

Optische Uhren und ihre Anwendung in der Geodäsie

Christian Lisdat¹, Jürgen Müller², Piet O. Schmidt³

1. Einleitung

Die Messung von Zeit durch Uhren spielt seit Jahrtausenden eine wichtige Rolle zur Strukturierung des Tagesablaufs. Mit der Weiterentwicklung von Uhren haben sich darüber hinaus immer neue Anwendungen erschlossen, wie z. B. seit dem 18. Jahrhundert durch präzise und robuste mechanischen Uhren in der Schiffsnavigation bis zur Synchronisierung von Telekommunikationsnetzwerken und der Entwicklung der Satellitennavigation mit Mikrowellen-Atomuhren seit einigen Dekaden [Jespersen1999]. Die neueste Generation von optischen Uhren ist das Ergebnis einer langjährigen Entwicklung von Quantentechnologien zur Kontrolle der Bewegung und der internen atomaren Zustände [Ludlow2015]. Sie erlauben Messungen mit bis zu 18 Stellen Genauigkeit und zählen damit zu den genauesten Messgeräten überhaupt.

Das Prinzip einer Uhr besteht darin, die Anzahl der Zyklen eines periodischen Vorgangs (Referenzoszillator) ab einem bestimmten Zeitpunkt zu zählen. Als Referenzoszillator wurden in der Vergangenheit die Erdrotation ($\sim 1/86\,400\text{ s} \approx 0,000\,116\text{ Hz}$), die Schwingung eines Pendels ($\approx 1\text{ Hz}$), eines Schwingquarzes ($\approx 10\text{ kHz}$) oder die Schwingung von elektromagnetischen Wellen ($\approx 10\text{ GHz}$) genutzt. Gemeinsam ist diesen, dass die Schwingungen direkt gezählt werden konnten. In Atomuhren dient als Referenz die Schwingung, die dem ungestörten Übergang zwischen zwei ausgesuchten atomaren Niveaus entspricht. Übergänge in Atomen eignen sich deshalb besonders gut als Referenz, da alle Atome einer Sorte identisch sind und sich Atome in Fallen gut von ihrer Umgebung isolieren lassen. Daher ist die Sekunde des internationalen Einheitensystems seit 1967 definiert als „das 9 192 631 770-fache der Periodendauer der Strahlung, die dem Übergang zwischen den beiden Hyperfeinstruktur-niveaus des Grundzustandes von Atomen des Nuklids ^{133}Cs entspricht“ [SI2014]. Im Zusatz wird genauer spezifiziert, dass diese Definition für ein Caesium-Atom in

Ruhe und bei einer Temperatur von 0 K gilt, um Frequenzverschiebungen durch Bewegung, Kollisionen zwischen Atomen oder Temperaturstrahlung auszuschließen. Die Historie, die zu dieser Definition der Sekunde geführt hat, wurde bereits ausführlich in [Stenger2017] diskutiert.

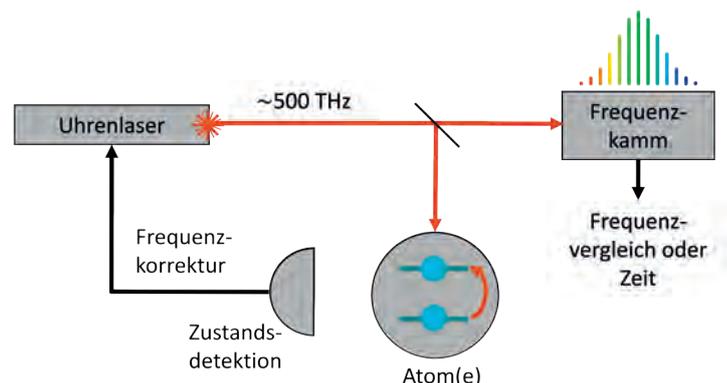
Die Frequenz der Cs-Uhren liegt im Mikrowellenbereich des elektromagnetischen Spektrums. Alternativ werden bei den sogenannten optischen Atomuhren Übergänge im sichtbaren (optischen) Spektralbereich verwendet. Die jeweilige Frequenz wird durch periodisches Abfragen einzelner oder mehrerer Atome mit einem Schwungradoszillator bestimmt, wie z. B. einer Mikrowellenquelle oder einem Laser (siehe Abbildung 1). Die Frequenz des Schwungradoszillators wird dabei so korrigiert, dass sie möglichst gut mit der atomaren Übergangsfrequenz übereinstimmt und stellt das Referenzsignal dar, dessen Zyklen gezählt werden. Die optischen Uhren unterscheiden sich von anderen Uhren dadurch, dass ihre Pendelschwingung mit einer Frequenz von einigen 100 THz so schnell ist, dass sie nicht mehr direkt gezählt werden kann. Erst durch die Entwicklung von Femtosekunden(fs)-Frequenzkämmen [Hänsch2006, Hall2006] konnte ein einfaches „optisches Getriebe“ bereitgestellt werden, das die genaue Teilung der optischen Frequenz in einen elektronisch zählbaren Bereich ermöglichte (siehe „Ultrastabile Laser“ in diesem Heft). Oft wird auch dann von einer Uhr gesprochen, wenn lediglich Frequenzverhältnisse gemessen werden, nicht jedoch die Anzahl der Zyklen ab einem bestimmten Zeitpunkt gezählt werden.

1 PD Dr. Christian Lisdat, Arbeitsgruppe „Optische Gitteruhren“, PTB Braunschweig, E-Mail: christian.lisdat@ptb.de, <https://orcid.org/0000-0002-4705-8854>

2 Prof. Dr.-Ing. Jürgen Müller, Institut für Erdmessung, Leibniz Universität Hannover, E-Mail: mueller@ife.uni-hannover.de, <https://orcid.org/0000-0003-1247-9525>

3 Prof. Dr. Piet O. Schmidt, QUEST Institut für experimentelle Quantenmetrologie, PTB Braunschweig, Institut für Quantenoptik, Leibniz Universität Hannover, E-Mail: piet.schmidt@quantummetrology.de, <https://orcid.org/0000-0003-0773-5889>

Abbildung 1: Prinzip einer optischen Uhr



Die Qualität der Uhren lässt sich anhand von zwei Kriterien messen: der systematischen Unsicherheit und ihrer Frequenzstabilität, die die statistische Messgenauigkeit beeinflusst. Die systematische Unsicherheit gibt an, wie gut die realisierte Frequenz (korrigiert um bekannte Frequenzverschiebungen) der (ideal) ungestörten Übergangsfrequenz entspricht. Dabei ist problematisch, dass man letztere nicht kennt und für kein System mit 18 Stellen Genauigkeit berechnen kann. Daher müssen alle möglichen Einflüsse auf die Uhr untersucht werden, die zu einer Frequenzverschiebung führen können. Zur Überprüfung dieser Abschätzungen sind Vergleiche von Uhren unabdingbar.

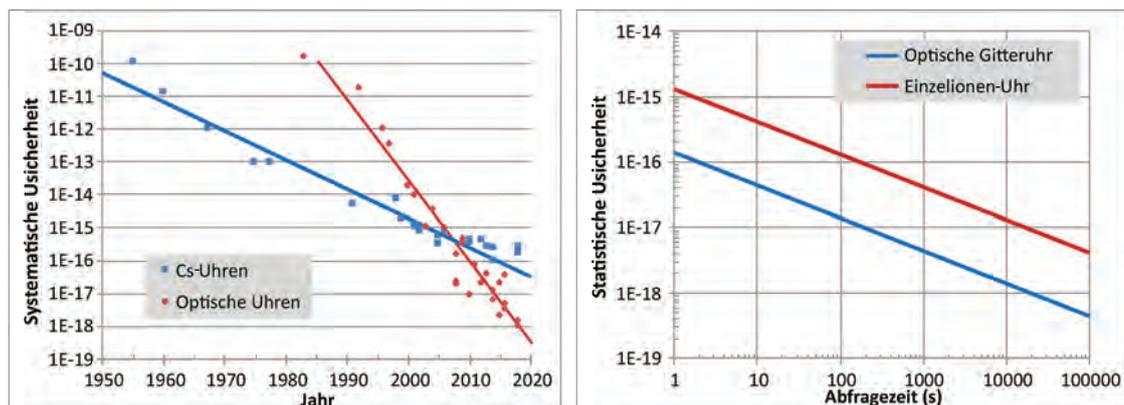
Die Frequenzstabilität der Uhr ist ein Maß für die Größe der möglichen Fluktuationen der Messergebnisse innerhalb einer bestimmten Mittelungszeit, d. h., je kleiner die Instabilität desto schneller kann eine bestimmte Auflösung erreicht werden. Sie skaliert unter anderem mit der Linienbreite des Übergangs und invers mit der Übergangsfrequenz und der Wurzel aus der Anzahl der abgefragten Atome. Dies ist einer der Gründe, warum wichtige Fortschritte in der Entwicklung von Uhren in der Vergangenheit Hand in Hand mit einer Erhöhung der Oszillationsfrequenz der Referenz einhergegangen sind. So konnten z. B. Einflüsse auf die Referenzfrequenz mit immer höherer Auflösung charakterisiert werden. Auch die systematische Unsicherheit wird tendenziell beim Übergang zu optischen Uhren mit Übergangsfrequenzen von bis zu $f_0 = 10^{15}$ Hz verbessert, da viele der atomaren Eigenschaften der Zustände, wie z. B. die Empfindlichkeit auf externe elektrische und magnetische Felder und die damit verbundenen Frequenzverschiebungen Δf ungefähr gleich bleiben, die relative Frequenzverschiebung $\Delta f/f_0$ durch die höhere Übergangsfrequenz f_0 jedoch abnimmt. Aus diesem Grund haben Uhren, die auf optischen Übergängen in Atomen basieren, inzwischen Mikrowellenuhren sowohl in statistischer als auch in systematischer Unsicherheit um zwei Größenordnungen überholt [Ludlow2015] (siehe Abbildung 2).

Dies wurde durch eine Reihe an quantentechnologischen Entwicklungen möglich, die es uns inzwischen erlauben, einzelne Atome beinahe ungestört im Vakuum in Ionenfallen bzw. optischen Fallen einzufangen und mithilfe von Laserstrahlung nahe an den Bewegungsgrundzustand zu kühlen. Die Lokalisierung der Atome durch Laserkühlung und den starken Einschluss in einer Falle ist eine wichtige Voraussetzung für Spektroskopie ohne Frequenzverschiebungen durch den mit der Bewegung der Atome verbundenen Dopplereffekt.

Uhren, die Messungen mit bis zu 18 Stellen erlauben, besitzen eine Vielzahl an Einsatzmöglichkeiten. Neben Anwendungen in der Grundlagenforschung, wie z. B. der Überprüfung von physikalischen Theorien (siehe „Neue Frequenznormale und Tests fundamentaler Physik“ in diesem Heft), eröffnen sich auch völlig neue Anwendungen. Eine dieser Anwendungen ist im Zusammenspiel mit der genauen Übertragung optischer Frequenzen die Bestimmung von Höhenunterschieden über weite Distanzen für die Geodäsie. Nach Einsteins Relativitätstheorie zeigt jede Uhr ihre sogenannte „Eigenzeit“ an, die vom lokalen Gravitationspotential und der Geschwindigkeit der Uhr auf der rotierenden Erde abhängt. Beide Effekte führen dazu, dass man in einem Vergleich zwischen zwei Uhren einen relativen Gangunterschied von ca. 10^{-16} pro Meter Höhendifferenz der Uhren beobachtet (siehe Kasten). Aktuelle geodätische Höhensysteme sind auf Meereshöhe (das sogenannte Geoid) referenziert und basieren auf einer Kombination aus Satellitenmessungen und erdbasiertem Nivellement (siehe Abschnitt Geodäsie). Als völlig neuartige, alternative Methode können durch den Vergleich optischer Uhren mit einer relativen Ungenauigkeit von 10^{-18} Höhenunterschiede von einem Zentimeter über weite Distanzen bestimmt werden.

Um diese neue Methode der Höhenmessung mit Uhren, oft „relativistische Geodäsie“ genannt [Mehlstäubler2018, Denker2018, Müller2018], zu etablieren, müssen eine Reihe von Herausforderungen gelöst werden. So muss z. B. die systematische Unsicherheit auf einem Niveau von 10^{-18} routinemäßig erreicht und durch Vergleichsmessungen

Abbildung 2:
(a) Historische Entwicklung der (abgeschätzten) systematischen Unsicherheiten für Cs- und für optische Uhren. (b) Erreichte statistische Unsicherheit für eine Einzelionen-Uhr und eine optische Gitteruhr, die mit einem Ensemble von einigen tausend Atomen betrieben wurde.



verifiziert werden. Transportable Uhren mit der Leistungsfähigkeit aktueller Laboruhren müssen entwickelt werden, und die erforderliche Mittelungszeit für Auflösungen von 10^{-18} muss weiter reduziert werden, um dynamische Effekte im Erdsystem beobachtbar zu machen. Um diese Ziele zu erreichen, gibt es unterschiedliche Ansätze für optische Uhren mit ihren spezifischen Vor- und Nachteilen.

2. Optische Ionenuhren

Geladene Atome können in einer Kombination aus statischen und dynamischen elektrischen Feldern einer Ionenfalle gefangen werden [Ghosh1996, Paul1990]. Das Wechselspiel zwischen der Bewegung der Ionen und den viel schneller oszillierenden elektrischen Kräften auf das Ion führt zu einem dreidimensionalen harmonischen Einschluss. Je nach Anordnung der elektrischen Felder kann die Falle entweder ein einzelnes Ion (sphärische Falle) oder eine ganze Kette (lineare Falle) an Ionen einfangen.

Wie bei allen Atomuhren hängt die erreichbare systematische Unsicherheit von den Eigenschaften der verwendeten atomaren Spezies ab. Statische und dynamische Magnetfelder führen zu einer Aufspaltung von magnetischen Unterniveaus, die genau bestimmt werden muss. Unterschiedliche elektrische Polarisierbarkeit oder Quadrupolmomente der beiden Uhrenniveaus führen zu Frequenzverschiebungen durch elektrische Wechselfelder bzw. Feldgradienten. Die thermische Schwarzkörperstrahlung führt bei den meisten Spezies ebenfalls zu signifikanten Linienverschiebungen. Mit speziellen Abfrageschemata und Mittelungsstrategien können viele dieser Frequenzverschiebungen eliminiert oder zumindest stark reduziert werden [Ludlow2015, ZanonWilletta2018]. Einzelionenuhren basierend auf Sr^+ , Ca^+ , Hg^+ und dem Quadrupol- (E2) und Oktupol-Übergang (E3) in Yb^+ wurden erfolgreich demonstriert [Ludlow2015]. Dabei wurde beispielsweise für die Yb^+ -E3-Uhr eine systematische Unsicherheit von $3,2 \cdot 10^{-18}$ abgeschätzt [Huntemann2016]. Eine wichtige Voraussetzung für die Auswahl von geeigneten Uhrenkandidaten ist die Möglichkeit zur Laserkühlung. Allerdings wurden bereits in den 1980ern Uhrenkandidaten, wie z. B. Al^+ oder In^+ identifiziert [Dehmelt1981], die sich durch vorteilhafte atomare Eigenschaften auszeichneten, jedoch keinen Laserkühlübergang besaßen. Diese Herausforderung kann durch das gleichzeitige Fangen eines Uhren-Ions und eines Kühl-Ions in einer linearen Ionenfalle überwunden werden, da die starke Coulomb-Wechselwirkung zwischen den Ionen die Laserkühlung des Kühl-Ions an das Uhren-Ion vermittelt. Zudem kann durch Einsatz von Techniken aus der Quanteninformationsverarbeitung der

interne Zustand des Uhren-Ions nach der Uhrenabfrage mit einer Reihe an Laserpulsen auf das Kühl-Ion übertragen und dort effizient nachgewiesen werden [Schmidt2005, Rosenband2008]. Dies wurde erstmals für die Kombination Al^+ und Be^+ demonstriert. Die sogenannte Al^+ -Quantenlogik-Uhr wurde auf $8 \cdot 10^{-18}$ systematische Unsicherheit evaluiert, dominiert durch Frequenzverschiebungen aufgrund der relativistischen Dopplerverschiebung aus der Restbewegung des Ions [Chou2010]. Weitere Uhrenkandidaten, die mit dieser Quantenlogik-Spektroskopie untersucht werden können und besondere Eigenschaften im Hinblick auf Tests fundamentaler Physik besitzen, werden im Beitrag "Neue Frequenznormale und Tests fundamentaler Physik" dieses Heftes diskutiert.

Im Hinblick auf transportable Uhren, wie sie für die Geodäsie benötigt werden, haben Ionenuhren den Vorteil einer geringen systematischen Unsicherheit, eines vergleichsweise kompakten Aufbaus und eines sehr geringen Bedarfs an Laserleistung. So wurde eine transportable $^{40}\text{Ca}^+$ -Uhr mit einem Volumen von knapp über $0,5 \text{ m}^3$ und einer abgeschätzten Unsicherheit von $7,8 \cdot 10^{-17}$ demonstriert [Cao2017]. Im Rahmen des vom Bundesministerium für Bildung und Forschung (BMBF) geförderten Quantentechnologie-Pilotprojekts „opticlock“ [OptiClock] wird in einem industriegeführten Konsortium ein Demonstrator einer Yb^+ -E2-Uhr für Anwender entwickelt. Eine transportable Al^+ -Uhr mit Ca^+ als Kühl-Ion mit dem Potenzial für zentimetergenaue Auflösung von Höhenunterschieden ist an der PTB in Entwicklung [Hannig2018].

Der wohl größte Nachteil von Einzel-Ionen-Uhren ist ihre hohe Instabilität aufgrund nur eines einzelnen abgefragten Atoms mit derzeit bis zu $\text{ca. } 10^{-15} / \sqrt{\tau}$, wobei τ die Mittelungszeit in Sekunden ist. Damit wird eine statistische Messunsicherheit von 10^{-18} erst nach etwas weniger als zwei Wochen Mittelungszeit erreicht. Uhrenlaser mit längerer Kohärenzzeit (siehe „Ultrastabile Laser“ in diesem Heft) würden längere Abfragezeiten erlauben und könnten diese Unsicherheit um eine und die Mittelungszeit um zwei Größenordnungen reduzieren [Leroux2017, Peik2006]. Alternativ werden an der PTB auch Konzepte basierend auf Multi-Ionen-Uhren verfolgt, die eine ähnliche Verbesserung der Unsicherheit versprechen, möglicherweise jedoch technisch einfacher umzusetzen sind. Details hierzu finden sich im Beitrag „Neue Frequenznormale und Tests fundamentaler Physik“ dieses Heftes.

3. Optische Gitteruhren

Durch die gleichzeitige Abfrage einiger hundert oder tausend neutraler Atome bieten optische Gitteruhren ein hervorragendes Signal-zu-Rausch-

Verhältnis, was wiederum zu einer niedrigen Instabilität der Uhren und kurzen Mittelungszeiten führt. Es wurden bereits Werte im mittleren $10^{-17} / \sqrt{\tau}$ demonstriert [Schioppo2017], die statistische Messunsicherheiten von $1 \cdot 10^{-18}$ oder Höhenauflösungen von 1 cm in einer Stunde ermöglichen.

Wie bereits eingangs beschrieben, ist die Speicherung der Atome eine notwendige Voraussetzung für hochgenaue optische Uhren. Gleichzeitig darf aber die Wechselwirkung des Atoms mit dem Fallenfeld nicht zu unkontrollierbaren Frequenzverschiebungen des Referenzübergangs führen. In Erdalkali-ähnlichen Elementen bietet sich die Möglichkeit, eine optische Dipolfalle bei einer bestimmten Wellenlänge zu betreiben, bei der die Polarisierung des Atoms durch den Dipolfallenlaser in beiden Zuständen des Referenzübergangs in erster Ordnung gleich ist. Der Übergang erfährt somit keine Frequenzverschiebung und die Uhr verliert nicht an Genauigkeit [Katori1999]. Wird die Dipolfalle als Stehwelle ausgeführt (einem optischen Gitter), erlaubt das Interferenzmuster den starken Einschluss, der für die Doppler-freie Abfrage der Atome notwendig ist. Das Konzept der Gitteruhr kann mit einer Reihe von Elementen umgesetzt werden. Meistens werden Sr und Yb verwendet, aber auch Hg, Mg oder Cd werden eingesetzt [Ludlow2015].

Da die Atome im Normalfall bei der Detektion nach der Abfrage des Referenzübergangs aus der im Vergleich zu Ionen flachen Falle verlorengehen, führt das Nachladen der Falle mit lasergekühlten Atomen zu signifikanten Totzeiten, während denen die Laserfrequenz nicht mit den Atomen überwacht wird. Sie führen zu einer Verringerung der Uhrenstabilität aufgrund von nichtdetektiertem Laserrauschen [Dick1988]. Durch die verbesserten Kohärenzzeiten der Abfragelaser (siehe Beitrag 2 in diesem Heft) von mehreren Sekunden fallen Totzeiten gegenüber den Abfragezeiten inzwischen weniger ins Gewicht, und Uhreninstabilitäten von ca. $1 \cdot 10^{16} / \sqrt{\tau}$ werden erreicht [Hinkley2013, AlMasoudi2015, Nicholson2015]. Werden Atome alternierend in zwei Aufbauten präpariert, können ihre Abfragen verschachtelt werden, und die mit der Totzeit verbundene Degradierung der Stabilität wird vermieden. Auf diesem Weg wurden sogar Instabilitäten von $6 \cdot 10^{-17} / \sqrt{\tau}$ erreicht [Schioppo2017].

Durch die hohen Stabilitäten der Uhren wurden die Untersuchung eines Teils der systematischen Unsicherheiten und deren Validierung durch Uhrenvergleiche vereinfacht. Ein weiterer Fortschritt wurde durch das verbesserte Verständnis der Hauptstörung von Sr- und Yb-Gitteruhren erreicht, nämlich der Frequenzverschiebung durch die Wechselwirkung mit dem thermischen Strahlungsfeld der Umgebung. Die niedrigsten

Unsicherheiten liegen jetzt im Bereich von $2 \cdot 10^{-18}$ [Nicholson2015, McGrew2018], lokale Vergleiche zweier Yb-Uhren belegten ihre Unsicherheit auf diesem Niveau [McGrew2018].

Leider gehen die Laserkühlung neutraler Atome und ihre Speicherung in optischen Gittern mit einem relativ komplexen optischen Aufbau einher. Trotzdem wurde der robuste Betrieb über längere Zeiträume berichtet [Lodewyck2016, Hill2016]. Die Komplexität des Aufbaus stellt auch erhöhte Anforderungen an die Entwicklung transportabler Gitteruhren. Mit dem langfristigen Ziel einer Anwendung im Weltraum wird der Aufbau einer Sr-Gitteruhr von einem europäischen Konsortium verfolgt [Bongs2015, Origlia2016]. Die PTB entwickelt ebenfalls eine transportable Sr-Uhr [Vogt2016, Koller2017], die in einem klimatisierten Transportanhänger betrieben werden kann. Dieser Aufbau wurde für erste Demonstrationsexperimente zur relativistischen Geodäsie eingesetzt [Grotti2018] und verspricht Höhenauflösungen von ca. 10 cm.

4. Geodäsie

Eine der zentralen Aufgaben der Geodäsie ist die Bereitstellung eines physikalischen Höhensystems, das auf das Schwerefeld der Erde bezogen ist. Aktuelle Realisierungen haben Genauigkeiten zwischen einigen Zentimetern und wenigen Dezimetern, während für viele Anwendungen Subzentimeter-Genauigkeit angestrebt wird. Höhensysteme sind Referenzsysteme in vertikaler Richtung. Wir benötigen sie etwa in der Wasserwirtschaft (z. B. zur Realisierung von Wasserleitungen über große Entfernungen), dem Planungs- und Ingenieurwesen (etwa beim Bau von großen Tunneln und Brücken) oder in der, im Rahmen der aktuellen Klimadebatte immer stärker geforderten, globalen geowissenschaftlichen Erdbeobachtung (z. B. zur Überwachung von relativen Meeresspiegelvariationen) [Gerlach2017]. Der Bezug zum Schwerefeld ist deswegen notwendig, damit immer gewährleistet ist, dass Wasser von oben nach unten fließt, also von einem Ort geringeren Schwerepotentials (der höher liegt) zu einem Ort mit größerem Schwerepotential (der also niedriger ist). Präzise Uhren können genau solche Potentialunterschiede unter Ausnutzung der Einsteinschen Relativitätstheorie messen (siehe Kasten).

Um nun so ein physikalisches Höhensystem zu realisieren, muss die Höhe entsprechend definiert sein, und man benötigt die zugehörige Referenzfläche, bezüglich derer die Höhe gemessen wird. Die Höhenbezugsfläche, das Geoid, entspricht näherungsweise der mittleren Meeresoberfläche in Ruhe, die man sich gedanklich unter den Kontinenten fortgesetzt vorstellen kann. Diese Fläche ist durch einen konstanten Schwerepotentialwert

Relativität und Zeit

Die von Albert Einstein aufgestellte Allgemeine Relativitätstheorie unterscheidet nicht streng zwischen Zeit und Ort, sondern verknüpft beide zu einer gemeinsamen Raumzeit, deren Form durch Massen beeinflusst wird. Eine Konsequenz der Theorie ist, dass der Verlauf der Zeit von der Position des Betrachters und seiner Bewegung in der Raumzeit abhängt. Jede Uhr tickt entsprechend ihrer „Eigenzeit“. Wenn Uhren in unterschiedlichen Gravitationspotentialen verglichen werden, tickt eine Uhr nahe einer großen Masse langsamer als eine weit entfernte Uhr im potentialfreien Raum, die eine „Koordinatenzeit“ realisiert.

Beide Systeme sind durch eine Koordinatentransformation verknüpft, die für kleine Massen wie die unserer Erde das Raumzeitintervall ds der Uhr mit den Koordinaten (x, y, z) und der Koordinatenzeit t verbindet:

$$ds^2 \approx (1 - 2|U|/c^2) c^2 dt^2 - (dx^2 + dy^2 + dz^2)$$

Hier ist c die Lichtgeschwindigkeit und U das Newton'sche Gravitationspotential der Erde. Die Eigenzeit der Uhr ergibt sich aus $d\tau = ds/c$; das Verhältnis von Eigen- und Koordinatenzeit ist folglich

$$\frac{d\tau}{dt} = \sqrt{1 - \frac{2|U|}{c^2} - \frac{v^2}{c^2}} \approx 1 - \frac{|U|}{c^2} - \frac{v^2}{2c^2} = 1 + \frac{\Delta f}{f_0}$$

und skaliert wie die relative Änderung $\Delta f/f_0$ der in beiden Systemen beobachteten Uhrenfrequenz. Der Beitrag mit dem Quadrat der Geschwindigkeit $v^2 = (dx^2 + dy^2 + dz^2) / dt^2$ wird als relativistischer Dopplereffekt, der Term U/c^2 als relativistische oder Gravitationsrotverschiebung bezeichnet.

Eine auf der Erde ruhende Uhr erfährt aufgrund der Erdrotation einen von der geografischen Breite ihrer Position abhängigen relativistischen Dopplereffekt. Dieser kann nicht von der relativistischen Rotverschiebung unterschieden werden, sodass ein Schwerepotential Φ definiert wird, das beide Beiträge beinhaltet. Äquipotentialflächen von Φ dienen in der Geodäsie als Höhenreferenzflächen (siehe „Optische Uhren und ihre Anwendung in der Geodäsie“). Die Differenz der Schwerepotentiale zweier Orte kann mit dort stationierten, genauen Uhren aus ihrem Frequenzunterschied Δf ermittelt werden.

charakterisiert (siehe Abbildung 3). Das Geoid kann man großräumig aus Satellitenbeobachtungen, etwa aus den Daten der GRACE- und GOCE-Missionen, berechnen. Für eine hohe räumliche Auflösung müssen terrestrische Schweremessungen ergänzt werden [Denker2013].

Weltweit gibt es hunderte verschiedener lokaler und regionaler Höhensysteme – oft an Ländergrenzen gebunden. Diese wurden klassischerweise mittels großräumiger Nivellements – also der relativen geometrischen Höhenübertragung von Punkt zu Punkt entlang ausgewählter Profile – und Schwerekorrekturen [Torge2012] erzeugt und per Definition an ein Höhendatum, also etwa einen Meerespegel wie z. B. Amsterdam, angehängt.

Da die diversen Meerespegel aufgrund lokaler Abweichungen, z. B. durch die Meeresströmungen, überall unterschiedlich sind, kommt es zu Versätzen im Dezimeter-Bereich zwischen den Höhensystemen. Durch die Nivellements, deren Fehler entfernungsabhängig anwachsen, sind die Höhensysteme zudem großräumig geneigt oder anderweitig systematisch „verbogen“. Man hat dadurch Höhenfehler im Zentimeterbereich über einige hundert Kilometer.

Als zweite Gruppe – neben den schwerefeldbezogenen Höhen – gibt es sogenannte geometrische Höhen, die man etwa aus Beobachtungen mittels GNSS gewinnen kann. Deren Höhenreferenz ist die Oberfläche des mittleren Rotationsellipsoids

der Erde. Das heißt, die geometrische Höhe hängt davon ab, wie man die Größe des Ellipsoids festlegt und wie man es bezüglich der Erdoberfläche orientiert. Solche geometrischen Höhensysteme können also nicht gewährleisten, dass Wasser immer „von oben nach unten fließt“, da der physikalische Bezug fehlt. In Abbildung 3 wird der Zusammenhang zwischen physikalischen und geometrischen Höhen illustriert.

Uhrmessungen können nun hervorragend dazu genutzt werden, lokale und regionale Höhensysteme zu vereinheitlichen und systematische Abweichungen innerhalb von Höhensystemen zu beseitigen. Sie können auch genutzt werden, um Realisierungen des Geoids zu verbessern und Diskrepanzen zwischen gravimetrisch und geometrisch bedingten Realisierungen von Höhensystemen aufzulösen [Denker2018, Müller2018].

Kombiniert man Schwerepotential-Messungen von Uhren mit Beobachtungen, die Ableitungen des Potentials liefern, also etwa Schwerebeschleunigungen mit Gravimetern oder Gradientenmessungen, lassen sich Signalanteile (Atmosphäre, Grundwasser, Dichteanomalien, Hohlräume, etc.) trennen, da die diversen Observablen unterschiedlich sensitiv bezüglich der Schwerestörungen sind [Bondaescu2015].

eines Wasserstoffmasers auf einer Rakete mit einer Flughöhe von 10 000 km [Vessot1980].

Mit relativen Unsicherheiten von im besten Fall wenigen 10^{-16} konnten Mikrowellenuhren zwar Einsteins Theorie testen, sie aber nicht sinnvoll für die Geodäsie ausnutzen: Die entsprechende Höhenauflösung von ca. 1 m war zu etablierten Methoden in der Geodäsie nicht konkurrenzfähig. Optische Atomuhren versprechen jetzt aber Messungen mit Zentimeter-Genauigkeit und könnten relevante Beiträge zu Höhennetzwerken leisten. Um diesen Schritt zu gehen, müssen aber sowohl die Methoden der Frequenzübertragung als auch die Uhren selbst auf diesem Genauigkeitsniveau validiert sein. Andernfalls verfälschen unerkannte Frequenzoffsets der Uhren die Bestimmung der Höhendifferenz zwischen ihnen. Speziell für einzelne optische Uhren in voneinander weit entfernten Instituten ist dies keine einfache Aufgabe. Die Folge ist, dass bisher meist die Geodäsie einen Beitrag zur Frequenzmetrologie liefert und nicht umgekehrt. Die Uhren in unterschiedlichen Instituten werden mit hoher Genauigkeit verglichen und die Ergebnisse um die von geodätischer Seite beigesteuerte relativistische Rotverschiebung korrigiert, um den Gleichtakt der Uhren zu überprüfen [Yamaguchi2011, Lisdat2016, Takano2016].

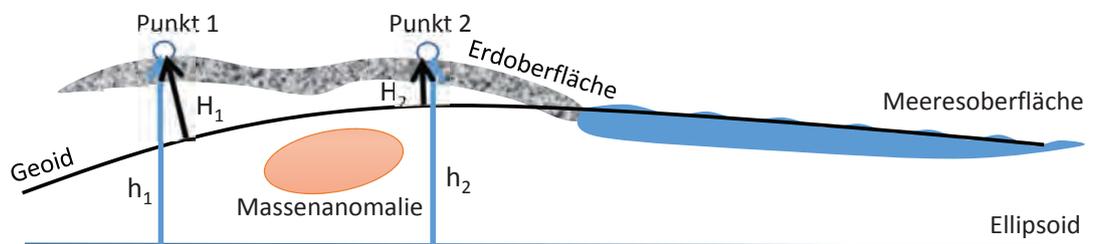


Abbildung 3: Die Form des Geoids (also der physikalisch definierten Höhenbezugsfläche) wird durch die tatsächliche Massenverteilung in und auf der Erde bestimmt. Das Geoid hat daher einen nicht-konstanten Abstand zum rein geometrischen Ellipsoid, das von Massen-anomalien unbeeinflusst bleibt. Obwohl die ellipsoidischen Höhen h_1 und h_2 gleich sind, würde in diesem Beispiel das Wasser von Punkt 1 zu Punkt 2 fließen, da die physikalische (im Schwerfeld) definierte Höhe H_1 größer ist als H_2 .

5. Demonstrationsexperimente zur Geodäsie mit Uhren

Die Auswirkungen der Einsteinschen Relativitätstheorie auf den Verlauf der Zeit wurden schon in den frühen 70er-Jahren des letzten Jahrhunderts mit Uhren nachgewiesen. Kommerzielle Cs-Uhren wurden in Flugzeugen transportiert und die von ihnen gemessene Eigenzeit mit stationären Referenzuhren verglichen. Die beobachteten Gangunterschiede entsprachen genau den Vorhersagen der Theorie [Hafele1972a, Hafele1972b]. Mitte desselben Jahrzehnts gelang dann der bisher genaueste Test der Gravitationsrotverschiebung durch die Beobachtung der Frequenzänderung

Durch den Einsatz transportabler Uhren kann dieses Problem zumindest teilweise umgangen werden. Der transportable Aufbau kann gegen die Referenzuhr validiert werden, bevor er zu seinem Einsatzort überführt wird. In diesem Szenario muss dann „nur“ sichergestellt werden, dass die transportierte Uhr auch nach den Störungen der Reise mit gleicher Genauigkeit betrieben und evaluiert werden kann wie beim lokalen Vergleich. Darüber hinaus erlaubt dieses Vorgehen eine erheblich höhere Flexibilität in der Auswahl der Messpunkte, die allein durch die Notwendigkeit eines hochgenauen Frequenzlinks zur Referenzuhr begrenzt wird.

Allerdings haben transportable optische Uhren

einen hohen Komplexitätsgrad und Anfälligkeit der Aufbauten. Die erste vollständige Demonstration einer Potentialdifferenzmessung wurde von Grotti et al. (2018) [Grotti2018] mit der transportablen Sr-Gitteruhr der PTB durchgeführt. Zwar blieb die erreichte Genauigkeit von 18 m der Messung des Höhenunterschiedes von 1000 m deutlich hinter den geodätischen Möglichkeiten zurück, dafür wurden aber die oben genannten Randbedingungen der lokalen Validierung zusätzlich zum Vergleich der entfernten Uhren erfüllt.

Mit der Weiterentwicklung der optischen Uhren werden die Rekorderevaluationen mit Unsicherheiten von wenigen 10^{-18} durch Vergleiche abgesichert werden. Das wachsende Vertrauen und die erhöhte Betriebssicherheit werden einfachere Kampagnen und Anwendungen in der Geodäsie ermöglichen. Es ist davon auszugehen, dass kommerzielle Produkte entwickelt werden, wie es beispielsweise in dem Projekt „opticklock“ [OptiClock] angestoßen wird. Damit werden dann einfacher zu bedienende Systeme verfügbar sein, die einen Betrieb mit hoher Verfügbarkeit außerhalb metrologischer Institute erlauben und damit Anwendungen nicht nur in der Geodäsie, sondern auch beispielsweise für die Synchronisierung weit ausgedehnter Daten- und Radioteleskop-Netzwerke erschließen werden [Clivati2017].

Literatur

- [AlMasoudi2015] A. Al-Masoudi, S. Dörscher, S. Häfner, U. Sterr, C. Lisdat, *Noise and instability of an optical lattice clock*, Phys. Rev. A **92**, 063814 (2015)
- [Bondaescu2015] R. Bondaescu, A. Schärer, A. Lundgren, G. Hetenyi, N. Houlié, P. Jetzer und M. Bondaescu, *Ground-based optical clocks as a tool to monitor vertical surface motion*, Geophysical Journal International **202**, 1770 (2015)
- [Bongs2015] K. Bongs, Y. Singh, L. Smith, W. He, O. Kock, D. Swierad, J. Hughes, S. Schiller, S. Alighanbari, S. Origlia, S. Vogt, U. Sterr, C. Lisdat, R. Le Targat, J. Lodewyck, D. Holleville, B. Venon, S. Bize, G. P. Barwood, P. Gill, I. R. Hill, Y. B. Ovchinnikov, N. Poli, G. M. Tino, J. Stuhler, W. Kaenders and the SOC2 team, *Development of a strontium optical lattice clock for the SOC mission on the ISS*, C. R. Physique **16**, 553 (2015)
- [Cao2017] J. Cao, P. Zhang, J. Shang, K. Cui, J. Yuan, S. Chao, S. Wang, H. Shu, X. Huang, *A compact, transportable single-ion optical clock with $7.8 \cdot 10^{-17}$ systematic uncertainty*, Appl. Phys. B **123**, 112 (2017)
- [Chou2010] C. W. Chou, D. B. Hume, J. C. J. Koelemeij, D. J. Wineland, T. Rosenband, *Frequency Comparison of Two High-Accuracy Al^+ Optical Clocks*, Phys. Rev. Lett. **104**, 070802 (2010)
- [Clivati2017] C. Clivati, R. Ambrosini, T. Artz, A. Bertarini, C. Bortolotti, M. Frittelli, F. Levi, A. Mura, G. Maccaferri, M. Nanni, M. Negusini, F. Perini, M. Roma, M. Stagni, M. Zucco, D. Calonico, *A VLBI experiment using a remote atomic clock via a coherent fibre link*, Scientific Reports **7**, 40992 (2017)
- [Dehmelt1981] H. G. Dehmelt, *Coherent spectroscopy on single atomic systems at rest in free space II*, J. Phys. Colloq. **42**, C8–299–305 (1981)
- [Denker2013] H. Denker, *Regional gravity field modeling: theory and practical results*. In: Xu, G. (Hrsg.) Sciences of Geodesy – II. Innovations and Future Developments, 185–291, Springer, Berlin/Heidelberg (2013)
- [Denker2018] H. Denker, L. Timmen, C. Voigt, S. Weyers, E. Peik, H. S. Margolis, P. Delva, P. Wolf, G. Petit, *Geodetic methods to determine the relativistic redshift at the level of 10^{-18} in the context of international timescales: a review and practical results*, Journal of Geodesy **92**, 487 (2018)
- [Dick1988] G. J. Dick, *Local oscillator induced instabilities in trapped ion frequency standards*, Proceedings of 19th Annu. Precise Time and Time Interval Meeting, Redondo Beach, 1987, U.S. Naval Observatory, 133 (1988)
- [Gerlach2017] C. Gerlach, T. Gruber, R. Rummel, *Höhensysteme der nächsten Generation, Erdmessung und Satellitengeodäsie* (Hrsg. Rummel). Handbuch der Geodäsie, herausgegeben von W. Freeden und R. Rummel. S. 349 (2017)
- [Ghosh1996] P. K. Ghosh, *Ion Traps*, 1 edition (Clarendon Press, 1996)
- [Grotti2018] J. Grotti, S. Koller, S. Vogt, S. Häfner, U. Sterr, C. Lisdat, H. Denker, C. Voigt, L. Timmen, A. Rolland, F. N. Baynes, H. S. Margolis, M. Zampaolo, P. Thoumany, M. Pizzocaro, B. Rauf, F. Bregolin, A. Tampellini, P. Barbieri, M. Zucco, G. A. Costanzo, C. Clivati, F. Levi, D. Calonico, *Geodesy and metrology with a transportable optical clock*, Nature Physics **14**, 437 (2018)
- [Hänsch2006] T. Hänsch, *Nobel Lecture: Passion for precision*, Rev. Mod. Phys. **78**, 1297 (2006)
- [Hafele1972a] J. C. Hafele und R. E. Keating, *Around-the-World Atomic Clocks: Predicted Relativistic Time Gains*, Science **177**, 166 (1972)
- [Hafele1972b] J. C. Hafele und R. E. Keating, *Around-the-World Atomic Clocks: Observed Relativistic Time Gains*, Science **177**, 168 (1972)
- [Hall2006] J. Hall, *Nobel Lecture: Defining and measuring optical frequencies*, Rev. Mod. Phys. **78**, 1279 (2006)
- [Hannig2018] S. Hannig, L. Pelzer, N. Scharnhorst, J. Kramer, M. Stepanova, Z. Xu, N. Spethmann, I. D. Leroux, T. E. Mehlstäubler, P. O. Schmidt, *Towards a Transportable Aluminium Ion Quantum Logic Optical Clock*, arXiv:1901.02250 (2019)

- [Hill2016] I. R. Hill, R. Hobson, W. Bowden, E. M. Bridge, S. Donnellan, E. A. Curtis, P. Gill, *A low maintenance Sr optical lattice clock*, J. Phys.: Conf. Ser. **723**, 012019 (2016)
- [Hinkley2013] N. Hinkley, J. A. Sherman, N. B. Phillips, M. Schioppo, N. D. Lemke, K. Beloy, M. Pizzocaro, C. W. Oates, A. D. Ludlow, *An atomic clock with 10^{-18} instability*, Science **341**, 1215 (2013)
- [Huntemann2016] N. Huntemann, C. Sanner, B. Lipphardt, C. Tamm, E. Peik, *Single-Ion Atomic Clock with $3 \cdot 10^{-18}$ Systematic Uncertainty*, Phys. Rev. Lett. **116**, 063001 (2016)
- [Jespersen1999] J. Jespersen und J. Fitz-Randolph, *From Sundials to Atomic Clocks*, Monograph **155** (National Institute of Standards and Technology, 1999). <https://nvlpubs.nist.gov/nistpubs/Legacy/MONO/nistmonograph155e1999.pdf>
- [Katori1999] H. Katori, T. Ido, M. Kuwata-Gonokami, *Optimal Design of Dipole Potentials for Efficient Loading of Sr Atoms*, J. Phys. Soc. Jpn. **68**, 2479 (1999)
- [Koller2017] S. B. Koller, J. Grotti, S. Vogt, A. Al-Masoudi, S. Dörscher, S. Häfner, U. Sterr, C. Lisdat, *Transportable Optical Lattice Clock with $7 \cdot 10^{-17}$ Uncertainty*, Phys. Rev. Lett. **118**, 073601 (2017)
- [Leroux2017] I. D. Leroux, N. Scharnhorst, S. Hannig, J. Kramer, L. Pelzer, M. Stepanova, P. O. Schmidt, *On-line estimation of local oscillator noise and optimisation of servo parameters in atomic clocks*, Metrologia **54**, 307 (2017)
- [Lisdat2016] C. Lisdat, G. Grosche, N. Quintin, C. Shi, S. Raupach, C. Grebing, D. Nicolodi, F. Stefani, A. Al-Masoudi, S. Dörscher, S. Häfner, J.-L. Robyr, N. Chiodo, S. Bilicki, E. Bookjans, A. Koczwara, S. Koke, A. Kuhl, F. Wiotte, F. Meynadier, E. Camisard, M. Abgrall, M. Lours, T. Legero, H. Schnatz, U. Sterr, H. Denker, C. Chardonnet, Y. Le Coq, G. Santarelli, A. Amy-Klein, R. Le Targat, J. Lodewyck, O. Lopez, P.-E. Pottie, *A clock network for geodesy and fundamental science*, Nature Com. **7**, 12443 (2016)
- [Lodewyck2016] J. Lodewyck, S. Bilicki, E. Bookjans, J.-L. Robyr, C. Shi, G. Vallet, R. Le Targat, D. Nicolodi, Y. Le Coq, J. Guéna, M. Abgrall, P. Rosenbusch, S. Bize, *Optical to microwave clock frequency ratios with a nearly continuous strontium optical lattice clock*, Metrologia **53**, 1123 (2016)
- [Ludlow2015] A. D. Ludlow, M. M. Boyd, J. Ye, E. Peik, P. O. Schmidt, *Optical atomic clocks*, Rev. Mod. Phys. **87**, 637 (2015)
- [McGrew2018] McGrew et al., Nature **564**, 87 (2018)
- [Mehlstäubler2018] T. E. Mehlstäubler, G. Grosche, C. Lisdat, P. O. Schmidt, H. Denker, *Atomic clocks for geodesy*, Rep. Prog. Phys. **81**, 064401 (2018)
- [Müller2018] J. Müller, D. Dirckx, S. M. Kopeikin, G. Lion, I. Panet, G. Petit, P. N. A. M. Visser, *High Performance Clocks and Gravity Field Determination*, Space Sci. Rev. **214**, 5 (2018)
- [Nicholson2015] T. L. Nicholson, S. L. Campbell, R. B. Hutson, G. E. Marti, B. J. Bloom, R. L. McNally, W. Zhang, M. D. Barrett, M. S. Safronova, G. F. Strouse, W. L. Tew, J. Ye, *Systematic evaluation of an atomic clock at $2 \cdot 10^{-18}$ total uncertainty*, Nature Com. **6**, 6896 (2015)
- [OptiClock] opticklock, <http://www.opticklock.de/info/>
- [Origlia2016] S. Origlia, S. Schiller, M. S. Pramod, L. Smith, Y. Singh, W. He, S. Viswam, D. Świerad, J. Hughes, K. Bongs, U. Sterr, C. Lisdat, S. Vogt, S. Bize, J. Lodewyck, R. Le Targat, D. Holleville, B. Venon, P. Gill, G. Barwood, I. R. Hill, Y. Ovchinnikov, A. Kulosa, W. Ertmer, E.-M. Rasel, J. Stuhler, W. Kaenders, *Development of a strontium optical lattice clock for the SOC mission on the ISS*, Proc. SPIE 9900–990003–990003–12 (2016)
- [Paul1990] W. Paul, *Electromagnetic traps for charged and neutral particles*, Rev. Mod. Phys. **62**, 531 (1990)
- [Peik2006] E. Peik, T. Schneider, C. Tamm, *Laser frequency stabilization to a single ion*, J. Phys. B At. Mol. Opt. Phys. **39**, 145 (2006)
- [Rosenband2008] T. Rosenband, D. B. Hume, P. O. Schmidt, C. W. Chou, A. Brusch, L. Lorini, W. H. Oskay, R. E. Drullinger, T. M. Fortier, J. E. Stalnaker, S. A. Diddams, W. C. Swann, N. R. Newbury, W. M. Itano, D. J. Wineland, J. C. Bergquist, *Frequency Ratio of Al^+ and Hg^+ Single-Ion Optical Clocks; Metrology at the 17th Decimal Place*, Science **319**, 1808 (2008)
- [Schioppo2017] M. Schioppo, R. C. Brown, W. F. McGrew, N. Hinkley, R. J. Fasano, K. Beloy, T. H. Yoon, G. Milani, D. Nicolodi, J. A. Sherman, N. B. Phillips, C. W. Oates, A. D. Ludlow, *Ultra-stable optical clock with two cold-atom ensembles*, Nature Photonics **11**, 48 (2017)
- [Schmidt2005] P. O. Schmidt, T. Rosenband, C. Langer, W. M. Itano, J. C. Bergquist, D. J. Wineland, *Spectroscopy Using Quantum Logic*, Science **309**, 749–752 (2005)
- [SI2014] Organisation Intergouvernementale and de la Convention du Mètre, SI Brochure: *The International System of Units (SI)*, (2014)
- [Stenger2017] J. Stenger, J. Graf, A. Bauch, P. Whibberley, M. Lombardi, G. Beutler, C. Kiefer, E. Peik, *50 Jahre atomare Definition der Sekunde, 50 Years of the Atomic Definition of the Second*, PTB Mitteilungen **127**, 85 (2017)
- [Takano2016] T. Takano, M. Takamoto, I. Ushijima, N. Ohmae, T. Akatsuka, A. Yamaguchi, Y. Kuroishi, H. Munekane, B. Miyahara, H. Katori, *Geopotential measurements with synchronously linked optical lattice clocks*, Nature Photonics **10**, 662 (2016)

- [Torge2012] W. Torge, J. Müller, *Geodesy*, 4th edition, de Gruyter, Berlin/Boston (2012)
- [Vessot1980] R. F. C. Vessot, M. W. Levine, E. M. Mattison, E. L. Blomberg, T. E. Hoffman, G. U. Nystrom, B. F. Farrel, R. Dechel, P. B. Eby, C. R. Baugher, J. W. Watts, D. L. Teuber, F. D. Wills *Test of relativistic gravitation with a space-borne hydrogen maser*, Phys. Rev. Lett. **45**, 2081 (1980)
- [Vogt2016] S. Vogt, S. Häfner, J. Grotti, S. Koller, A. Al-Masoudi, U. Sterr, C. Lisdat, *A transportable optical lattice clock*, J. Phys.: Conf. Ser. **723**, 012020 (2016)
- [Yamaguchi2011] A. Yamaguchi, M. Fujieda, M. Kumagai, H. Hachisu, S. Nagano, Y. Li, T. Ido, T. Takano, M. Takamoto, H. Katori, *Direct Comparison of Distant Optical Lattice Clocks at the 10^{-16} Uncertainty*, Appl. Phys. Express **4**, 082203 (2011)
- [ZanonWillette2018] T. Zanon-Willette, R. Lefevre, R. Metzдорff, N. Sillitoe, S. Almonacil, Marco Minissale, E. de Clercq, A. V. Taichenachev, V. I. Yudin, E. Arimondo, *Composite laser-pulses spectroscopy for high-accuracy optical clocks: a review of recent progress and perspectives*, Rep. Prog. Phys. **81**, 094401 (2018)

