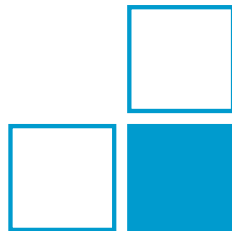


# Synthetisierte Normale für hohe Induktivitätswerte

**Torsten Funck**

PTB Arbeitsgruppe 2.13 AC-DC Transfer, Impedanz

318. PTB-Seminar 2021-05-05



- Grundlagen
  - Elektromagnetismus
- Induktivitäts-Kalibrierungen
  - Gegenstände
  - Konzept
  - Synthese
- Simulierte Induktivität
  - Zweitor
  - Stromquellen
- Realisierung
  - Kalibrator-Erweiterung
  - Normale für große Induktivitätswerte
  - Elektronisches Induktivitätsnormal
- Zusammenfassung

## Was ist eine Induktivität?

Zur Erklärung fangen wir am besten “bei Adam und Eva” an

(Wenn man der Bibel glaubt, sogar schon ein paar Tage davor!)

Der Ausspruch “Es werde Licht!” verlangt physikalisch gesehen:

- $\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon}$
- $\operatorname{div} \vec{B} = 0$
- $\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$
- $\operatorname{rot} \vec{B} = \mu \cdot \vec{j} + \mu \cdot \varepsilon \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$

Und es wurde Licht.

(Bibel, Genesis 1,3)

Aus der dritten Gleichung, dem Induktionsgesetz, folgt unmittelbar:

$$u_L(t) \sim \frac{\partial i_L}{\partial t}$$

Geht man von einer sinusförmigen Anregung  $i(t) = \hat{i} \sin(\omega t)$  aus, so ergibt sich

$$U_L = j\omega \cdot L \cdot I_L,$$

wobei der Proportionalitätsfaktor  $L$  als **Induktivität** bezeichnet wird.



- Induktivitäten
- LCR-Meter
- Hand-Messgeräte



Bereiche 20/200/2000  $\mu\text{H}$ , 20/200 mH, 20/2000 H, 20 kHz

L (120 Hz):

L (1 kHz):

1  $\mu\text{H}$  - 10000 H (basic accuracy 0.7%)

0.1  $\mu\text{H}$  - 1000 H (basic accuracy 0.7%)

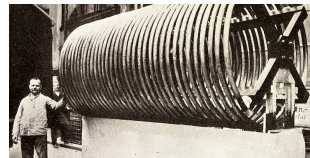
L 100Hz / 120Hz 1 $\mu\text{H}$  - 9999H, kHz 0.1 $\mu\text{H}$  - 999.9H, 10kHz 0.01 $\mu\text{H}$  - 99.99H

Range	Resolution	Accuracy = AL + Offset				
		100 Hz	120 Hz	1 kHz	10 kHz	100 kHz
20 $\mu\text{H}$	0.001 $\mu\text{H}$	NA	NA	NA	1.0% + 5	2.5% + 20
200 $\mu\text{H}$	0.01 $\mu\text{H}$	NA	NA	1.0% + 5	0.7% + 3	2.5% + 20
2000 $\mu\text{H}$	0.1 $\mu\text{H}$	0.7% + 10	0.7% + 10	0.5% + 3	0.5% + 3	0.8% + 20
20 mH	0.001 mH	0.5% + 3	0.5% + 3	0.2% + 3	0.3% + 3	0.8% + 10
200 mH	0.01 mH	0.5% + 3	0.5% + 3	0.2% + 3	0.2% + 3	1.0% + 10
2000 mH	0.1 mH	0.2% + 3	0.2% + 3	0.2% + 3	0.5% + 5	1.0% + 10
20 H	0.001 H	0.2% + 3	0.2% + 3	0.5% + 5	1.0% + 5	2.0% + 10
200 H	0.01 H	0.7% + 5	0.7% + 5	1.0% + 5	2.0% + 8	NA
2000 H	0.1 H	1.0% + 5	1.0% + 5	2.0% + 8	NA	NA

LCR-Meter, besonders Handheld, werden bislang nur unvollständig kalibriert:

- $R$ - und  $C$ -Bereiche mittels *Multiproduct-Calibrator*
- $L$ -Bereiche werden ignoriert (Gegenüber  $C$  "nur" ein Vorzeichen!)
- Ggf.  $L$ -Normale für einige Bereiche händisch kontaktiert

Induktivitätsnormale als Toroidspulen nur  $1\ \mu\text{H}$  bis  $10\ \text{H}$  verfügbar.  
Acht dekadische Werte nötig, ca.  $0,25\ \text{m}^2$  Tischfläche

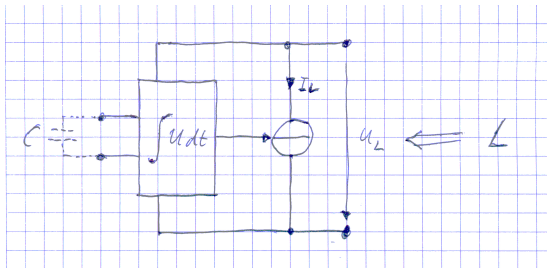


**Idee:** Größere Werte mit elektronischen Simulations-Schaltungen.

Elektronische Differenziation ist unpräzise und führt zu Rauschen, Integration

$$I_L = \int U_L dt$$

funktioniert besser, da die Ergebnisgröße  $I_L$  mit zunehmender Frequenz verschwindet.  
Die Verstärkung der Elektronik darf "problemlos" zu hohen Frequenzen hin abnehmen!



Mit einem solchen  $C \rightarrow L$ -Umsetzer kann ein *Multifunction Calibrator* ergänzt werden:

- Verfügbare  $C$ -Bereiche: 1 nF bis 100 mF
- Große Kapazitätswerte nur für niedrige Frequenzen benutzbar
- Mit Umsetzungsfaktor  $10^8$  H/F erreichbare  $L$ -Bereiche: 0,1 H bis  $>10$  kH
- Frequenzbereich entsprechend der  $C$ -Darstellung im Kalibrator

Vorteile:

- Abdeckung der großen Induktivitätsbereiche
- Automatische Einstellung ohne Umstöpseln
- Messunsicherheit dominiert von der  $C$ -Darstellung im Kalibrator
- Minimaler Platzbedarf

VOL. 3 NR 2

APRIL 1948

# Philips Research Reports

EDITED BY THE RESEARCH LABORATORY  
OF N. V. PHILIPS' GLOEILAMPENFABRIEKEN, EINDHOVEN, NETHERLANDS

R 73



*Philips Res. Rep. 3, 81-101, 1948*

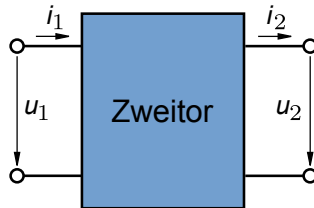
## THE GYRATOR, A NEW ELECTRIC NETWORK ELEMENT

by B. D. H. TELLEGEN

538.55:621.392

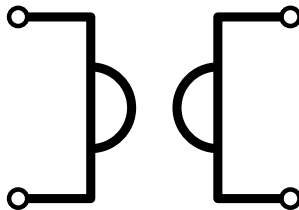
### Summary

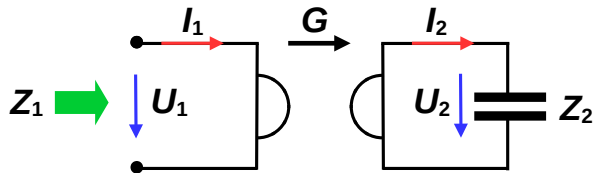
Besides the capacitor, the resistor, the inductor, and the ideal transformer a **fifth**, linear, constant, passive network **element** is conceivable which violates the reciprocity relation and which is defined by (10). We have denoted it by the name of "ideal gyrator". By its introduction the system of network elements is completed and network synthesis is much simplified. The gyrator can be realized by means of a medium consisting of particles carrying both permanent electric and permanent magnetic dipoles or by means of a gyromagnetic effect of a ferromagnetic medium.



$$i_1 = 0 \cdot u_1 + G \cdot u_2$$

$$i_2 = G \cdot u_1 + 0 \cdot u_2$$





Impedanz  $Z_2$  an Tor 2:  $I_2 = \frac{U_2}{Z_2}$   
 Gyrator ( $1 \rightarrow 2$ ):  $I_2 = G \cdot U_1$   
 Gyrator ( $2 \rightarrow 1$ ):  $I_1 = G \cdot U_2$

$$I_2 = \frac{U_2}{Z_2} = G \cdot U_1 \Rightarrow U_1 = \frac{U_2}{G \cdot Z_2}$$

$$Z_1 = \frac{U_1}{I_1} = \frac{\frac{U_2}{G \cdot Z_2}}{G \cdot U_2} = \frac{1}{G^2 \cdot Z_2} = G^{-2} \cdot \frac{1}{Z_2}$$

$$Z_2 = \frac{1}{j\omega \cdot C} \Rightarrow Z_1 = G^{-2} \cdot j\omega \cdot C = j\omega \cdot \underbrace{G^{-2} \cdot C}_L$$



**"Leeloo**

Minai Lekatariba-

Lamina-Tchai

Ekbat De Sebat"

alias

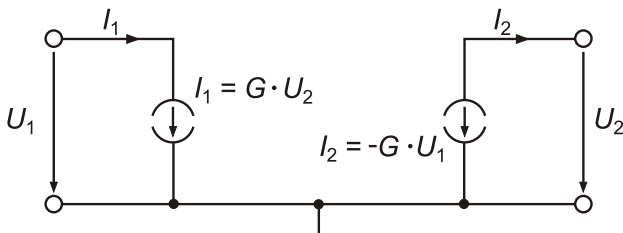
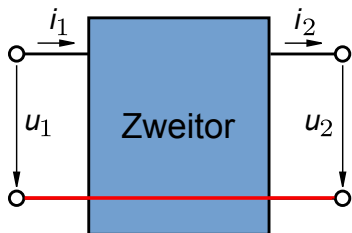
*Milla Jovovich*

(1997)



## Gyrator realisierbar mit zwei spannungsgesteuerten Stromquellen:

- Sehr hohe Eingangsimpedanz notwendig
- Sehr hohe Ausgangsimpedanz bis zu hohen Frequenzen (kleine Kapazität!)
- Gemeinsame Masse und Stromversorgung wünschenswert
- $\Rightarrow$  Invertierende und nicht invertierende Schaltung nötig



## THE LIGHTNING EMPIRICIST

Advocating electronic models, at least until livelier instrumentalities emerge

Volume 12, Number 1

January 1, 1964

### IMPEDANCE & ADMITTANCE TRANSFORMATIONS using Operational Amplifiers

D. H. Sbeingold\*

1. Transadmittance, Transimpedance, Positive and Negative Self-Impedance through Active Circuits, including references to:

Photomultiplier and ion-current amplifiers;  
Current sources and generators; and  
Negative resistors and capacitors for dynamic compensation with Single-Ended, Differential, and Inverted Amplifiers

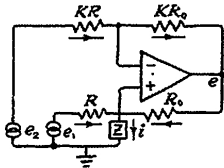
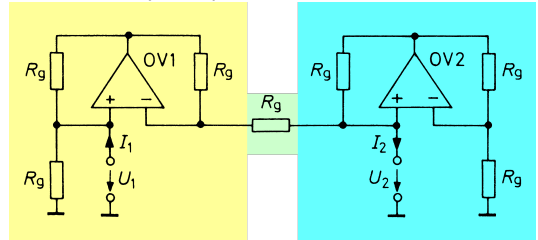


Fig. 5a Differential Voltage to Current Transducer  
(Grounded sources, grounded load,  
differential amplifier)

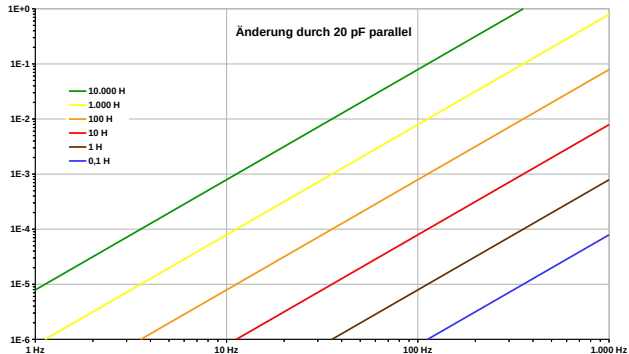
$$i = \frac{e_1 - e_2}{R}$$
$$e_1 \text{ SUPPLIES } \frac{e_1 - iZ}{R}$$
$$e_2 \text{ SUPPLIES } \frac{e_2 - iZ}{KR}$$

Gyrator-Anwendungsschaltung aus:  
Tietze-Schenk *Halbleiterschaltungstechnik*  
5. Auflage (1980) S. 259



Howland current pump  
inverierend

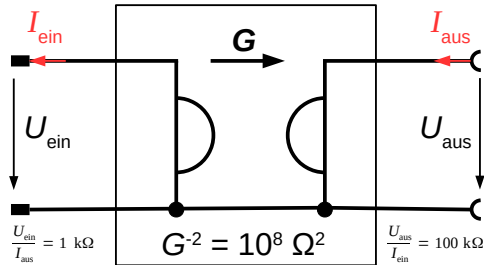
Howland current pump  
nicht inverierend



Signifikanter Einfluss von Parallel-Kapazitäten bei großen Induktivitätswerten.

## Anpassung an die Erfordernisse zur Erweiterung eines Kalibrators:

- Übertragungsfaktor  $G^{-2} = 10^8 \Omega^2$ , unsymmetrisch aus  $1 \text{ k}\Omega \cdot 100 \text{ k}\Omega$
- Spannungsaussteuerung bis 5 V
- Stromaussteuerung bis 5 mA
- Einfache und potenzialfreie Versorgung mit Hilfsenergie
- Kleiner Formfaktor





## 3.1. Induktivitätsbereich

Funktion:  $L_\varphi/L_p$

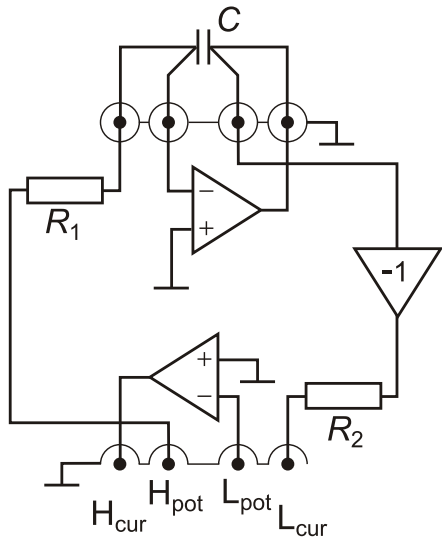
Fre-quenz	Mess-bereich	Auf-lösung	Genauig-keit	De	0e	ESR/Rp
100Hz/120Hz	20.000 mH	1 $\mu$ H	$\pm(0,3\%+2)$	$\pm 0,003$	$\pm 0,17^\circ$	$\pm 1,88L \times 100+2$
	200.00 mH	0.01 mH	$\pm(0,3\%+2)$	$\pm 0,003$	$\pm 0,17^\circ$	$\pm 1,88L \times 100+2$
	2000.0 mH	0.1 mH	$\pm(0,3\%+2)$	$\pm 0,003$	$\pm 0,17^\circ$	$\pm 1,88L \times 100+2$
	20.000 H	1 mH	$\pm(0,3\%+2)$	$\pm 0,003$	$\pm 0,17^\circ$	$\pm 1,88L \times 100+2$
	200.00 H	0.01 H	$\pm(0,5\%+3)$	$\pm 0,005$	$\pm 0,29^\circ$	$\pm 3,14L \times 100+3$
	2000.0 H	0.1 H	$\pm(1,0\%+5)$	$\pm 0,010$	$\pm 0,57^\circ$	$\pm 6,28L \times 100+5$
	20.000 kH	0.001 kH	$\pm(1,0\%+5)$	$\pm 0,010$	$\pm 0,57^\circ$	$\pm 6,28L \times 100+5$
1 kHz	2000.0 $\mu$ H	0.1 $\mu$ H	$\pm(0,3\%+2)$	$\pm 0,003$	$\pm 0,17^\circ$	$\pm 1,88L \times 101+2$
	20.000 mH	1 $\mu$ H	$\pm(0,3\%+2)$	$\pm 0,003$	$\pm 0,17^\circ$	$\pm 1,88L \times 101+2$
	200.00 mH	0.01 mH	$\pm(0,3\%+2)$	$\pm 0,003$	$\pm 0,17^\circ$	$\pm 1,88L \times 101+2$
	2000.0 mH	0.1 mH	$\pm(0,3\%+2)$	$\pm 0,003$	$\pm 0,17^\circ$	$\pm 1,88L \times 101+2$
	20.000 H	1 mH	$\pm(0,5\%+3)$	$\pm 0,005$	$\pm 0,29^\circ$	$\pm 3,14L \times 101+3$
	200.00 H	0.01 H	$\pm(1,0\%+5)$	$\pm 0,010$	$\pm 0,57^\circ$	$\pm 6,28L \times 101+5$
	2000.0 H	0.1 H	$\pm(1,0\%+5)$	$\pm 0,010$	$\pm 0,57^\circ$	$\pm 6,28L \times 101+5$

Die im Kalibrator synthetisierte Kapazität bestimmt die erreichbare Präzision:

- Im Prozent-Bereich
- Kalibrier-Unsicherheit Bruchteile eines Prozents
- Zulässige Spannung kleiner als 3 V
- Maximale Frequenz teilweise unter 1 Hz

⇒ Folglich muss ein Kapazitäts-Normal als Ausgangspunkt verwendet werden

- Wohldefiniert Kapazität unabhängig von Erdkapazitäten
- Dreipoliger oder Vier-Tor Anschluss
- Hinreichend hohe Betriebsspannungen möglich
- Frequenzbereich bis einige kHz mit bekannter Abhängigkeit



## Modifizierter Gyrator zum Betrieb mit Kapazitätsnormalen:

- Vier-Tor Anschluss des Kapazitätsnormals  
Low-Anschlüsse liegen auf virtueller Masse  
Gehäusekapazitäten werden ausgeblendet
- Vier-Tor Anschluss der Induktivität,  
auch zweipolig nutzbar
- Frequenzbereich bis zu einigen kHz

$$G^{-2} = R_1 \cdot R_2$$

## Die sythetisierte Induktivität besitzt

- eine hohe Resonanzfrequenz durch geringe Streukapazitäten
- eine Spannungs-Aussteuerbarkeit bis zu 8,5 V mit  $\pm 15$  V Versorgung
- eine durch  $R_1$  und  $R_2$  wählbare Strom-Aussteuerbarkeit bis zu mehreren zehn mA
- einen vernachlässigbar geringen Serienwiderstand
- eine Unsicherheit, die im Wesentlichen von dem Kapazitätsnormal bestimmt wird

## Nachteile:

- Erdkapazitäten beeinträchtigen die Stabilität  $\Rightarrow$  keine langen Leitungen zulässig
- Einige Messgeräte benötigen einen größeren Serienwiderstand

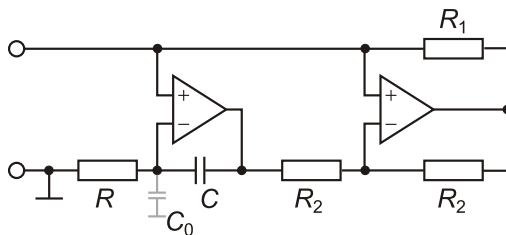
## Erweiterungspotenzial:

- Multiplizierende DAUs anstelle von  $R_1$  und/oder  $R_2 \Rightarrow$  einstellbares  $G^{-2}$



## Elektronisches Induktivitätsnormal

- Geeignet für mittlere bis große Induktivitätswerte (Milli-Henry bis Henry)
- Kleines Volumen:  $< 50 \text{ cm}^3$  verglichen mit fast 6 Litern für Toroid-Spulen
- Einfachere Thermostatisierung ermöglicht längere Batterie-Lebensdauer beim Transport
- Integrierter SMD-Chip-Kondensator mit geringer Erdkapazität  $C_0$



$$L = C \cdot R \cdot R_1$$

## **Vorteile:**

- Sehr hohe Induktivitätswerte erreichbar
- Kleine Baugröße, geringe Masse, einfache Thermostatisierung, unkomplizierter Transport
- Geeignet (nur) für niedrige Frequenzen
- Unsicherheit hauptsächlich vom verwendeten Kapazitäts-Normal abhängig
- Multifunktions-Kalibratoren für automatische Induktivitäts-Kalibrierungen
- Reihenwiderstand sehr viel kleiner als bei Spulen ( $\ll 1 \Omega$ )

# Hohe Induktivitätswerte bei kleiner Baugröße?

*Kein Problem mit Gyratoren!*



**Physikalisch-Technische Bundesanstalt  
Braunschweig und Berlin**

Bundesallee 100  
38116 Braunschweig

Dr. Torsten Funck

Telefon: +49 (0)531 592-2130

E-Mail: [torsten.funck@ptb.de](mailto:torsten.funck@ptb.de)

[www.ptb.de](http://www.ptb.de)

**Diese Präsentation  
wurde ausschließlich  
mit freier und  
quelloffener Software  
erstellt.**