

JUNGE

wissenschaft

JungforscherInnen publizieren
online | *peer reviewed* | original

Verlag:
Physikalisch-
Technische
Bundesanstalt



Physik

Magische Flugbahn

Physikalische Untersuchungen
eines Doppelbechers

Um zwei am Boden zusammengeklebte Becher wird ein Gummiband gewickelt. Damit ist es möglich, den Doppelbecher nach vorne abzuschießen. Die Flugbahn, die sich dabei ergibt, weicht von der üblichen Wurfparabel ab. Ursache hierfür ist der Magnuseffekt. Mit Hilfe einer Videoanalyse und einer Computersimulation wurde die Flugbahn praktisch und theoretisch analysiert.

DER JUNGFORSCHER



Simon Hillebrandt (1999)

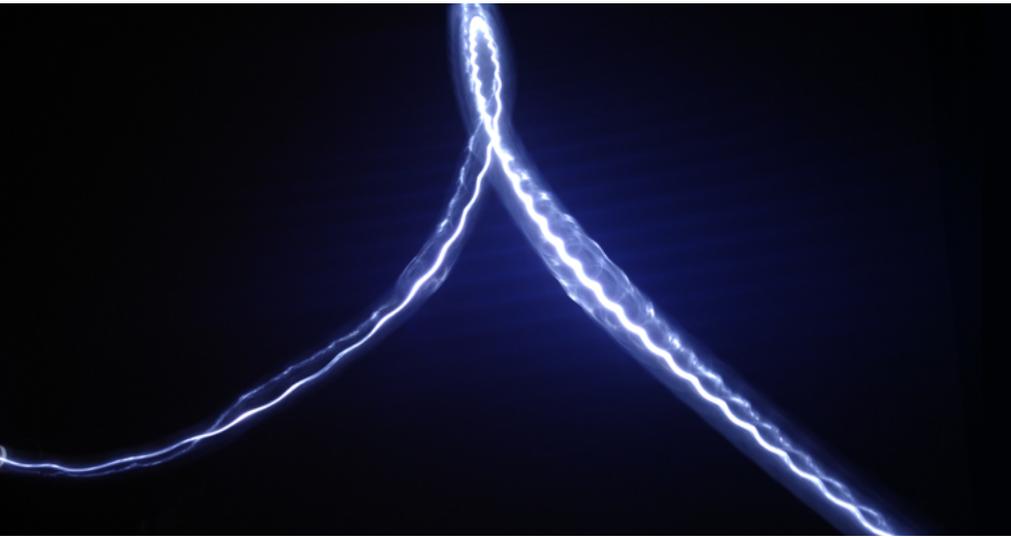
Gymnasium St. Mauritz,
48155 Münster

Eingang der Arbeit:

24.10.2018

Arbeit angenommen:

7.1.2019



Magische Flugbahn

Physikalische Untersuchungen eines Doppelbeckers

1. Einleitung

Im YouTube-Video von Bruce Yeany [1] wird ein „kinderleichtes“ Experiment vorgeführt, das mich sofort fasziniert hat. Yeany klebt zwei Plastikbecher am Boden zusammen und wickelt ein Gummiband darum. Zieht er das Gummiband stramm und lässt los, dann fliegt der Doppelbecher eine sehr interessante Flugbahn.

Ziel dieser Arbeit ist es, sowohl mit theoretischen als auch mit praktischen Methoden die Flugbahn zu analysieren und zu verstehen, warum der Doppelbecher so fliegt, wie er es tut.

2. Theoretische Betrachtungen

Während der Doppelbecher fliegt, wirken drei verschiedene Kräfte auf ihn ein [2]: die Reibungskraft, die Gewichtskraft und die Magnuskraft. Am Anfang ist die Magnuskraft von allen am größten und lässt den Doppelbecher dadurch steigen. Gleichzeitig wirkt die Gravitationskraft nach unten und verlangsamt so den Steigflug. Es kommt zu einem Hochpunkt der Bahn und der Doppelbecher beschreibt anschließend eine nach unten gerichtete Flugbahn. Im Experiment konnte ich die Flughöhe und Flugweite als auch die Winkelgeschwindigkeit messen.

2.1 Die Kräfte

Die Gewichtskraft lässt sich mit $F_G = m \cdot g$ berechnen, wobei m die Masse des Doppelbeckers ist und $g = 9,81 \frac{m}{s^2}$ die Erdbeschleunigung.

Nach Newton gilt für die Reibungskraft

$$F_{Reib} = C \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot A \quad (1)$$

A ist die Querschnittsfläche, C eine Konstante für einen angeströmten Zylinder und ρ die Dichte der Luft.

Das Free-Body-Diagramm (siehe Abb. 1) zeigt die auf den Doppelbecher wirkenden Kräfte. Die Geschwindigkeit zeigt in die Bewegungsrichtung, die Gewichtskraft zeigt nach unten in Richtung Erdboden, die Reibungskraft wirkt antiparallel zur Bewegungsrichtung und die Magnus-Kraft F_{Magnus} wirkt orthogonal zur Bewegungsrichtung nach oben.

2.2 Der Magnus-Effekt und die Bernoulli-Gleichung

Der sogenannte Magnus-Effekt beschreibt die Querkraftwirkung, die senkrecht zur Rotationsachse und senkrecht zur Anströmrichtung auf einen rotierenden Körper wirkt, der eine Strömung erfährt. Mithilfe dieses physikalischen Effektes kann man viele alltäg-

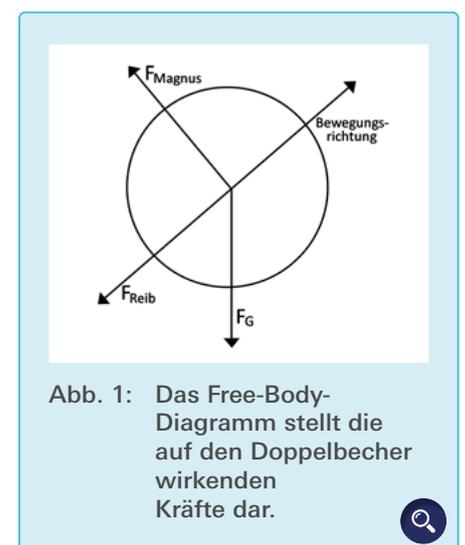


Abb. 1: Das Free-Body-Diagramm stellt die auf den Doppelbecher wirkenden Kräfte dar.

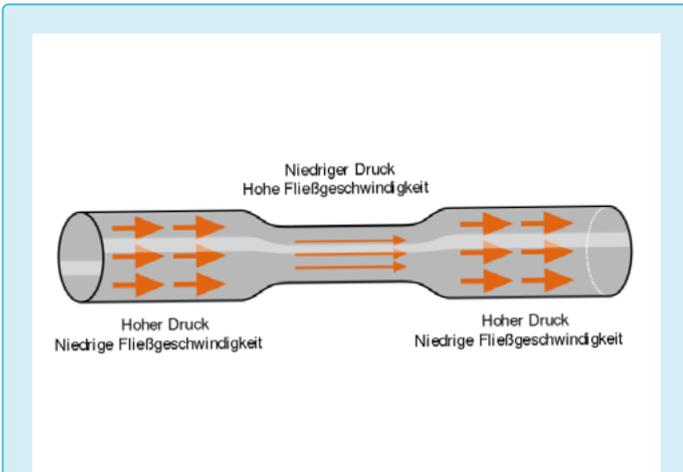


Abb. 2: Ein Rohr mit einer Engstelle stellt das Verhalten eines Fluides gemäß der Bernoulli-Gleichung da. [3]

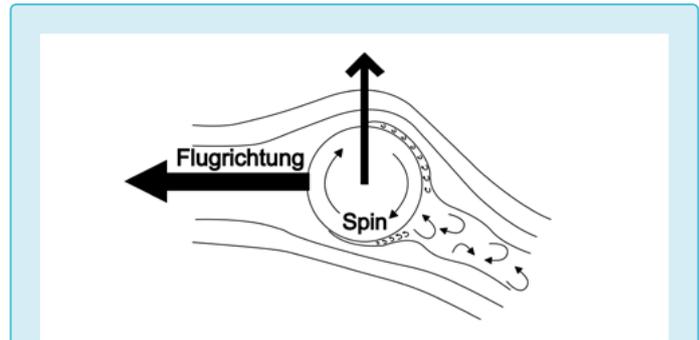


Abb. 3: Das Bild zeigt einen von rechts nach links fliegenden Doppelbecher, der sich im Uhrzeigersinn dreht. Aus dieser Drehbewegung ergibt sich eine Kraft nach oben. Die Luft strömt oben und unten an dem Doppelbecher vorbei und es bilden sich hinter dem Doppelbecher Turbulenzen, die ich allerdings nicht weiter betrachtet habe. (nach [2])

liche Vorgänge beschreiben, wie zum Beispiel eine „Bananenflanke“ im Fußball oder den „Curveball“ beim Baseball.

Die Bernoulli-Gleichung von Giovanni Venturi und Daniel Bernoulli sagt aus, dass dort, wo ein geringer Druck herrscht, eine hohe Fließgeschwindigkeit des Mediums Luft ist. (siehe Abb. 2).

In Abb. 3 ist der Doppelbecher von der Seite zu sehen. In der konventionellen Erklärung des Auftriebs wird argumentiert, dass aufgrund von Reibung die Luftmoleküle oberhalb des Doppelbechers langsamer als unterhalb sind. Nach der Bernoulli-Gleichung ist somit die Druckverteilung auch nicht mehr homogen, sondern inhomogen mit einem Unterdruck oberhalb des Doppelbechers und einem höheren Druck unterhalb. In [5] wird darauf hingewiesen, dass diese Erklärung Ursache und Wirkung vertauscht. Stattdessen gilt: Adhäsionskräfte und innere Reibung führen dazu, dass die Luft vom Doppelbecher nach unten abgelenkt wird. Damit ergibt sich die Auftriebskraft als reactio gemäß des dritten Newton'schen Gesetzes. Wie diese Kraft auf den Doppelbecher übertragen wird, wie es also zur Entstehung des Unterdrucks auf der Oberseite und zur Entstehung des

Überdrucks auf der Unterseite kommt, das kann in [5] nachgelesen werden.

Wenn Δp die Druckdifferenz zwischen der Ober- und Unterseite ist und A die Mantelfläche der rotierenden Doppelbecher, dann gilt nach Bernoulli $F_{Magnus} = \Delta p \cdot A$, wobei F die Kraft ist, die den Doppelbecher im Flug nach oben drückt. Es gilt: „Die Auftriebskraft, die der Zylinder erfährt, ist der Winkelgeschwindigkeit ω des Zylinders und der Strömungsgeschwindigkeit v der Luft proportional.“ A ist die Mantelfläche des Zylinders mit $A = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot l$ und für Druckdifferenz ergibt sich beim Magnuseffekt $\Delta p = 2 \cdot \rho \cdot \omega \cdot r \cdot v$

$$F_{Magnus} = 4 \cdot \rho \cdot \pi \cdot r^2 \cdot l \cdot \omega \cdot v \quad (2)$$

Dabei steht r für den Radius des Zylinders, l für seine Länge, ρ steht für die Luftdichte, ω ist die Winkelgeschwindigkeit des Doppelbechers, welche sich mithilfe des Satz' des Pythagoras aus den Geschwindigkeiten in x - und y -Richtung ergeben. [4] Da der Doppelbecher kein idealer Zylinder ist, habe ich den Mittelwert aus dem größten und dem kleinsten Radius gebildet.

3. Versuchsaufbau

Der Versuchsaufbau ist denkbar einfach: Man nimmt zwei gleich große Becher, hält diese am Boden zusammen und klebt mit einem Streifen Klebeband die Becher zu einem Doppelbecher fest zusammen (siehe Abb. 4).

Nun nimmt man sich zwei etwa 0,2 m lange Gummibänder und verknötet sie mit einem einfachen Knoten, sodass daraus ein langes Gummiband wird. Um den Doppelbecher fliegen zu lassen, muss man das Gummi zweimal um die Mitte wickeln, dann das eine Ende strammziehen und dabei den Doppelbecher oberhalb der Gummis halten. Wenn man jetzt den Doppelbecher lässt, wird er durch die Gummibänder



Abb. 4: Beispiel für einen Doppelbecher

nach vorne katapultiert und der Doppelbecher dreht sich: Es entsteht eine Flugkurve, die im Folgenden „Becherkurve“ genannt wird.

Um die Flugbahn sichtbar zu machen, wurde eine kleine LED-Lampe in einen der Doppelbecher geklebt und eine Langzeitbelichtungsaufnahme vor einer Wand mit einem Koordinatensystem gemacht (siehe Abb. 5). Auf Abb. 6 sieht man die entstehende Flugbahn des Doppelbeckers. Am Anfang fliegt er schnell und steigt an. Dann wird er immer langsamer, bis er in seinem höchsten Punkt für eine kurze Zeit stillzustehen scheint, sich aber weiterdreht. Anschließend fällt er erst steil und dann in einer Kurve nach unten.

Nach den ersten Versuchen fiel auf, dass es nicht so einfach ist, den Doppelbecher so fliegen zu lassen, dass er sich nicht zur Seite wendet. Dies passierte vor allem, wenn die Becher an den Öffnungen zusammengeklebt waren. Um eine brauchbare Flugbahn zu erhalten, ist es zudem wichtig, das Gummiband exakt um die Mitte zu wickeln.

Nachdem die ersten Videos der Flüge gesichtet wurden, wurde klar, dass es schwierig sein würde, diese auszuwerten. Dadurch, dass die Kamera nah am Geschehen stand, gab es eine Perspek-

Tab. 1: Geometrische Daten der verwendeten Doppelbecher für die Vorversuche

	Höhe in cm	Öffnungsdurchmesser in cm	Gesamtgewicht in g
Doppelbecher 1	24	8,5	24
Doppelbecher 2	22	7,5	18
Doppelbecher 3	20	7,0	12

tivverschiebung zwischen der Wand, dem Doppelbecher und der Kamera, weil der Doppelbecher etwa 30 cm vor der Wand entlang geflogen war. Dies führte zu einer Verzerrung. Ein weiterer Fehler, der hingenommen werden musste, war, dass die Gummis nach jedem Abschuss nicht mehr die gleiche Kraft bei gleicher Verlängerung aufbringen konnten, weil sie immer weiter gedehnt wurden. Diese beiden Fehler durchziehen die Messreihe, allerdings kann dies nicht verhindert werden. Zur besseren Standardisierung des Abschussvorgangs wäre die Verwendung einer einfachen Abschussvorrichtung denkbar.

4. Versuche mit unterschiedlichen Doppelbechern

Insgesamt wurden drei Doppelbecher mit drei unterschiedlichen Bechern zusammengeklebt (siehe Tab. 1) Jeder Doppelbecher wurde mit drei Gummibändern mit unterschiedlicher Spannkraft (8, 10 und 15 N) viermal fliegen gelassen. Als Ergebnis lagen nun 36 Videoaufnahmen mit Becherkurven vor.

4.1 Typische Becherkurven

Bei unterschiedlichen Abschuss- und Drehgeschwindigkeiten des Doppelbeckers kann man im Realexperiment unterschiedliche Doppelbecherkurven beobachten. Die Abbildungen 7 bis 9 zeigen typische Doppelbecherkurven sowohl die Langzeitbelichtungsaufnahmen als auch die Simulationen, die mit dem Simulationsprogramm (siehe Kap. 7) berechnet wurden. Bei den Simulationen ist der Punktabstand ein Maß für die Geschwindigkeit des Doppelbeckers: Großer Abstand bedeutet große Geschwindigkeit und kleiner Abstand bedeutet kleine Geschwindigkeit.

4.1.1 Die flache Becherkurve

Bei der flachen Doppelbecherkurve (Abb. 7) fliegt der Doppelbecher einen leichten Anstieg, bevor er wieder sinkt. Die Flugbahn kommt zustande, wenn

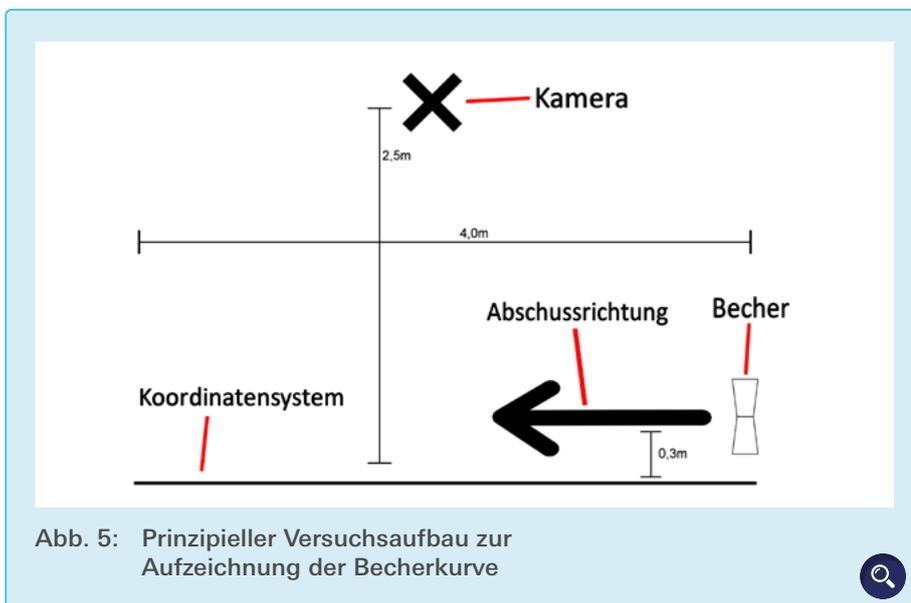


Abb. 5: Prinzipieller Versuchsaufbau zur Aufzeichnung der Becherkurve



Abb. 6: Langzeitbelichtungsaufnahme vom Doppelbecherflug

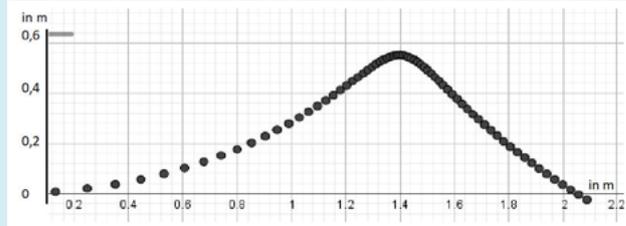


Abb. 7: Flache Flugkurve des Doppelbechers
Oben: Langzeitbelichtungsaufnahme
Unten: Simulation



man das Gummiband nicht so stramm um den Doppelbecher herumwickelt.

Erklärung: Die Winkelgeschwindigkeit ist zu gering, als dass sie eine so große Magnuskraft generieren könnte, welche den Doppelbecher stärker nach oben zieht. Im Hochpunkt überwiegt die Gewichtskraft und der Doppelbecher durchfliegt den Hochpunkt in einer relativ flachen Kurve.

4.1.2 Die spitze Becherkurve

Diese Flugbahn (Abb. 8) kommt zustande, wenn man das Gummi etwas stram-

mer aufwickelt und den Doppelbecher stärker zurückzieht, bevor man ihn loslässt. Der Doppelbecher steigt steiler an und scheint in der Spitze kurz stehen zu bleiben, bevor er in einer Kurve herunterfällt.

Erklärung: Mit fortlaufender Zeit wird die Magnuskraft immer kleiner, bis sie im Hochpunkt nicht mehr existiert, weil der Doppelbecher keine Geschwindigkeit mehr hat (Formel 2). Dann fällt der Doppelbecher wegen der Gewichtskraft herunter und macht wegen der noch vorhandenen Rotation einen kurvenartigen Abgang.

4.1.3 Die Becherkurve mit Looping

Wenn man das Gummiband sehr stramm um den Doppelbecher wickelt und es auch beim Abschuss weit spannt, dann fliegt der Doppelbecher noch steiler nach oben und durchfliegt einen Looping (Abb. 9).

Erklärung: Die Geschwindigkeit und die daraus resultierende Magnuskraft sind so groß, dass der Doppelbecher den Looping fliegt. Dadurch, dass die Magnuskraft orthogonal auf der Bewegungsrichtung steht und der Doppelbecher senkrecht nach oben fliegt,

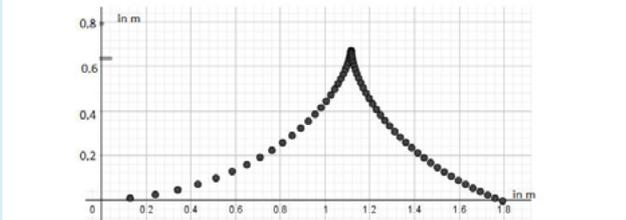


Abb. 8: Spitze Flugkurve des Doppelbechers
Oben: Langzeitbelichtungsaufnahme
Unten: Simulation

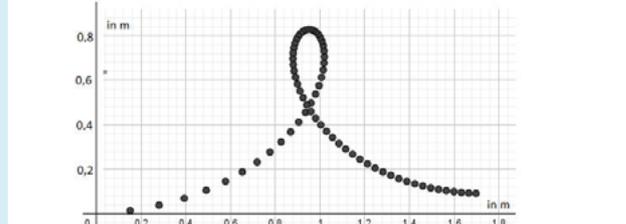


Abb. 9: Flugbahn mit Looping (Simulation)



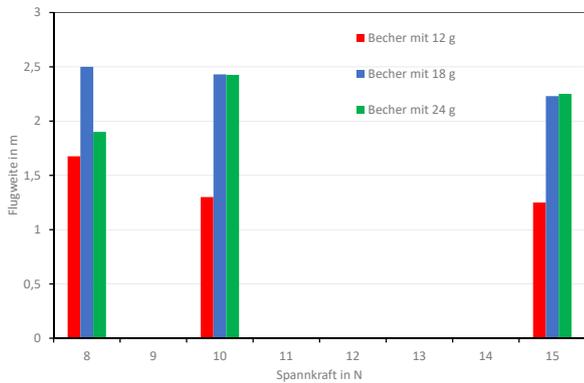


Abb. 10: Flugweiten der Doppelbecher bei verschiedenen Spannkraften

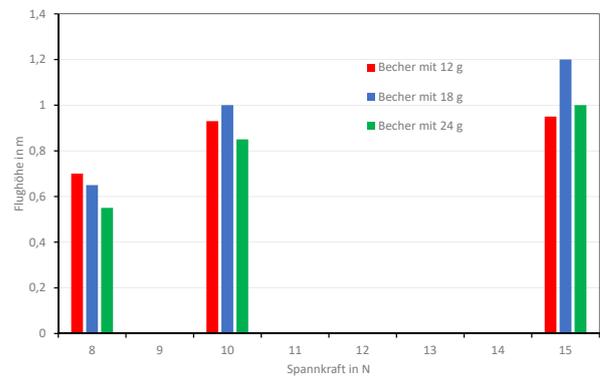


Abb. 11: Flughöhen der Doppelbecher bei verschiedenen Spannkraften

wirkt die Magnuskraft so, dass er einen Looping fliegt. Im Looping wird die Magnuskraft wegen der kleineren Geschwindigkeit kleiner.

4.2 Einflüsse auf die Becherkurve

4.2.1 Flugweite

Abb. 10 zeigt die Flugweite der drei verschiedenen Doppelbecher in Abhängigkeit der drei Spannkraften im Vergleich. Die Flugweite wurde als Mittelwert aus den vier Wiederholungsversuchen ermittelt. Die Flugweite nimmt mit stärkerer Spannkraft bei den beiden leichteren Doppelbechern ab. Nur der schwerste Doppelbecher fliegt mit steigender Spannkraft weiter.

4.2.2 Flughöhe

Die Höhe wurde von der x-Achse des eingezeichneten Koordinatensystems aus gemessen. Alle drei Doppelbecher fliegen mit größerer Spannkraft höher. Bis zu 1,2 m erreichen sie nach dem Abschießen (siehe Abb. 11). Die Doppel-

becher drehen sich schneller und die Magnuskraft wird größer, wodurch sie höher fliegen können.

4.2.3 Auswertung der Versuchsreihe

Offenbar gibt es für die erreichbaren Flughöhen bzw. Flugweiten eines Doppelbechers Ober- und Untergrenzen. Der größte und schwerste Doppelbecher liegt am Rande dieser Grenzen, trotzdem habe ich ihn in Kapitel 5 benutzt, weil er am stabilsten geflogen ist und die verlässlichsten Ergebnisse geliefert hat.

Wie in Abb. 10 zu sehen, nimmt die Flugweite des 18 g schweren Doppelbecher liegt am Rande dieser Grenzen. Diesen habe ich ihn in Kapitel 5 benutzt, auch weil er am stabilsten geflogen ist und die verlässlichsten Ergebnisse geliefert hat.

Zusammenfassend kann man also festhalten: Je größer die Kraft ist, desto höher, aber nicht unbedingt länger, ist die Flugbahn.

5. Detailanalyse einer Becherkurve

5.1 Versuchsdurchführung

Für diese Untersuchungen wurde der Doppelbecher 1 mit den folgenden Maßen verwendet: Höhe 24 cm, Durchmesser an den Öffnungen 8,5 cm, Durchmesser in der Mitte 6,7 cm. Das Gewicht betrug 24 g.

Durch die gegebene Form der Becher ist der Doppelbecher kein Zylinder. In der Mitte entsteht eine Taille. Diese von einem Zylinder abweichende Geometrie hat physikalische Konsequenzen: Die Bahngeschwindigkeit der Punkte auf der Doppelbecheroberfläche ist nicht konstant, sondern abhängig vom Abstand zur Mitte. Je weiter weg der Punkt von der Mitte ist, desto größer ist die Geschwindigkeit. Zur Berechnung der Reibungskraft habe ich diesen Geometriefaktor nicht berücksichtigt.

Bei allen Versuchen wurde mit 15 N Spannkraft gezogen, um den Doppelbecher zu starten.

Um den Betrag der Geschwindigkeit und die Winkelgeschwindigkeit zu messen, wurde der Flug des Doppelbechers mit der Exilim F1 Kamera von Casio aufgenommen. Die Bildrate betrug

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\text{Anzahl der Bilder für eine ganze Umdrehung} \cdot \frac{1}{600} \text{ s}}$$

Formel (a)

600 Bilder pro Sekunde. Für die Videoanalyse wurde wieder der Versuchsaufbau aus Abb. 5 verwendet.

Die Auswertung der Videos erfolgte mit der Videoanalysesoftware Measure Dynamics von Phywe. Dafür wurde der Doppelbecher virtuell mit einem roten Quadrat versehen, damit das Programm diesen erkennt.

Für die Ermittlung der Winkelgeschwindigkeit des Doppelbeckers während des Fluges habe ich einen schwarzen Strich auf den Doppelbecherboden gemacht und den Doppelbecher fliegen lassen. Mithilfe des Programmes Measure Dynamics konnte ich dann Bild für Bild durch die Aufnahme klicken, die Anzahl der Bilder für eine 180°-Drehung des Doppelbeckers zählen und daraus die Winkelgeschwindigkeit ω berechnen.

Beispiel: Der Becher hat für eine 180°-Drehung 18 Bilder benötigt, für eine ganze Drehung also 36 Bilder. Da der zeitliche Abstand der Bilder 1/600 s beträgt, ergibt sich für die Zeit T für einen Umdrehung $36 \cdot 1/600$ s. Für die Winkelgeschwindigkeit ω gilt also allgemein:

Siehe Formel (a)

Der Betrag der Geschwindigkeit wurde mithilfe des Satz' des Pythagoras errechnet:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \quad (3)$$

5.2 Ergebnisse

Die Abb. 12 bis 14 zeigen die Messergebnisse. Durch eine sehr große Datenpunkanzahl ergeben sich charakteristische Punktwolken und keine klaren Kurven. Alle Abbildungen zeigen breite Streifen statt Linien, dies liegt an der hohen Anzahl streuender Datenpunkte. Trotzdem kann man in den Darstellungen einen Trend ablesen.

Abbildung 12 zeigt den Betrag der Geschwindigkeit des Doppelbeckers als Funktion der Zeit. Man erkennt von Beginn an bis $t = 0,6$ s einen fallenden Trend der Messwerte. Im Bereich des Umkehrpunktes ($t = 0,8$ bis 1 s) dagegen ist die Geschwindigkeit nahezu konstant und am kleinsten. Dies passt sehr gut zu den hellen Stellen bei den Fotos mit Langzeitbelichtung. Die Reibungskraft bremst den Doppelbecher stark ab. Sie ist proportional zu v^2 .

Die Winkelgeschwindigkeit ω als Funktion der Zeit ist in Abb. 13 dargestellt. ω nimmt nur leicht ab. Die Rotationsbewegung des Doppelbeckers wird also nur schwach von der Reibungskraft abgebremst. Deshalb habe ich bei meiner Simulation mit konstantem ω gerechnet.

Nach Gleichung 2 ist die Magnuskraft proportional zu $(\omega \cdot v)$. Daher ist in Abb. 14 $(\omega \cdot v)$ in Abhängigkeit der Zeit aufgetragen. Die Magnuskraft wird mit der Zeit immer kleiner, weil die Geschwindigkeit v immer kleiner wird, aber die Winkelgeschwindigkeit ungefähr gleichbleibt.

Die Messwerte lassen sich nicht genau ablesen, allerdings ist erkennbar, dass

$\omega \cdot v$ im Bereich des Hochpunktes nahezu 0 wird. Der rotierende Doppelbecher beginnt im Hochpunkt eine Fallbewegung. Die Magnuskraft, welche senkrecht auf der Luftgeschwindigkeit \vec{v} und $\vec{\omega}$ steht, beschleunigt den Doppelbecher in die positive x-Richtung. Dadurch entsteht die charakteristische abfallende Bahnkurve.

Um einen Vergleich zwischen der Reibungskraft und der Magnuskraft zu haben, habe ich für einen Zeitpunkt beide Kräfte ausgerechnet. Bei $t = 0,3$ s bewegt sich der Doppelbecher mit $v = 1,204$ m/s (mit Gl. 3 berechnet). Seine Winkelgeschwindigkeit beträgt 105 s^{-1} und der mittlere Radius 0,075 m. Damit ergeben sich 2,1 N für die Magnuskraft und 0,01 N für die Reibungskraft. Also ist die Magnuskraft deutlich größer als die Reibungskraft.

6. Experimentelle Bestimmung der Magnuskraft

Um für die Simulation nicht auf eine Rechnung angewiesen zu sein, habe ich die Magnuskraft direkt gemessen. Dafür habe ich in einem vereinfachten Windkanal den Flug nachgestellt.

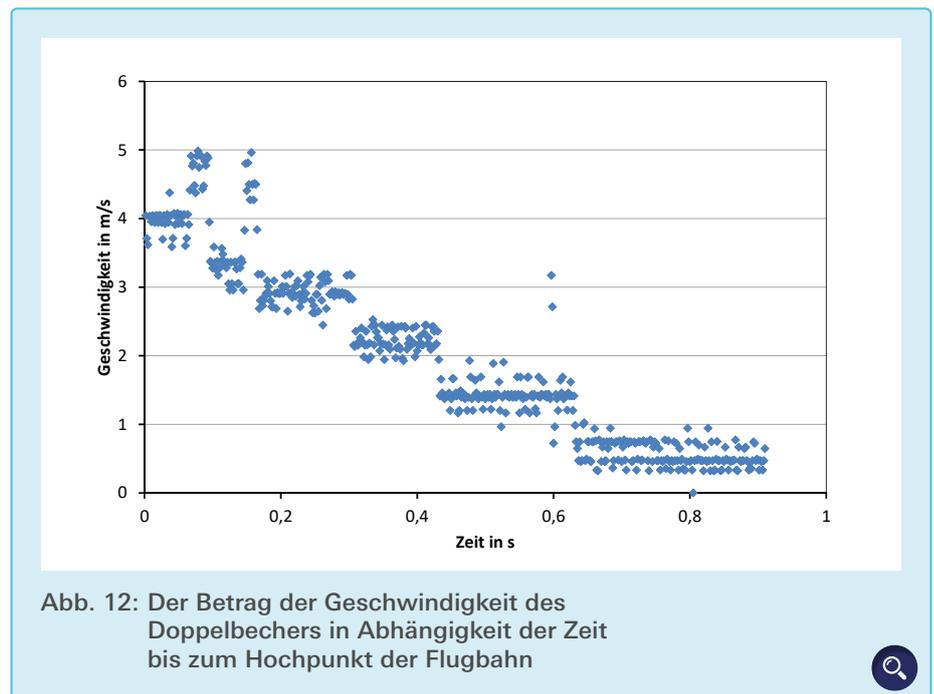


Abb. 12: Der Betrag der Geschwindigkeit des Doppelbeckers in Abhängigkeit der Zeit bis zum Hochpunkt der Flugbahn

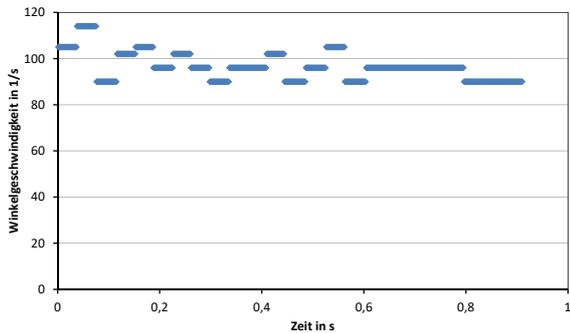


Abb. 13: Die Winkelgeschwindigkeit des Doppelbeckers gegenüber der Zeit auf der y-Achse aufgetragen

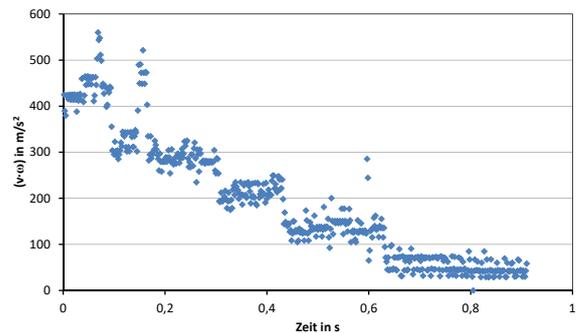


Abb. 14: Qualitativer Verlauf der Magnuskraft in Abhängigkeit der Zeit bis zum Hochpunkt der Flugbahn

6.1 Versuchsaufbau zur Messung der Magnuskraft

Der Doppelbecher wurde auf einer Stan-ge befestigt und diese mithilfe eines regelbaren Motors zum Drehen gebracht. Im Abstand von etwa 15 cm stand ein Ventilator, der einen Luftstrom erzeugt hat. Der sich drehende Doppelbecher stand auf einer Waage, die ich vor jeder Messung auf Null gestellt habe (siehe Abb. 15). Wurden der Motor und der Ventilator eingeschaltet, zeigte die Waage einen negativen Wert an. Dies ist darauf zurückzuführen, dass die Magnuskraft den Doppelbecher nach oben zieht.

Mein Versuchsaufbau inklusive Motor wiegt 115 g. Ich habe extra leichtes Balsaholz verwendet, um innerhalb des Messbereiches der Waage eine möglichst große Kraft messen zu können. In einem zweiten Schritt habe ich die glatte Oberfläche mit Schleifpapier bearbeitet, um noch mehr Reibung zu erzeugen. Ich habe mir durch die raue Oberfläche eine noch größere Magnuskraft erhofft.

6.2 Vorgehen

Mithilfe eines berührungslosen Drehzahlmessers wurden die Umdrehungen des Doppelbeckers in Abhängigkeit der Motorspannung gemessen. Bei einer Spannung von 3 V hat sich der Dop-

pelbecher 14 mal pro Sekunde gedreht, bei 6 V 32,5 mal pro Sekunde und bei 9 V 45,1 mal pro Sekunde. Der Ventilator erzeugt Windgeschwindigkeiten von 2 m/s und 5 m/s. Diese liegen genau in dem Bereich, in dem die Doppelbecher abgeschossen wurden.

Bei jeder Spannung wurde die Kraft dreimal pro Windgeschwindigkeit gemessen und dann der Mittelwert gebildet. Die Versuche wurden für die raue und die glatte Oberfläche durchgeführt.

Da ich einen Ventilator verwendet habe,

konnte ich nicht überall am Doppelbecher die gleiche Windgeschwindigkeit erzeugen, weil weiter außen am Rotor eine höhere Windgeschwindigkeit erzeugt wurde als in der Mitte. Da die Unterschiede nicht sehr groß waren, habe ich diese vernachlässigt.

Bereits bei 3 V erzeugte der Motor eine höhere Drehzahl des Doppelbeckers, als der Doppelbecher im Flugversuch mit dem Gummiband je erreicht hatte. Also konnte ich die Werte nicht direkt miteinander vergleichen, sondern nur deren Veränderung, wenn man ei-

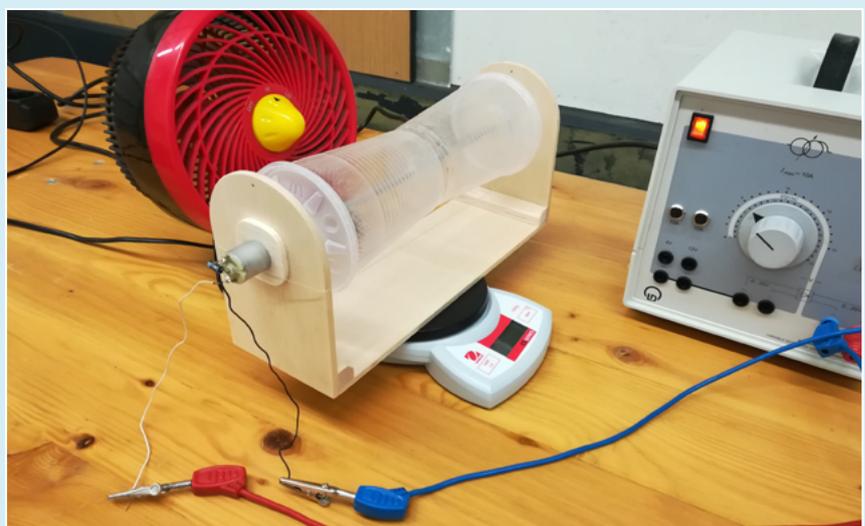


Abb. 15: Versuchsaufbau zur Messung der Magnuskraft: Links steht der Ventilator, in der Mitte der Doppelbecher auf der Waage und rechts der Trafo, um die Drehzahl des Motors regulieren zu können

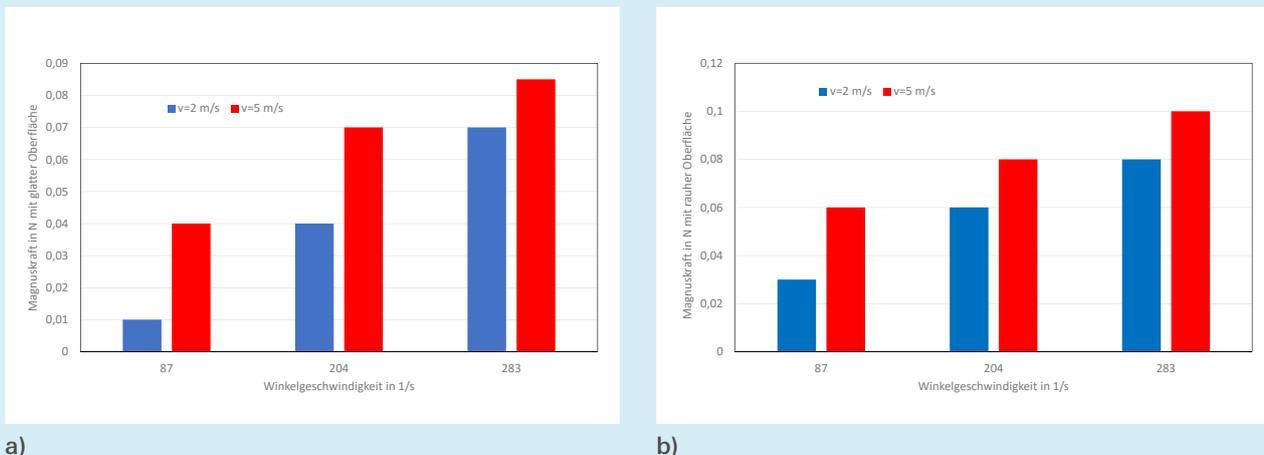


Abb. 16: Gemessene Magnuskraft in Abhängigkeit der Winkelgeschwindigkeit und der Windgeschwindigkeit bei glatter (a) und rauher (b) Oberfläche



nen Faktor wie die Windgeschwindigkeit veränderte. Eine geringere Drehzahl war nicht möglich, weil sonst die Reibung der Achse in ihren Aufhängungen zu groß gewesen wäre und der Motor zu wenig Kraft gehabt hätte, um den Doppelbecher zu drehen.

Bei der Durchführung der Versuche trat das Problem auf, dass der Ventilator den Doppelbecher von der Waage pustete. Dies wird durch eine leichte, baulich verschuldete Unwucht verstärkt, weshalb ich ein Stück Holz auf der Waage befestigt habe, sodass der Versuchsaufbau nicht mehr herunterfiel.

6.3 Ergebnis

Abb. 16 zeigt die gemessene Magnuskraft in Abhängigkeit der Winkelgeschwindigkeit. Wie zu erwarten steigt die Magnuskraft mit der Winkelgeschwindigkeit und der Windgeschwindigkeit an. Beim Doppelbecher mit der glatten Oberfläche ist die Magnuskraft insgesamt kleiner als beim Doppelbecher mit der rauhen Oberfläche.

7. Simulation der Becherkurve

Die Simulation erfolgte mit dem Mathematikprogramm GeoGebra. Gerechnet wurde nach dem Euler-Verfahren:

Dabei wurde in jedem Schritt die Beschleunigung, die Geschwindigkeit und der Ort des Doppelbeckers sowohl in x- als auch in y-Richtung berechnet:

Die in Kapitel 2.1 beschriebenen drei Kräfte auf den Doppelbecher müssen in der Simulation berücksichtigt werden.

Gewichtskraft:

$$F_G = m \cdot g$$

Reibungskraft:

$$F_{\text{Reib}} = C \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot A$$

Hier lassen sich die Geschwindigkeit v , die Querschnittsfläche A und die Konstante C für einen angeströmten Zylinder verändern.

Magnuskraft:

$$F_{\text{Magnus}} = 4 \cdot \rho \cdot \pi \cdot r^2 \cdot l \cdot \omega \cdot v$$

Die Länge l des Doppelbeckers und die Geschwindigkeit v werden synchron mit denen bei der Reibungskraft variiert. Es besteht noch die Möglichkeit, die Winkelgeschwindigkeit künstlich zu verändern.

Geschwindigkeit

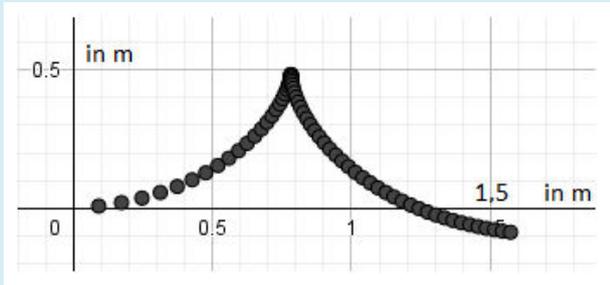
$$v_x = v_0 + a_x \cdot \Delta t ; v_y = v_0 + a_y \cdot \Delta t$$

Formel (I)

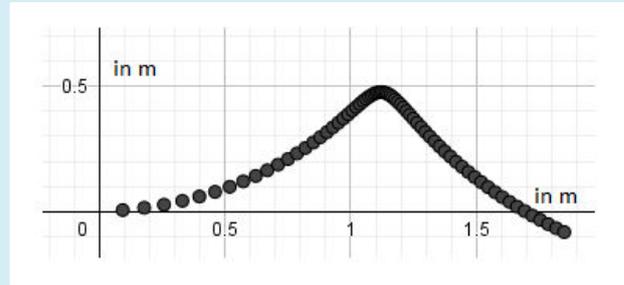
Ort

$$s_{x1} = s_{x0} + v_x \cdot t ; s_{y1} = s_{y0} + v_y \cdot t$$

Formel (II)



a)



b)

Abb. 17: Simulation der Becherkurve a) mit geringer Masse b) mit höherer Masse des Doppelbechers bei sonst gleichen Bedingungen



Beschleunigung:

$$a_x = \frac{F_x}{m}; a_y = \frac{F_y}{m}$$

F_x und F_y ergeben sich aus der Summe der 3 Kräfte, die auf den Doppelbecher in die x-Richtung und y-Richtung wirken. Dabei wirkt die Gewichtskraft immer nur in y-Richtung.

Geschwindigkeit: Siehe Formel (I)

Ort: Siehe Formel (II)

Damit die Simulation nicht zu schwierig wird, habe ich ein paar Vereinfachungen angenommen. Zum Beispiel, dass der Doppelbecher ein Zylinder ist und dieser immer mit konstanter Kraft abgeschossen wird. Zudem gibt es keine Verwirbelungen oder Turbulenzen und

die Reibung ist homogen über den Becher verteilt.

Am Anfang wurde eine Version der Simulation programmiert, die die Flugbahn nur bis zu ihrem Umkehrpunkt in der Spitze darstellt. Nach weiteren Versuchen gelang es, den kompletten Flug zu simulieren. Dabei ist die Schrittweite Δt frei wählbar, und je kleiner sie gewählt wird, desto genauer wird die Berechnung.

Leider führt dieses Verfahren schnell zu unsinnigen Ergebnissen: Da das Euler-Verfahren linear rechnet, entsteht ein immer größer werdender Fehler in der Berechnung. Wenn man die Parameter der Simulation etwas anpasst, wird der Doppelbecherflug solange vernünftig berechnet, wie er im realen Experiment

in der Luft ist. Das ganze sogar mit nur einer kleinen Abweichung, welche meinen vereinfachten Annahmen geschuldet ist. Sobald die Simulation wieder die Abschusshöhe erreicht, kann der Flug als beendet erklärt werden, auch wenn dann noch die theoretische Flugbahn weiter dargestellt wird. Auch die Flughöhe und die Flugweite stimmen dabei mit denen beim Realexperiment überein (siehe Abb. 7 bis 9).

Ich entschied mich dennoch für das Verfahren, da es für meine Simulation vollkommen ausreicht. In einem nächsten Schritt könnte man es durch ein genaueres Verfahren ersetzen.

Mithilfe von Schiebereglern lassen sich in der Simulation Systemparameter wie die Schrittweite Δt , die Anfangsge-

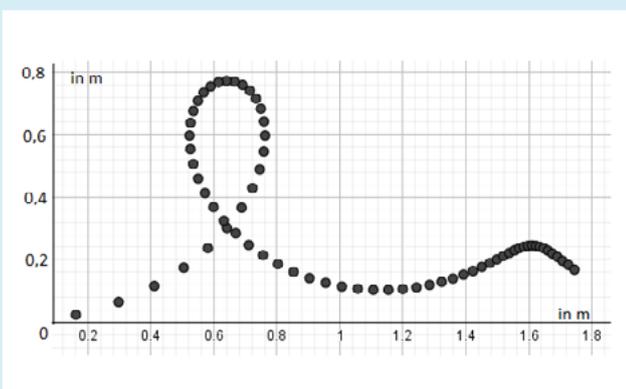


Abb. 18: Flugbahn eines Doppelbechers, an dem Winglets befestigt wurden

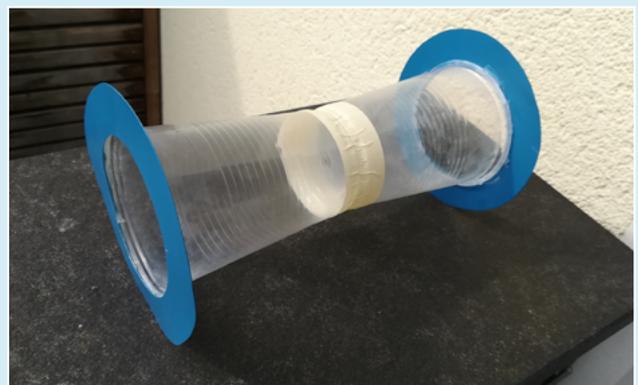


Abb. 19: Doppelbecher mit Winglets



schwindigkeit, der Abschusswinkel (der in meinen Experimenten immer waagrecht war) oder auch die Schwerkraft gezielt variieren. Dadurch können auch Flüge dargestellt werden, welche in der Realität niemals auf der Erde auftreten werden. Abb. 17 zeigt beispielhaft wie sich die Änderung der Masse auf die Becherkurve auswirkt.

In meinem Experiment mit dem „Windkanal“ ergab sich, dass die gemessene Magnuskraft etwa 0,1 N beträgt. Mit Gleichung 2 ergibt sich dagegen ein etwa zehnmal so großer Wert. Wenn die Magnuskraft künstlich auf den experimentellen Wert angepasst wird, kann die Flugbahn richtig simuliert werden.

Durch numerisches Experimentieren an der Simulation stieß ich auf eine weitere Bahnform, die im Nachhinein im Realexperiment bestätigt wurde (Abb. 18). Diese Bahnform erfordert eine etwas stärkere Magnuskraft. Diese lässt sich durch Anbringen von sog. Winglets realisieren, wie man sie vom Flugzeug kennt (Abb. 19). Schieße ich den Doppelbecher dann mit einer möglichst hohen Spannkraft des Gummis, fliegt der Doppelbecher nicht nur einen größeren Looping, sondern absolviert auch einen zweiten kleineren Anstieg, bevor er dann auf dem Boden aufkommt. Die Winglets an den Enden des Doppelbeckers verhindern einen schnellen Druckausgleich zwischen der Ober- und Unterseite des Doppelbeckers, sodass die Magnuskraft stärker wirkt. Dadurch, dass der Doppelbecher steiler und höher ansteigt, hat er auch einen längeren Abfall, wo er wiederum so hoch beschleunigen kann, dass er noch einen kleinen Anstieg fliegen kann.

8. Zusammenfassung und Ausblick

Jeder kann einen Doppelbecher, wie im Experiment durchgeführt, abschießen, aber die wenigsten erwarten die daraus resultierende Flugbahn und sind meist sehr überrascht. Ich habe mir ein Ver-

fahren ausgedacht, wie ich die Doppelbecher konstant gleich abschieße, wie ich die Bahnen untersuche und ich habe mir das Ziel gesetzt, sie im Anschluss auch vorhersagen zu können. Alle Flüge wurden mit einer Kamera aufgezeichnet und im Anschluss ausgewertet. Dabei habe ich zwischen drei verschiedenen Doppelbecherarten und drei Spannungen variiert, um verschiedene Flugbahnen zu erhalten. Ich bin zu dem Ergebnis gekommen, dass die Magnuskraft größer wird, je schneller sich der Becher dreht. Dies wird durch eine rauere Oberfläche nochmals unterstützt. Zusätzlich habe ich herausgefunden, dass der Doppelbecher umso höher fliegt, je strammer der Gummi am Anfang ist. Allerdings fliegt er nicht unbedingt weiter. Damit ich Flugbahnen vorhersagen kann, habe ich sie simuliert. Dies habe ich mit GeoGebra, einem Mathematikprogramm, zufriedenstellend umsetzen können. Diese Simulation hat eine Flugbahn (s. Abb. 18) ausgegeben, welche ich durch Anbringen von Winglets erzeugen konnte.

In einem nächsten Schritt könnte ich die Ungenauigkeit in meiner Simulation aufgrund des eingesetzten Euler-Verfahrens beispielsweise durch das Runge-Kutta-Verfahren ersetzen. Zu dem könnte ich den Doppelbecher in seiner tatsächlichen Form als Doppelkegelstumpf annehmen, dadurch ändern sich die Werte sowohl für die Reibung als auch für die Magnuskraft, da unterschiedliche Bahngeschwindigkeiten am Rand und in der Mitte des Doppelbeckers vorliegen. Bei der Messung der Magnuskraft mithilfe der Waage wird der Becher nicht ganz homogen durch den Ventilator angeströmt. Das liegt daran, dass die Propellerblätter außen einen schnelleren Windzug erzeugen. Dies könnte man durch einen richtigen Windkanal verhindern.

Literaturverzeichnis

- [1] <https://www.youtube.com/watch?v=05zF0sBwHe8> (Letzter Zugriff: 02.02.2018)
- [2] Wilhelm, T.; Zimmermann, F.: *Die Luft beim Fußballflug*. Praxis der Naturwissenschaften – Physik in der Schule 63, Nr 1, 2014, S. 28 – 37
- [3] https://de.wikipedia.org/wiki/Str%C3%B6mung_nach_Bernoulli_und_Venturi (Letzter Aufruf: 02.01.2018)
- [4] Paus, Hans J., *Physik in Experimenten und Beispielen*, Wien Hanser 1995 S. 225
- [5] Weltner, Klaus: *Flugphysik*, 2002, Aulis-Verlag, MNU Jahrgang 55 (2002), Heft 7, S. 388–396

Danksagung

Ohne die tatkräftige Unterstützung meiner Familie, vor allem die meines Bruders Tobias, aber auch meiner Freunde, hätte aus der Facharbeit keine so erfolgreiche Jugendforscher-Arbeit werden können. Mein Bruder hat mir bei jeglichen Videoaufnahmen zur Seite gestanden und sein Equipment zur Verfügung gestellt. Er konnte mir bei einigen Skizzen durch sein Können sehr gut helfen. Mein Vater hat mich beim Bau des Magnuskraftmessstandes unterstützt.

Besonders danken möchte ich meinem Projektbetreuer und Physiklehrer Dr. Thomas Altmeyer für seine vielseitige theoretische und praktische Unterstützung. Von ihm habe ich die Computerprogramme für meine Arbeit zur Verfügung gestellt bekommen und wir haben zusammen die Simulation programmiert. Zudem stand er immer für Fragen zur Verfügung und wir haben einige lange Nachmittage in der Schule zusammen verbracht, um das Beste aus dem Experiment und der Arbeit herauszuholen.

Mit der Zeit wuchs das gemeinsame Interesse an den fliegenden Doppelbeckern und wir führten spannende Diskussionen.

Publiziere auch Du hier!

Forschungsarbeiten von
Schüler/Inne/n und Student/Inn/en

In der Jungen Wissenschaft werden Forschungsarbeiten von SchülerInnen, die selbstständig, z. B. in einer Schule oder einem Schülerforschungszentrum, durchgeführt wurden, veröffentlicht. Die Arbeiten können auf Deutsch oder Englisch geschrieben sein.

Wer kann einreichen?

SchülerInnen, AbiturientInnen und Studierende ohne Abschluss, die nicht älter als 23 Jahre sind.

Was musst Du beim Einreichen beachten?

Lies die [Richtlinien für Beiträge](#). Sie enthalten Hinweise, wie Deine Arbeit aufgebaut sein soll, wie lang sie sein darf, wie die Bilder einzureichen sind und welche weiteren Informationen wir benötigen. Solltest Du Fragen haben, dann wende Dich gern schon vor dem Einreichen an die Chefredakteurin Sabine Walter.

Lade die [Erstveröffentlichungserklärung](#) herunter, drucke und fülle sie aus und unterschreibe sie.

Dann sende Deine Arbeit und die Erstveröffentlichungserklärung per Post an:

Chefredaktion Junge Wissenschaft

Dr.-Ing. Sabine Walter
Paul-Ducros-Straße 7
30952 Ronnenberg
Tel: 05109 / 561508
Mail: sabine.walter@verlag-jungewissenschaft.de

Wie geht es nach dem Einreichen weiter?

Die Chefredakteurin sucht einen geeigneten Fachgutachter, der die inhaltliche Richtigkeit der eingereichten Arbeit überprüft und eine Empfehlung ausspricht, ob sie veröffentlicht werden kann (Peer-Review-Verfahren). Das Gutachten wird den Euch, den AutorInnen zugeschickt und Du erhältst gegebenenfalls die Möglichkeit, Hinweise des Fachgutachters einzuarbeiten.

Die Erfahrung zeigt, dass Arbeiten, die z. B. im Rahmen eines Wettbewerbs wie **Jugend forscht** die Endrunde erreicht haben, die besten Chancen haben, dieses Peer-Review-Verfahren zu bestehen.

Schließlich kommt die Arbeit in die Redaktion, wird für das Layout vorbereitet und als Open-Access-Beitrag veröffentlicht.

Was ist Dein Benefit?

Deine Forschungsarbeit ist nun in einer Gutachterzeitschrift (Peer-Review-Journal) veröffentlicht worden, d. h. Du kannst die Veröffentlichung in Deine wissenschaftliche Literaturliste aufnehmen. Deine Arbeit erhält als Open-Access-Veröffentlichung einen DOI (Data Object Identifier) und kann von entsprechenden Suchmaschinen (z. B. BASE) gefunden werden.

Die Junge Wissenschaft wird zusätzlich in wissenschaftlichen Datenbanken gelistet, d. h. Deine Arbeit kann von Experten gefunden und sogar zitiert werden. Die Junge Wissenschaft wird Dich durch den Gesamtprozess des Erstellens einer wissenschaftlichen Arbeit begleiten – als gute Vorbereitung auf das, was Du im Studium benötigst.



Richtlinien für Beiträge

Für die meisten Autor/Inn/en ist dies die erste wissenschaftliche Veröffentlichung. Die Einhaltung der folgenden Richtlinien hilft allen – den Autor/innen/en und dem Redaktionsteam

Die Junge Wissenschaft veröffentlicht Originalbeiträge junger AutorInnen bis zum Alter von 23 Jahren.

- Die Beiträge können auf Deutsch oder Englisch verfasst sein und sollten nicht länger als 15 Seiten mit je 35 Zeilen sein. Hierbei sind Bilder, Grafiken und Tabellen mitgezählt. Anhänge werden nicht veröffentlicht. Deckblatt und Inhaltsverzeichnis zählen nicht mit.
- Formulieren Sie eine eingängige Überschrift, um bei der Leserschaft Interesse für Ihre Arbeit zu wecken, sowie eine wissenschaftliche Überschrift.
- Formulieren Sie eine kurze, leicht verständliche Zusammenfassung (maximal 400 Zeichen).
- Die Beiträge sollen in der üblichen Form gegliedert sein, d. h. Einleitung, Erläuterungen zur Durchführung der Arbeit sowie evtl. Überwindung von Schwierigkeiten, Ergebnisse, Schlussfolgerungen, Diskussion, Liste der zitierten Literatur. In der Einleitung sollte die Idee zu der Arbeit beschrieben und die Aufgabenstellung definiert werden. Außerdem sollte sie eine kurze Darstellung schon bekannter, ähnlicher Lösungsversuche enthalten (Stand der Literatur). Am Schluss des Beitrages kann ein Dank an Förderer der Arbeit, z. B. Lehrer und Sponsoren, mit vollständigem Namen angefügt werden. Für die Leser kann ein Glossar mit den wichtigsten Fachausdrücken hilfreich sein.
- Bitte reichen Sie alle Bilder, Grafiken und Tabellen nummeriert und zusätzlich als eigene Dateien ein. Bitte geben Sie bei nicht selbst erstellten Bildern, Tabellen, Zeichnungen, Grafiken etc. die genauen und korrekten Quellenangaben an (siehe auch [Erstveröffentlichungserklärung](#)). Senden Sie Ihre Bilder als Originaldateien oder mit einer Auflösung von mindestens 300 dpi bei einer Größe von 10 · 15 cm! Bei Grafiken, die mit Excel erstellt wurden, reichen Sie bitte ebenfalls die Originaldatei mit ein.
- Vermeiden Sie aufwendige und lange Zahlentabellen.
- Formelzeichen nach DIN, ggf. IUPAC oder IUPAP verwenden. Gleichungen sind stets als Größengleichungen zu schreiben.
- Die Literaturliste steht am Ende der Arbeit. Alle Stellen erhalten eine Nummer und werden in eckigen Klammern zitiert (Beispiel: Wie in [12] dargestellt ...). Fußnoten sieht das Layout nicht vor.
- Reichen Sie Ihren Beitrag sowohl in ausgedruckter Form als auch als PDF

ein. Für die weitere Bearbeitung und die Umsetzung in das Layout der Jungen Wissenschaft ist ein Word-Dokument mit möglichst wenig Formatierung erforderlich. (Sollte dies Schwierigkeiten bereiten, setzen Sie sich bitte mit uns in Verbindung, damit wir gemeinsam eine Lösung finden können.)

- Senden Sie mit dem Beitrag die [Erstveröffentlichungserklärung](#) ein. Diese beinhaltet im Wesentlichen, dass der Beitrag von dem/der angegebenen AutorIn stammt, keine Rechte Dritter verletzt werden und noch nicht an anderer Stelle veröffentlicht wurde (außer im Zusammenhang mit **Jugend forscht** oder einem vergleichbaren Wettbewerb). Ebenfalls ist zu versichern, dass alle von Ihnen verwendeten Bilder, Tabellen, Zeichnungen, Grafiken etc. von Ihnen veröffentlicht werden dürfen, also keine Rechte Dritter durch die Verwendung und Veröffentlichung verletzt werden. Entsprechendes [Formular](#) ist von der Homepage www.junge-wissenschaft.ptb.de herunterzuladen, auszudrucken, auszufüllen und dem gedruckten Beitrag unterschrieben beizulegen.
- Schließlich sind die genauen Anschriften der AutorInnen mit Telefonnummer und E-Mail-Adresse sowie Geburtsdaten und Fotografien (Auflösung 300 dpi bei einer Bildgröße von mindestens 10 · 15 cm) erforderlich.
- Neulingen im Publizieren werden als Vorbilder andere Publikationen, z. B. hier in der Jungen Wissenschaft, empfohlen.

Impressum

[JUNGE]
wissenschaft



Junge Wissenschaft

c/o Physikalisch-Technische
Bundesanstalt (PTB)
www.junge-wissenschaft.ptb.de

Redaktion

Dr. Sabine Walter, Chefredaktion
Junge Wissenschaft
Paul-Ducros-Str. 7
30952 Ronnenberg
E-Mail: sabine.walter@verlag-jungewissenschaft.de
Tel.: 05109 / 561 508

Verlag

Dr. Dr. Jens Simon,
Pressesprecher der PTB
Bundesallee 100
38116 Braunschweig
E-Mail: jens.simon@ptb.de
Tel.: 0531 / 592 3006
(Sekretariat der PTB-Pressestelle)

Design & Satz

Sabine Siems
Agentur „provieler werbung“
E-Mail: info@provieler-werbung.de
Tel.: 05307 / 939 3350

