detektieren von kosmischer Strahlung auszuleihen. Dies war dank Dr. Volker Hannen, von der Westfälischen Wilhelms-Universität Münster problemlos möglich. Ich bedanke mich außerdem bei Carolin Schwerdt (CosmicLab, DESY) für hilfreiche Diskussionen.

## Literaturverzeichnis

- [1] DESY, „femto“, 2016. [Online]. Available: [http://www.desy.de/femto/sites2009/site\\_www-desy/content/e187923/e187955/e232787/femto\\_3\\_2016\\_dt\\_ger.pdf](http://www.desy.de/femto/sites2009/site_www-desy/content/e187923/e187955/e232787/femto_3_2016_dt_ger.pdf). [Zugriff am 12. Oktober 2018].
- [2] Spektrum der Wissenschaft, „Lexikon der Physik – kosmische Strahlung“, 3. [Online]. Available: <https://www.spektrum.de/lexikon/physik/kosmische-strahlung/8412>. [Zugriff am 23. September 2018].
- [3] Welt der Physik, „Der kosmischen Strahlung auf der Spur“, 2. [Online]. Available: <https://www.weltderphysik.de/thema/bmbf/astro-undastroteilchenphysik/der-kosmischen-strahlung-auf-der-spur/>. [Zugriff am 23. September 2018].
- [4] Zeuthen Desy, „Einführung kosmische Teilchen“, 1. [Online]. Available: [https://www.desy.de/schule/schuelerlabore/standort\\_zeuthen/kosmische\\_teilchen/grundlagen/einfuehrung/index\\_ger.html](https://www.desy.de/schule/schuelerlabore/standort_zeuthen/kosmische_teilchen/grundlagen/einfuehrung/index_ger.html). [Zugriff am 13. Oktober 2018].
- [5] Welt der Physik, „Kosmische Strahlung und die energiereichsten Himmelskörper“, 1. [Online]. Available: <https://www.weltderphysik.de/gebiet/universum/kosmische-strahlung/die-energiereichsten-himmelskoerper/>. [Zugriff am 23. September 2018].
- [6] Macrolab, „Bestimmung der Lebensdauer von Myonen“, [Online]. Available: <http://privat.macrolab.de/fpraktikum/C2.9.pdf>. [Zugriff am 23. September 2018].
- [7] Particle Data Group, „Pion, Antipion“, 1. [Online]. Available: <http://pdg.lbl.gov/2018/listings/rpp2018-list-pi-plus-minus.pdf>. [Zugriff am 13. Oktober 2018].
- [8] Uni-Heidelberg, „Uni-Heidelberg“, 1. [Online]. Available: [https://www.physi.uni-heidelberg.de/~bachmann/Lehre/F13\\_Anleitung.pdf](https://www.physi.uni-heidelberg.de/~bachmann/Lehre/F13_Anleitung.pdf). [Zugriff am 12. Oktober 2018].
- [9] Spektrum der Wissenschaft, „Lexikon der Physik – Myon“, 2. [Online]. Available: <https://www.spektrum.de/lexikon/physik/myon/10054>. [Zugriff am 23. September 2018].
- [10] Particle Data Group, „Particle Data Group Live – Myon“, 2. [Online]. Available: <http://pdglive.lbl.gov/Particle.action?node=S004&init=0>. [Zugriff am 23. September 2018].
- [11] Netzwerk Teilchenwelt, „TEILCHENPHYSIK – Unterrichtsmaterial ab Klasse 10“, 1. [Online]. Available: [http://www.teilchenwelt.de/fileadmin/user\\_upload/Redaktion/Netzwerk\\_Teilchenwelt/Material\\_Lehrkraefte/Unterricht\\_TP\\_Kosmische-Strahlung\\_red.pdf](http://www.teilchenwelt.de/fileadmin/user_upload/Redaktion/Netzwerk_Teilchenwelt/Material_Lehrkraefte/Unterricht_TP_Kosmische-Strahlung_red.pdf). [Zugriff am 16. Oktober 2018].
- [12] Spektrum der Wissenschaft, „Lexikon der Physik – Lebensdauer“, 7. [Online]. Available: <https://www.spektrum.de/lexikon/physik/lebensdauer/8879>. [Zugriff am 11. November 2018].
- [13] Paul Scherrer Institut, „Wie stark ist die schwache Kraft“, [Online]. Available: <https://www.psi.ch/media/wie-stark-ist-die-schwache-kraft>. [Zugriff am 2. November 2018].
- [14] Zeuthen Desy, „Schülerexperimente – CosMo-Experiment“, 2. [Online]. Available: [https://www.desy.de/schule/schuelerlabore/standort\\_zeuthen/kosmische\\_teilchen/experimente/cosmo\\_experiment/index\\_ger.html](https://www.desy.de/schule/schuelerlabore/standort_zeuthen/kosmische_teilchen/experimente/cosmo_experiment/index_ger.html). [Zugriff am 23. September 2018].
- [15] Spektrum der Wissenschaft, „Lexikon der Physik – Szintillator“, 4. [Online]. Available: <https://www.spektrum.de/lexikon/physik/szintillation/14280>. [Zugriff am 13. Oktober 2018].
- [16] Zeuthen Desy, „Glossar – Szintillator“, 4. [Online]. Available: [https://www.desy.de/schule/schuelerlabore/standort\\_zeuthen/kosmische\\_teilchen/glossar/index\\_ger.html?selected=5#\\_szintillator](https://www.desy.de/schule/schuelerlabore/standort_zeuthen/kosmische_teilchen/glossar/index_ger.html?selected=5#_szintillator). [Zugriff am 13. Oktober 2018].
- [17] Zeuthen Desy, „Technische Bedienungsanleitung“, 5. [Online]. Available: [https://www.desy.de/sites2009/site\\_www-desy/content/e219828/e245574/e245601/e258642/e262691/e262728/e262754/infoboxContent262755/techn\\_Bedienungsanleitung\\_CosMO\\_2.0\\_ger.pdf](https://www.desy.de/sites2009/site_www-desy/content/e219828/e245574/e245601/e258642/e262691/e262728/e262754/infoboxContent262755/techn_Bedienungsanleitung_CosMO_2.0_ger.pdf). [Zugriff am 13. Oktober 2018].
- [18] Dr.-Ing. Dipl.-Phys. Kähler, Fit fürs Abi, Oberstufenwissen Physik, Zwickau: Schroedel, 2017, S. 46, 212.
- [19] E. Bartsch, „Aufbau eines Versuchs zur Messung der Lebensdauer von Myonen“, [Online]. Available: [https://www.uni-frankfurt.de/46295408/Bachelorarbeit\\_Esther.pdf](https://www.uni-frankfurt.de/46295408/Bachelorarbeit_Esther.pdf). [Zugriff am 9. November 2018].
- [20] Zeuthen Desy, „Dokumentation & Anleitung zur Verwendung im CosMO“, 3. [Online]. Available: [https://www.desy.de/sites2009/site\\_www-desy/content/e219828/e245574/e245601/e258642/e262691/e262728/e262754/infoboxContent262756/Anleitung\\_Muonic\\_2.0\\_ger.pdf](https://www.desy.de/sites2009/site_www-desy/content/e219828/e245574/e245601/e258642/e262691/e262728/e262754/infoboxContent262756/Anleitung_Muonic_2.0_ger.pdf). [Zugriff am 13. Oktober 2018].
- [21] Originlab, „Origin – Tutorial“, [Online]. Available: [https://www.originlab.com/ftp/Origin\\_updates/german/tutorials.pdf](https://www.originlab.com/ftp/Origin_updates/german/tutorials.pdf). [Zugriff am 30. Dezember 2018].
- [22] H. P. Gavin, „The Levenberg-Marquardt method for nonlinear least squares curve-fitting problems“, 2017. [Online]. Available: <http://people.duke.edu/~hpgavin/ce281/lm.pdf>. [Zugriff am 30. Dezember 2018].
- [23] J. Walker, „Fourmilab – HotBits“, 1. [Online]. Available: <https://www.fourmilab.ch/hotbits/>. [Zugriff am 15. Oktober 2018].
- [24] Spektrum der Wissenschaft, „Lexikon der Physik – Zufallszahlengenerator“, 6. [Online]. Available: <https://www.spektrum.de/lexikon/physik/zufallszahlengenerator/15894>. [Zugriff am 15. Oktober 2018].
- [25] Technische Universität Dresden, „Untersuchung und effiziente Implementierung von Algorithmen“, [Online]. Available: <https://tu-dresden.de/ing/elektrotechnik/ifn/tnt/ressourcen/dateien/dateien/studentenarbeiten/da-blumenstein-2006.pdf?lang=de>. [Zugriff am 16. Oktober 2018].
- [26] Spektrum der Wissenschaft, „Lexikon der Physik – Thermisches Rauschen“, 5. [Online]. Available: <https://www.spektrum.de/lexikon/physik/thermisches-rauschen/14449>. [Zugriff am 15. Oktober 2018].
- [27] Hochschule Heilbronn, „Hardwareanalysator für Zufallszahlen“, [Online]. Available: <https://www.hs-heilbronn.de/1837998/hardwareanalysator-fuer-zufallszahlen>. [Zugriff am 15. Oktober 2018].
- [28] Hochschule Bremen, „Güte“, [Online]. Available: [http://www.weblearn.hs-bremen.de/risse/papers/Frege2013\\_03/RisseGuetePRNGs.pdf](http://www.weblearn.hs-bremen.de/risse/papers/Frege2013_03/RisseGuetePRNGs.pdf). [Zugriff am 16. Oktober 2018].
- [29] J. Walker, „Fourmilab – How HotBits Works“, 2. [Online]. Available: <https://www.fourmilab.ch/hotbits/how3.html>. [Zugriff am 2. November 2018].
- [30] H.-J. [ a. Dorn, Tafelwerk, Stuttgart: Ernst Klett Verlag GmbH, 2009.
- [31] D. Abts, „Grundkurs Java“, in Von den Grundlagen bis zu Datenbank und Netzanwendungen, Wiesbaden, Vieweg+Teubner Verlag, 2010, S. 15.

# Publiziere auch Du hier!

Forschungsarbeiten von  
Schüler/Inne/n und Student/Inn/en

In der Jungen Wissenschaft werden Forschungsarbeiten von SchülerInnen, die selbstständig, z. B. in einer Schule oder einem Schülerforschungszentrum, durchgeführt wurden, veröffentlicht. Die Arbeiten können auf Deutsch oder Englisch geschrieben sein.

## Wer kann einreichen?

SchülerInnen, AbiturientInnen und Studierende ohne Abschluss, die nicht älter als 23 Jahre sind.

## Was musst Du beim Einreichen beachten?

Lies die [Richtlinien für Beiträge](#). Sie enthalten Hinweise, wie Deine Arbeit aufgebaut sein soll, wie lang sie sein darf, wie die Bilder einzureichen sind und welche weiteren Informationen wir benötigen. Solltest Du Fragen haben, dann wende Dich gern schon vor dem Einreichen an die Chefredakteurin Sabine Walter.

Lade die [Erstveröffentlichungserklärung](#) herunter, drucke und fülle sie aus und unterschreibe sie.

Dann sende Deine Arbeit und die Erstveröffentlichungserklärung per Post an:

### Chefredaktion Junge Wissenschaft

Dr.-Ing. Sabine Walter  
Paul-Ducros-Straße 7  
30952 Ronnenberg  
Tel: 05109 / 561508  
Mail: [sabine.walter@verlag-jungewissenschaft.de](mailto:sabine.walter@verlag-jungewissenschaft.de)

## Wie geht es nach dem Einreichen weiter?

Die Chefredakteurin sucht einen geeigneten Fachgutachter, der die inhaltliche Richtigkeit der eingereichten Arbeit überprüft und eine Empfehlung ausspricht, ob sie veröffentlicht werden kann (Peer-Review-Verfahren). Das Gutachten wird den Euch, den AutorInnen zugeschickt und Du erhältst gegebenenfalls die Möglichkeit, Hinweise des Fachgutachters einzuarbeiten.

Die Erfahrung zeigt, dass Arbeiten, die z. B. im Rahmen eines Wettbewerbs wie **Jugend forscht** die Endrunde erreicht haben, die besten Chancen haben, dieses Peer-Review-Verfahren zu bestehen.

Schließlich kommt die Arbeit in die Redaktion, wird für das Layout vorbereitet und als Open-Access-Beitrag veröffentlicht.

## Was ist Dein Benefit?

Deine Forschungsarbeit ist nun in einer Gutachterzeitschrift (Peer-Review-Journal) veröffentlicht worden, d. h. Du kannst die Veröffentlichung in Deine wissenschaftliche Literaturliste aufnehmen. Deine Arbeit erhält als Open-Access-Veröffentlichung einen DOI (Data Object Identifier) und kann von entsprechenden Suchmaschinen (z. B. BASE) gefunden werden.

Die Junge Wissenschaft wird zusätzlich in wissenschaftlichen Datenbanken gelistet, d. h. Deine Arbeit kann von Experten gefunden und sogar zitiert werden. Die Junge Wissenschaft wird Dich durch den Gesamtprozess des Erstellens einer wissenschaftlichen Arbeit begleiten – als gute Vorbereitung auf das, was Du im Studium benötigst.



# Richtlinien für Beiträge

Für die meisten Autor/Inn/en ist dies die erste wissenschaftliche Veröffentlichung. Die Einhaltung der folgenden Richtlinien hilft allen – den Autor/Innen/en und dem Redaktionsteam

Die Junge Wissenschaft veröffentlicht Originalbeiträge junger AutorInnen bis zum Alter von 23 Jahren.

- Die Beiträge können auf Deutsch oder Englisch verfasst sein und sollten nicht länger als 15 Seiten mit je 35 Zeilen sein. Hierbei sind Bilder, Grafiken und Tabellen mitgezählt. Anhänge werden nicht veröffentlicht. Deckblatt und Inhaltsverzeichnis zählen nicht mit.
- Formulieren Sie eine eingängige Überschrift, um bei der Leserschaft Interesse für Ihre Arbeit zu wecken, sowie eine wissenschaftliche Überschrift.
- Formulieren Sie eine kurze, leicht verständliche Zusammenfassung (maximal 400 Zeichen).
- Die Beiträge sollen in der üblichen Form gegliedert sein, d. h. Einleitung, Erläuterungen zur Durchführung der Arbeit sowie evtl. Überwindung von Schwierigkeiten, Ergebnisse, Schlussfolgerungen, Diskussion, Liste der zitierten Literatur. In der Einleitung sollte die Idee zu der Arbeit beschrieben und die Aufgabenstellung definiert werden. Außerdem sollte sie eine kurze Darstellung schon bekannter, ähnlicher Lösungsversuche enthalten (Stand der Literatur). Am Schluss des Beitrages kann ein Dank an Förderer der Arbeit, z. B. Lehrer und Sponsoren, mit vollständigem Namen angefügt werden. Für die Leser kann ein Glossar mit den wichtigsten Fachausdrücken hilfreich sein.
- Bitte reichen Sie alle Bilder, Grafiken und Tabellen nummeriert und zusätzlich als eigene Dateien ein. Bitte geben Sie bei nicht selbst erstellten Bildern, Tabellen, Zeichnungen, Grafiken etc. die genauen und korrekten Quellenangaben an (siehe auch [Erstveröffentlichungserklärung](#)). Senden Sie Ihre Bilder als Originaldateien oder mit einer Auflösung von mindestens 300 dpi bei einer Größe von 10 · 15 cm! Bei Grafiken, die mit Excel erstellt wurden, reichen Sie bitte ebenfalls die Originaldatei mit ein.
- Vermeiden Sie aufwendige und lange Zahlentabellen.
- Formelzeichen nach DIN, ggf. IUPAC oder IUPAP verwenden. Gleichungen sind stets als Größengleichungen zu schreiben.
- Die Literaturliste steht am Ende der Arbeit. Alle Stellen erhalten eine Nummer und werden in eckigen Klammern zitiert (Beispiel: Wie in [12] dargestellt ...). Fußnoten sieht das Layout nicht vor.
- Reichen Sie Ihren Beitrag sowohl in ausgedruckter Form als auch als PDF

ein. Für die weitere Bearbeitung und die Umsetzung in das Layout der Jungen Wissenschaft ist ein Word-Dokument mit möglichst wenig Formatierung erforderlich. (Sollte dies Schwierigkeiten bereiten, setzen Sie sich bitte mit uns in Verbindung, damit wir gemeinsam eine Lösung finden können.)

- Senden Sie mit dem Beitrag die [Erstveröffentlichungserklärung](#) ein. Diese beinhaltet im Wesentlichen, dass der Beitrag von dem/der angegebenen AutorIn stammt, keine Rechte Dritter verletzt werden und noch nicht an anderer Stelle veröffentlicht wurde (außer im Zusammenhang mit **Jugend forscht** oder einem vergleichbaren Wettbewerb). Ebenfalls ist zu versichern, dass alle von Ihnen verwendeten Bilder, Tabellen, Zeichnungen, Grafiken etc. von Ihnen veröffentlicht werden dürfen, also keine Rechte Dritter durch die Verwendung und Veröffentlichung verletzt werden. Entsprechendes [Formular](#) ist von der Homepage [www.junge-wissenschaft.ptb.de](http://www.junge-wissenschaft.ptb.de) herunterzuladen, auszudrucken, auszufüllen und dem gedruckten Beitrag unterschrieben beizulegen.
- Schließlich sind die genauen Anschriften der AutorInnen mit Telefonnummer und E-Mail-Adresse sowie Geburtsdaten und Fotografien (Auflösung 300 dpi bei einer Bildgröße von mindestens 10 · 15 cm) erforderlich.
- Neulingen im Publizieren werden als Vorbilder andere Publikationen, z. B. hier in der Jungen Wissenschaft, empfohlen.



# Impressum

[JUNGE]  
wissenschaft



## Junge Wissenschaft

c/o Physikalisch-Technische  
Bundesanstalt (PTB)  
[www.junge-wissenschaft.ptb.de](http://www.junge-wissenschaft.ptb.de)

## Redaktion

Dr. Sabine Walter, Chefredaktion  
Junge Wissenschaft  
Paul-Ducros-Str. 7  
30952 Ronnenberg  
E-Mail: [sabine.walter@verlag-jungewissenschaft.de](mailto:sabine.walter@verlag-jungewissenschaft.de)  
Tel.: 05109 / 561 508

## Verlag

Dr. Dr. Jens Simon,  
Pressesprecher der PTB  
Bundesallee 100  
38116 Braunschweig  
E-Mail: [jens.simon@ptb.de](mailto:jens.simon@ptb.de)  
Tel.: 0531 / 592 3006  
(Sekretariat der PTB-Pressestelle)

## Design & Satz

Sebastian Baumeister  
STILSICHER - Grafik & Werbung  
E-Mail: [baumeister@stilsicher.design](mailto:baumeister@stilsicher.design)  
Tel.: 05142 / 98 77 89

