

# Physikalisch- Technische Bundesanstalt



## DKD

---

**Richtlinie  
DKD-R 7-2**

**Richtlinie zur Kalibrierung  
nichtselbsttätiger Waagen**

---

Ausgabe 01/2018

<https://doi.org/10.7795/550.20180928>



Übersetzung des EURAMET Calibration Guide No. 18 Version 4.0 (11/2015)

	Richtlinie zur Kalibrierung nichtselbsttätiger Waagen <a href="https://doi.org/10.7795/550.20180928">https://doi.org/10.7795/550.20180928</a>	DKD-R 7-2	
		Ausgabe:	01/2018
		Revision:	0
		Seite:	2 / 135

## Deutscher Kalibrierdienst (DKD)

Im DKD sind Kalibrierlaboratorien von Industrieunternehmen, Forschungsinstituten, technischen Behörden, Überwachungs- und Prüfinstitutionen seit der Gründung 1977 zusammengeschlossen. Am 03. Mai 2011 erfolgte die Neugründung des DKD als *technisches Gremium* der PTB und der akkreditierten Laboratorien.

Dieses Gremium trägt die Bezeichnung Deutscher Kalibrierdienst (DKD) und steht unter der Leitung der PTB. Die vom DKD erarbeiteten Richtlinien und Leitfäden stellen den Stand der Technik auf dem jeweiligen technischen Fachgebiet dar und stehen der Deutschen Akkreditierungsstelle GmbH (DAkkS) für die Akkreditierung von Kalibrierlaboratorien zur Verfügung.

Die akkreditierten Kalibrierlaboratorien werden von der DAkkS als Rechtsnachfolgerin des DKD akkreditiert und überwacht. Sie führen Kalibrierungen von Messgeräten und Maßverkörperungen für die bei der Akkreditierung festgelegten Messgrößen und Messbereiche durch. Die von ihnen ausgestellten Kalibrierscheine sind ein Nachweis für die Rückführung auf nationale Normale, wie sie von der Normenfamilie DIN EN ISO 9000 und der DIN EN ISO/IEC 17025 gefordert wird.

### Kontakt:

Physikalisch-Technische Bundesanstalt (PTB)

DKD-Geschäftsstelle

Bundesallee 100 38116 Braunschweig

Postfach 33 45 38023 Braunschweig

Telefon Sekretariat: (05 31) 5 92-8021

Internet: [www.dkd.eu](http://www.dkd.eu)

	Richtlinie zur Kalibrierung nichtselbsttätiger Waagen <a href="https://doi.org/10.7795/550.20180928">https://doi.org/10.7795/550.20180928</a>	DKD-R 7-2	
		Ausgabe:	01/2018
		Revision:	0
		Seite:	3 / 135

*Zitiervorschlag für die Quellenangabe:*

*Richtlinie zur Kalibrierung nichtselbsttätiger Waagen, DKD-R 7-2, Ausgabe 01/2018, Revision 0, Physikalisch-Technische Bundesanstalt, Braunschweig und Berlin.*

*DOI: 10.7795/550.20180928*

Diese Übersetzung einschließlich aller ihrer Teile ist urheberrechtlich geschützt und unterliegt der Creative Commons Nutzerlizenz CC by-nc-nd 3.0 (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/de/>). In diesem Zusammenhang bedeutet „nicht-kommerziell“ (NC), dass das Werk nicht zum Zwecke der Einnahmenerzielung verbreitet oder öffentlich zugänglich gemacht werden darf. Eine Nutzung seiner Inhalte für die gewerbliche Verwendung in Laboratorien ist ausdrücklich erlaubt.



Autor der Übersetzung: Physikalisch-Technische Bundesanstalt, Braunschweig

Titel der englischen Originalfassung: Guidelines on the Calibration of Non-Automatic Weighing Instruments, EURAMET Calibration Guide No. 18, Version 4.0 (11/2015)

In Zweifelsfällen ist der Text der Originalfassung maßgeblich.

Herausgegeben von der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt (PTB) für den Deutschen Kalibrierdienst (DKD) als Ergebnis der Zusammenarbeit der PTB mit dem Fachausschuss *Masse und Wagen* des DKD.

## Urheberschaft und Impressum der englischen Originalfassung

Verfasser dieses Dokumentes ist der EURAMET e.V., Technisches Komitee „Masse und zugehörige Größen“.

Die Version 4.0 wurde in Zusammenarbeit mit Stuart Davidson (NPL, UK), Klaus Fritsch (Mettler Toledo, Schweiz), Matej Grum (MIRS, Slowenien), Andrea Malengo (INRIM, Italien), Nieves Medina (CEM, Spanien), George Popa (INM, Rumänien), Norbert Schnell (Sartorius, Deutschland) erstellt.

Ausgabe 4.0 (11/2015)

Ausgabe 3.0 (03/2011)

Ausgabe 2.0 (09/2010)

Ausgabe 1.0 (01/2009)

EURAMET e.V.  
Bundesallee 100  
D-38116 Braunschweig  
Deutschland

E-Mail: [secretariat@euramet.org](mailto:secretariat@euramet.org)

Tel.: +49 531 592 1960

	Richtlinie zur Kalibrierung nichtselbsttätiger Waagen <a href="https://doi.org/10.7795/550.20180928">https://doi.org/10.7795/550.20180928</a>	DKD-R 7-2	
		Ausgabe:	01/2018
		Revision:	0
		Seite:	4 / 135

## Urheberrechte

Die Urheberrechte dieser Veröffentlichung (EURAMET Calibration Guide No. 18, Ausgabe 4.0 – Englische Fassung) liegen bei © EURAMET e.V. 2009. Die englischsprachige Fassung dieser Publikation ist die verbindliche Fassung. Der Text darf nicht für Weiterverkaufszwecke kopiert und nur in voller Länge wiedergegeben werden. Auszüge dürfen nur mit Genehmigung des EURAMET-Sekretariats entnommen werden.

ISBN 978-3-942992-40-4

## Leitfaden für die Benutzer

Dieses Dokument bietet Hilfestellung zu Messverfahren in den angegebenen Messbereichen. Durch die Anwendung der in diesem Dokument vorgestellten Empfehlungen ist es den Laboratorien möglich, Kalibrierergebnisse zu erzielen, die europaweit anerkannt und akzeptiert werden können. Die vorgestellten Ansätze sind nicht verpflichtend und dienen den Kalibrierlaboratorien zur Orientierung. Ziel bei der Erstellung des Dokumentes war die Förderung eines einheitlichen Ansatzes für eine gute Messpraxis als Unterstützung auf dem Weg zur Laborakkreditierung.

Der Leitfaden darf von Dritten, z.B. nationalen Akkreditierungsstellen oder Fachbegutachtern, nur als Referenz verwendet werden. Wird der Leitfaden von Dritten als Bestandteil der von ihnen gestellten Anforderungen übernommen, so gilt dies nur für die jeweilige Anwendung und das EURAMET-Sekretariat ist diesbezüglich zu unterrichten.

Sofern eine Überarbeitung des Leitfadens geplant ist, besteht die Möglichkeit, Dritte in die Konsultationen der beteiligten Interessengruppen einzubeziehen. Bei Interesse wenden Sie sich bitte an das EURAMET-Sekretariat.

Es wird keine Gewähr dafür übernommen, dass dieses Dokument oder die darin enthaltenen Informationen für einen bestimmten Zweck geeignet sind. EURAMET, die Autoren oder andere an der Erstellung des Dokuments beteiligte Personen haften in keinem Fall für Schäden, die sich aus der Verwendung der hierin enthaltenen Informationen ergeben. Die Parteien, die den Leitfaden verwenden, stellen EURAMET von Schadensersatzansprüchen frei.

## Weiterführende Informationen

Für weitere Informationen zu diesem Dokument wenden Sie sich bitte an Ihren nationalen Ansprechpartner des Technischen Komitees „Masse und zugehörige Größen“ von EURAMET (siehe [www.euramet.org](http://www.euramet.org)).

	Richtlinie zur Kalibrierung nichtselbsttätiger Waagen <a href="https://doi.org/10.7795/550.20180928">https://doi.org/10.7795/550.20180928</a>	DKD-R 7-2	
		Ausgabe:	01/2018
		Revision:	0
		Seite:	5 / 135

## Vorwort

DKD-Richtlinien sind Anwendungsdokumente zu den Anforderungen der DIN EN ISO/IEC 17025. In den Richtlinien werden technische, verfahrensbedingte und organisatorische Abläufe beschrieben, die den akkreditierten Kalibrierlaboratorien als Vorbild zur Festlegung interner Verfahren und Regelungen dienen. DKD-Richtlinien können zum Bestandteil von Qualitätsmanagementhandbüchern der Kalibrierlaboratorien werden. Durch die Umsetzung der Richtlinien wird die Gleichbehandlung der zu kalibrierenden Geräte in den verschiedenen Kalibrierlaboratorien gefördert und die Kontinuität und Überprüfbarkeit der Arbeit der Kalibrierlaboratorien verbessert.

Die DKD-Richtlinien sollen nicht die Weiterentwicklung von Kalibrierverfahren und -abläufen behindern. Abweichungen von Richtlinien und neue Verfahren sind im Einvernehmen mit der Akkreditierungsstelle zulässig, wenn fachliche Gründe dafür sprechen.

Kalibrierungen der akkreditierten Laboratorien geben dem Anwender Sicherheit für die Verlässlichkeit von Messergebnissen, erhöhen das Vertrauen der Kunden und die Wettbewerbsfähigkeit auf dem nationalen und internationalen Markt und dienen als messtechnische Grundlage für die Mess- und Prüfmittelüberwachung im Rahmen von Qualitätssicherungsmaßnahmen.

Die vorliegende Übersetzung der EURAMET-Richtlinie 18 zur Kalibrierung nichtselbsttätiger Waagen wurde vom DKD-Fachausschuss *Masse und Waagen* autorisiert.

## Zielsetzung

Dieses Dokument wurde erstellt, um die Vergleichbarkeit und gegenseitige Anerkennung von Kalibrierergebnissen zu fördern, die von Laboratorien erzielt wurden, die Kalibrierungen nichtselbsttätiger Waagen durchführen.

## Inhalt

1	Einleitung .....	9
2	Geltungsbereich .....	9
3	Terminologie und Symbole .....	10
4	Allgemeine Aspekte der Kalibrierung .....	10
4.1	Bestandteile der Kalibrierung .....	10
4.1.1	Kalibrierbereich .....	10
4.1.2	Kalibrierort .....	11
4.1.3	Voraussetzungen, Vorbereitungen .....	11
4.2	Last und Anzeige .....	12
4.2.1	Grundlegende Beziehung zwischen Last und Anzeige .....	12
4.2.2	Luftauftriebseffekt .....	12
4.2.3	Konvektionseffekte .....	14
4.2.4	Auftriebskorrektur für den Referenzwert der Masse .....	15
4.3	Lasten .....	16
4.3.1	Normalgewichte .....	16
4.3.2	Andere Lasten .....	17
4.3.3	Verwendung von Ersatzlasten .....	17
4.4	Anzeigen .....	18
4.4.1	Allgemeines .....	19
4.4.2	Auflösung .....	19
5	Messverfahren .....	20
5.1	Wiederholbarkeitsmessung .....	20
5.2	Messung zur Ermittlung von Abweichungen der Anzeige .....	21
5.3	Messung bei außermittiger Belastung .....	22
5.4	Zusätzliche Messungen .....	24
6	Messergebnisse .....	24
6.1	Wiederholbarkeit .....	25
6.2	Abweichungen der Anzeige .....	25
6.2.1	Diskrete Werte .....	25
6.2.2	Kennlinie des Wägebereichs .....	26
6.3	Einfluss der außermittigen Belastung .....	26
7	Messunsicherheit .....	27
7.1	Standardmessunsicherheit für diskrete Werte .....	27
7.1.1	Standardmessunsicherheit der Anzeige .....	28
7.1.2	Standardmessunsicherheit des Referenzgewichts .....	30
7.1.3	Standardmessunsicherheit der Abweichung der Anzeige .....	34
7.2	Standardmessunsicherheit für eine Kennlinie .....	34
7.3	Erweiterte Messunsicherheit bei der Kalibrierung .....	35
7.4	Standardmessunsicherheit eines Wägeergebnisses .....	35
7.4.1	Standardmessunsicherheit einer Ablesung im Gebrauch .....	37
7.4.2	Unsicherheit der Abweichung der Ablesung .....	37
7.4.3	Umgebungsbedingte Messunsicherheit .....	38

7.4.4	Messunsicherheit des Betriebs der Waage .....	40
7.4.5	Standardmessunsicherheit eines Wäageergebnisses .....	42
7.5	Erweiterte Messunsicherheit eines Wäageergebnisses .....	43
7.5.1	Berücksichtigung der Abweichungen mittels Korrektur .....	43
7.5.2	In der Messunsicherheit enthaltene Abweichungen .....	43
7.5.3	Andere Möglichkeiten der Waagenqualifizierung .....	45
8	Kalibrierschein .....	45
8.1	Allgemeine Angaben .....	45
8.2	Angaben zum Kalibrierverfahren .....	45
8.3	Messergebnisse .....	46
8.4	Zusätzliche Informationen .....	46
9	Masse oder konventioneller Wägewert .....	47
9.1	Wert der Masse .....	48
9.2	Konventioneller Wägewert .....	48
10	Literaturhinweise .....	49
Anhang A:	Hinweise zur Abschätzung der Luftdichte .....	50
A1	Formeln für die Dichte der Luft .....	50
A1.1	Vereinfachte Version der CIPM-Formel, exponentielle Version .....	50
A1.2	Durchschnittliche Luftdichte .....	50
A2	Änderungen der den Luftdruck bildenden Parameter .....	51
A2.1	Luftdruck .....	51
A2.2	Temperatur .....	51
A2.3	Relative Luftfeuchte .....	52
A3	Messunsicherheit der Luftdichte .....	52
Anhang B:	Erweiterungsfaktor $k$ für die erweiterte Messunsicherheit .....	53
B1	Ziel .....	54
B2	Normalverteilung und ausreichende Verlässlichkeit .....	54
B3	Normalverteilung, keine ausreichende Verlässlichkeit .....	54
B4	Bestimmung von $k$ für Nicht-Normalverteilungen .....	54
Anhang C:	Formeln zur Beschreibung von Abweichungen in Abhängigkeit zur Anzeige .....	55
C1	Ziel .....	55
C2	Funktionale Beziehungen .....	56
C3	Terme ohne Bezug zu den Ablesungen .....	62
Anhang D:	Symbole .....	64
Anhang E:	Angaben zum Luftauftrieb .....	66
E1	Dichte der Normalgewichte .....	66
E2	Luftauftrieb für Gewichte gemäß OIML R 111 .....	66
Anhang F:	Konvektionseffekte .....	68
F1	Verhältnis zwischen Temperatur und Zeit .....	68
F2	Änderung der scheinbaren Masse .....	71
Anhang G:	Mindesteinwaage .....	72

	<b>Richtlinie zur Kalibrierung nichtselbsttätiger Waagen</b> <a href="https://doi.org/10.7795/550.20180928">https://doi.org/10.7795/550.20180928</a>	DKD-R 7-2	
		Ausgabe:	01/2018
		Revision:	0
		Seite:	8 / 135

Anhang H: Beispiele .....	76
H1 Waage mit einer Höchstlast von 220 g und einem Teilungswert von 0,1 mg .....	76
H2 Waage mit einer Höchstlast von 60 kg, Mehrteilungswaage .....	92
H3 Waage mit einer Höchstlast von 30 000 kg, Teilungswert 10 kg .....	108
H4 Bestimmung der Fehlernäherungsfunktion.....	126

## 1 Einleitung

Nichtselbsttätige Waagen (NSW) werden häufig verwendet, um den Wert einer Last in Masseneinheiten zu bestimmen. Bei einigen, durch nationale Vorschriften festgelegten Anwendungen unterliegen nichtselbsttätige Waagen amtlich vorgeschriebenen, messtechnischen Kontrollen – wie beispielsweise Bauartzulassungen, Eichungen etc. Darüber hinaus besteht ein zunehmender Bedarf, die messtechnische Qualität dieser Waagen mittels Kalibrierung zu bestätigen, z.B. dann, wenn dies gemäß ISO 9001 oder ISO/IEC 17025 erforderlich ist.

## 2 Geltungsbereich

Dieses Dokument enthält Hinweise zur statischen Kalibrierung selbsteinspielender, nichtselbsttätiger Waagen (im Folgenden als „Waage“ bezeichnet), insbesondere im Hinblick auf

1. durchzuführende Messungen,
2. die Ermittlung der Messergebnisse,
3. die Bestimmung der Messunsicherheit,
4. die Inhalte von Kalibrierscheinen.

Gegenstand der Kalibrierung ist die durch das Aufbringen einer Last von der Waage erzeugte Anzeige. Die Angabe der Ergebnisse erfolgt in Masseneinheiten. Der durch die Waage angezeigte Wert der Last wird durch die lokale Schwerkraft, die Temperatur und Dichte der Last sowie die Temperatur und Dichte der Umgebungsluft beeinflusst.

Die Messunsicherheit hängt maßgeblich von den Eigenschaften der kalibrierten Waage selbst ab, nicht nur von der Ausrüstung des Kalibrierlaboratoriums; die Messunsicherheit kann bis auf ein gewisses Maß reduziert werden, indem man die Anzahl der bei einer Kalibrierung durchgeführten Messungen erhöht. In dieser Richtlinie werden keine Unter- oder Obergrenzen für die Messunsicherheit festgelegt.

Vereinbarungen in Hinblick auf den erwarteten Wert der Messunsicherheit sind zwischen Kalibrierlaboratorium und Kunden vorab zu treffen; in der Regel spielen dabei die Nutzung der Waage sowie die Kalibrierkosten eine Rolle.

Ziel dieses Dokumentes ist nicht etwa die Darstellung eines einzigen oder einiger weniger einheitlicher Verfahren, deren Nutzung obligatorisch ist. Vielmehr enthält dieses Dokument allgemeine Ratschläge zur Festlegung von Kalibrierverfahren, deren Ergebnisse von den EURAMET-Mitgliederorganisationen untereinander als gleichwertig anerkannt werden.

Zwingender Bestandteil eines jeden Verfahrens ist die Bestimmung der Abweichung der Anzeige für eine begrenzte Anzahl von Lasten sowie die Bestimmung der diesen Abweichungen zugeordneten Messunsicherheiten. Das Messverfahren sollte den von den Nutzern normalerweise ausgeführten Wägeabläufen so weit wie möglich entsprechen – z.B. dem Wiegen einzelner Lasten, dem kontinuierlichen Wiegen (aufwärts- und/oder abwärts) oder der Verwendung der Tara-Ausgleichsfunktion.

Darüber hinaus kann das Verfahren Regeln beinhalten, die dem Waagennutzer

	Richtlinie zur Kalibrierung nichtselbsttätiger Waagen <a href="https://doi.org/10.7795/550.20180928">https://doi.org/10.7795/550.20180928</a>	DKD-R 7-2	
		Ausgabe:	01/2018
		Revision:	0
		Seite:	10 / 135

aufzeigen, wie mit Abweichungen der Anzeige und den zugehörigen Messunsicherheiten zu verfahren ist, mit Anzeigen, die unter normalen Nutzungsbedingungen auftreten und/oder wie man eine für ein gewogenes Objekt erlangte Anzeige in die Masse oder den konventionellen Wägewert dieses Objektes umwandelt.

Die in dieser Richtlinie enthaltenen Informationen richten sich an die nachfolgend genannten Zielgruppen und sollten dort entsprechende Beachtung finden:

1. Institutionen, die für die Akkreditierung von Laboratorien zuständig sind, die Waagen kalibrieren,
2. Laboratorien, die für die Kalibrierung nichtselbsttätiger Waagen akkreditiert sind,
3. Prüfstellen, Laboratorien oder Hersteller, die nichtselbsttätige Waagen für Messungen verwenden, die für die Qualität der Produktion von Bedeutung sind und QM-Anforderungen unterliegen (z.B. der ISO 9000er Reihe, ISO 10012, ISO/IEC 17025).

### 3 Terminologie und Symbole

Die in diesem Dokument verwendete Terminologie basiert hauptsächlich auf bereits existierenden Dokumenten

- JCGM 100 [1] für Begriffe in Zusammenhang mit der Bestimmung von Ergebnissen und der Messunsicherheit,
- OIML R76 [2] (oder EN 45501 [3]) für Begriffe im Zusammenhang mit der Funktionsweise, der Konstruktion und der metrologischen Charakterisierung nichtselbsttätiger Waagen,
- OIML R111 [4] für Begriffe in Bezug auf die Normalgewichte,
- JCGM 200 [5] für Begriffe hinsichtlich der Kalibrierung.

Solche Begriffe werden im Dokument nicht erläutert; die Stellen im Text, an denen sie erstmalig verwendet werden, enthalten jedoch entsprechende Verweise.

Symbole, deren Bedeutung nicht offenkundig ist, werden bei Erstverwendung erläutert. Diejenigen, die in mehr als einem Abschnitt verwendet werden, sind in Anhang D aufgeführt.

## 4 Allgemeine Aspekte der Kalibrierung

### 4.1 Bestandteile der Kalibrierung

Die Kalibrierung beinhaltet

1. das Aufbringen von Lasten auf der Waage unter festgelegten Bedingungen,
2. die Bestimmung der Abweichung bzw. Änderungen der Anzeige und
3. die Ermittlung der den Ergebnissen beizuordnenden Messunsicherheiten.

#### 4.1.1 Kalibrierbereich

Sofern vom Kunden nicht anders gefordert, erstreckt sich eine Kalibrierung über den gesamten Wägebereich [2] (oder [3]), von Null bis zur Höchstlast *Max*. Der Kunde

	Richtlinie zur Kalibrierung nichtselbsttätiger Waagen <a href="https://doi.org/10.7795/550.20180928">https://doi.org/10.7795/550.20180928</a>	DKD-R 7-2	
		Ausgabe:	01/2018
		Revision:	0
		Seite:	11 / 135

kann einen speziellen Teil eines Wägebereichs angeben, für den die Kalibrierung erfolgen soll. Für diesen Bereich sind dann die Mindestbelastung  $Min'$ , die Maximalbelastung  $Max'$  oder aber einzelne Nennlasten anzugeben.

Bei Mehrbereichswaagen [2] (oder [3]), sollte der Kunde den/die zu kalibrierenden Bereich(e) festlegen. Der obige Absatz kann für jeden Bereich separat angewandt werden.

#### 4.1.2 Kalibrierort

Die Kalibrierung findet in der Regel am Einsatzort der Waage statt.

Erfolgt nach der Kalibrierung ein Standortwechsel der Waage, so können möglicherweise

1. Unterschiede in Bezug auf die lokale Erdanziehungskraft,
2. Änderungen der Umgebungsbedingungen,
3. mechanische und thermische Bedingungen während des Transportes

zur Änderung des messtechnischen Verhaltens der Waage führen und somit die Kalibrierung ungültig werden lassen. Auf einen Ortswechsel der Waage nach erfolgter Kalibrierung sollte daher verzichtet werden, es sei denn, man kann einwandfrei nachweisen, dass eine bestimmte Waage oder ein Waagenmodell gegen diese Einflüsse immun ist. In Fällen, in denen dies nicht nachgewiesen werden kann, sollte der Kalibrierschein auch nicht als Nachweis der Rückführbarkeit akzeptiert werden.

#### 4.1.3 Voraussetzungen, Vorbereitungen

Eine Kalibrierung sollte nur dann durchgeführt werden, wenn

1. eine eindeutige Identifizierung der Waage möglich ist,
2. alle Funktionen der Waage nicht durch Verschmutzung oder Beschädigung beeinflusst werden und die für die Kalibrierung wesentlichen Funktionen einwandfrei arbeiten,
3. die Darstellung der Gewichtswerte eindeutig ist und die Anzeigen, soweit vorhanden, leicht lesbar sind,
4. die normalen Einsatzbedingungen (Luftströmungen, Vibrationen, Stabilität des Messplatzes, etc.) für die zu kalibrierende Waage geeignet sind,
5. die Waage vor der Kalibrierung über einen angemessenen Zeitraum hinweg mit Energie versorgt wurde, z.B. für die Dauer der Aufwärmphase gemäß Herstellerspezifikation oder Festlegung durch den Anwender,
6. die Waage, falls erforderlich, nivelliert wurde,
7. die Waage vorab mindestens einmal ungefähr bis hin zur größten Last beladen wurde, wobei wiederholtes Beladen empfohlen wird.

Sofern mit dem Kunden keine andere Abmachung getroffen wurde, sollten Waagen, die normalerweise vor Gebrauch zu justieren sind, vor der Kalibrierung ebenfalls justiert werden. Die Justierung sollte in derselben Weise erfolgen wie dies üblicherweise durch den Nutzer geschieht und, sofern vorhanden, gemäß den Herstellerangaben. Die Justierung kann mittels externer oder eingebauter Gewichte erfolgen.

Die am besten geeignete Vorgehensweise für hochauflösende Waagen (mit einer relativen Auflösung besser als  $1 \times 10^{-5}$  der Maximallast) besteht darin, die Justierung der Waage unmittelbar vor der Kalibrierung durchzuführen, und auch unmittelbar vor deren Benutzung.

Waagen mit automatischer Nullstelleinrichtung oder automatischer Nullpunktnachführung [2] (oder [3]) sollten in dem Betriebszustand kalibriert werden, den der Kunde eingestellt hat.

Bei Vor-Ort-Kalibrierungen ist vom Waagennutzer sicherzustellen, dass während der Kalibrierung die normalen Einsatzbedingungen gegeben sind. Auf diese Weise wird gewährleistet, dass mögliche Störeffekte, wie beispielsweise Luftströmungen, Vibrationen oder die Neigung der Messplattform, in die Messwerte mit einfließen und somit auch in der ermittelten Messunsicherheit berücksichtigt werden.

## 4.2 Last und Anzeige

### 4.2.1 Grundlegende Beziehung zwischen Last und Anzeige

Im Allgemeinen ist die Anzeige einer Waage proportional zu der von einem Wägegut ( $m$ ) auf die Waagschale ausgeübten Kraft

$$I = k_s mg(1 - \rho_a / \rho) \quad (4.2.1-1)$$

dabei ist

- $g$  die lokale Fallbeschleunigung
- $\rho_a$  die Luftdichte
- $\rho$  die Dichte des Wägegutes
- $k_s$  der Justierfaktor

Die Ausdrücke in Klammern stehen für die durch den Luftauftrieb des Wägegutes bedingte Verringerung der Kraft.

### 4.2.2 Luftauftriebseffekt

Nach aktuellem Stand der Technik werden für die Justierung und/oder Kalibrierung von Waagen Normalgewichte benutzt, die entsprechend des konventionellen Wägewertes  $m_c$ <sup>1</sup> kalibriert wurden. Bei einer Bezugsluftdichte von  $\rho_0 = 1,2 \text{ kg/m}^3$  sollte die Waage grundsätzlich den konventionellen Wägewert  $m_c$  des Wägegutes anzeigen.

Die Justierung bei einer bestimmten Luftdichte  $\rho_{as}$  bewirkt, dass die Auswirkungen von  $g$  und des Luftauftriebs des Justiergewichts, mit dem konventionellen Wägewert  $m_{cs}$ , im Justierfaktor  $k_s$  enthalten sind. Folglich gilt für die Anzeige  $I_s$  zum Zeitpunkt der Justierung

<sup>1</sup> In [4] wurde der konventionelle Wägewert  $m_c$  eines Körpers als numerischer Wert der Masse  $m$  eines Gewichtes mit einer Referenzdichte von  $\rho_c = 8000 \text{ kg/m}^3$  definiert, das diesen Körper bei einer Temperatur von  $20 \text{ °C}$  und einer Bezugsluftdichte von  $\rho_0 = 1,2 \text{ kg/m}^3$  ausgleicht:

$$m_c = m \left\{ (1 - \rho_0 / \rho) / (1 - \rho_0 / \rho_c) \right\} \quad (4.2.2-2)$$

( $\rho_0 = 1,2 \text{ kg/m}^3 = \text{Bezugswert der Luftdichte}$ )

$$I_s = m_{cs} \quad (4.2.2-1)$$

Diese Justierung wird unter den durch die tatsächlichen Werte von  $g_s$ ,  $\rho_s \neq \rho_c$  und  $\rho_{as} \neq \rho_0$  (gekennzeichnet durch das Suffix „s“) charakterisierten Bedingungen vorgenommen und ist auch nur unter diesen Bedingungen gültig. Bei einem anderen, auf derselben Waage, aber unter anderen Bedingungen ( $g \neq g_s$  und  $\rho_a \neq \rho_{as}$ ) ermittelten konventionellen Wägewert eines Wägegutes  $m_c$ , für den gilt, dass  $\rho \neq \rho_s$ , beträgt die Anzeige im Allgemeinen (unter Vernachlässigung der Glieder zweiter oder höherer Ordnung) [6]:

$$I = m_c (g / g_s) \{ 1 - (\rho_a - \rho_0) (1/\rho - 1/\rho_s) - (\rho_a - \rho_{as}) / \rho_s \} \quad (4.2.2-3)$$

Wird die Waage nicht an einen anderen Ort versetzt, so ergibt sich für  $g$  keine Abweichung, d.h.  $g/g_s = 1$ . Davon wird auch im Folgenden ausgegangen.

Nur in einigen speziellen Fällen entspricht die Anzeige der Waage exakt dem konventionellen Wägewert des Körpers. Die augenscheinlichsten Fälle sind

- $\rho_a = \rho_{as} = \rho_0$ .
- Durchführung der Wägung unter der Bedingung, dass  $\rho_a = \rho_{as}$  ist, und die Dichte des Körper  $\rho = \rho_s$  beträgt.

In Fällen, in denen einige der Dichtewerte gleich sind, kann die Formel vereinfacht werden.

a) Wiegen eines Körpers bei Bezugsluftdichte:  $\rho_a = \rho_0$ , dann gilt, dass

$$I = m_c [1 - (\rho_a - \rho_{as}) / \rho_s] \quad (4.2.2-4)$$

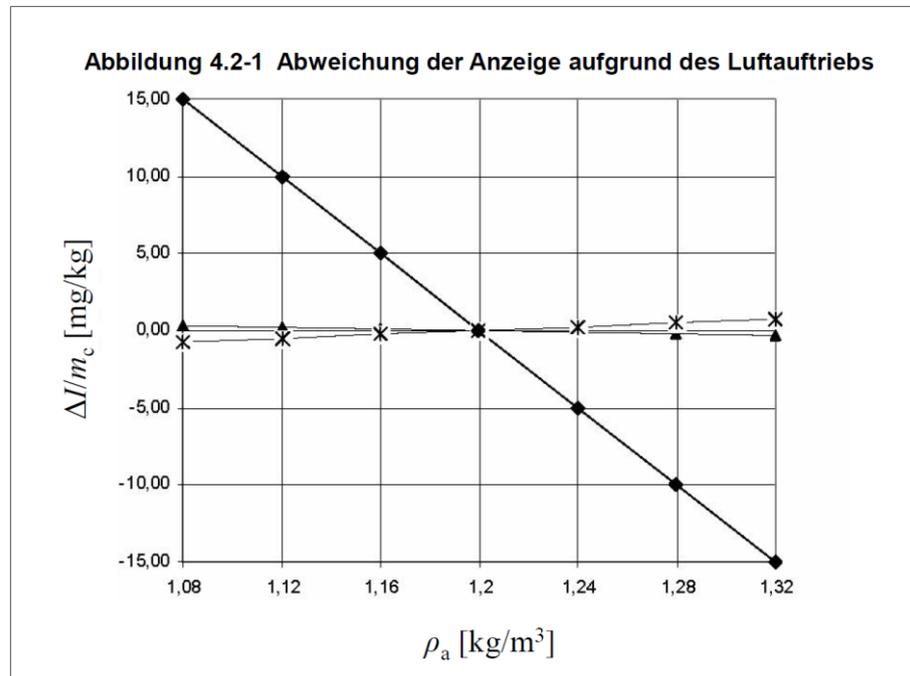
b) Wiegen eines Körpers mit gleicher Dichte wie das Justiergewicht:  $\rho = \rho_s$ , dann gilt wieder (wie in Fall a)), dass

$$I = m_c [1 - (\rho_a - \rho_{as}) / \rho_s] \quad (4.2.2-5)$$

c) Wiegen bei gleicher Luftdichte wie zum Zeitpunkt der Justierung:  $\rho_a = \rho_{as}$ , dann gilt, dass

$$I = m_c [1 - (\rho_a - \rho_0) (1/\rho - 1/\rho_s)] \quad (4.2.2-6)$$

Abbildung 4.2-1 zeigt Beispiele für den Betrag der relativen Änderungen  $\Delta I / m_c = (I - m_c) / m_c$  einer mit Normalgewichten  $\rho_s = \rho_c$  justierten Waage, bei Kalibrierung mit Normalgewichten unterschiedlicher aber typischer Dichte.



Linie ▲ gilt für einen Körper mit einer Dichte von  $\rho = 7\,810\text{ kg/m}^3$ , gewogen bei  $\rho_a = \rho_{as}$  (wie bei Fall c oben)

Linie × gilt für einen Körper mit einer Dichte von  $\rho = 8\,400\text{ kg/m}^3$ , gewogen bei  $\rho_a = \rho_{as}$  (wie bei Fall c oben)

Linie ◆ gilt für einen Körper mit einer Dichte von  $\rho = \rho_s = \rho_c$  nach Justierung bei  $\rho_{as} = \rho_0$  (wie bei Fall b oben)

Es ist offensichtlich, dass unter diesen Bedingungen eine Abweichung der Luftdichte eine weitaus größere Wirkung hat als eine Abweichung der Dichte der Last.

Weitere Information bezüglich der Luftdichte finden sich in Anhang A; hinsichtlich des auf die Normalgewichte bezogenen Luftauftriebs bietet Anhang E weitere Informationen.

#### 4.2.3 Konvektionseffekte

In Fällen, in denen die Gewichte zum Kalibrierort transportiert werden, kann es vorkommen, dass sich die Temperatur dieser Gewichte von der Temperatur der Waage und der Umgebung unterscheidet. Der Temperaturunterschied  $\Delta T$  wird definiert als Unterschied zwischen der Temperatur eines Normalgewichtes und der Temperatur der Umgebungsluft. In diesem Fall sind zwei Phänomene zu beachten:

- Eine anfängliche Temperaturdifferenz  $\Delta T_0$  kann mittels Akklimatisierung über einen gewissen Zeitraum  $\Delta t$  hinweg auf einen kleineren Wert  $\Delta T$  reduziert werden; bei kleineren Gewichten geschieht dies schneller als bei größeren Gewichten.
- Wird ein Gewicht auf die Waagschale gelegt, so erzeugt die tatsächliche Differenz  $\Delta T$  einen Luftstrom an der Oberfläche des Gewichtes, der zu parasitären Kräften führt, die eine scheinbare Änderung seiner Masse  $\Delta m_{\text{conv}}$

zur Folge haben. Das Vorzeichen von  $\Delta m_{\text{conv}}$  ist normalerweise entgegengesetzt zu dem von  $\Delta T$ , wobei der Wert für größere Gewichte höher ist als für kleine.

Die Beziehungen zwischen einer jeden der genannten Größen  $\Delta T_0$ ,  $\Delta t$ ,  $\Delta T$ ,  $m$  und  $\Delta m_{\text{conv}}$  sind nichtlinear, und sie sind abhängig von den Bedingungen des Wärmeaustausches zwischen den Gewichten und ihrer Umgebung – siehe [7].

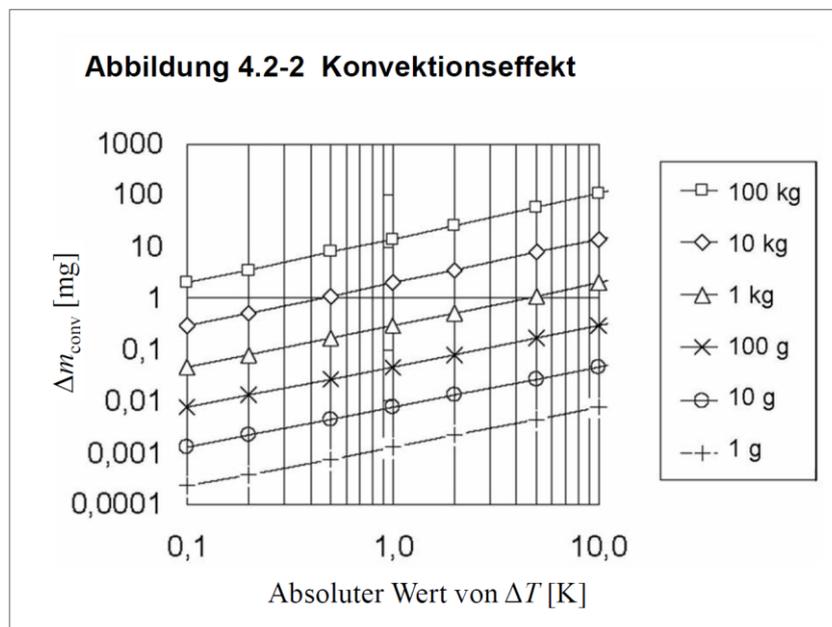


Abbildung 4.2-2 vermittelt einen Eindruck der Größe der scheinbaren Masseänderung in Bezug auf einen Temperaturunterschied für einige ausgewählte Gewichtswerte.

Dieser Effekt sollte berücksichtigt werden; entweder durch Akklimatisierung der Gewichte in einem Umfang, der die verbleibende Änderung  $\Delta m_{\text{conv}}$  in Hinblick auf die vom Kunden geforderte Messunsicherheit vernachlässigbar werden lässt oder aber indem man die mögliche Änderung der Anzeige im Messunsicherheitsbudget berücksichtigt. Der Effekt kann speziell für Gewichte mit hoher Genauigkeit von Bedeutung sein, z.B. für Gewichte der Klassen E<sub>2</sub> oder F<sub>1</sub> gemäß OIML-Richtlinie R 111 [4].

Weitere Informationen finden sich in Anhang F.

#### 4.2.4 Auftriebskorrektur für den Referenzwert der Masse

Um die Abweichung der Anzeige einer Waage zu bestimmen, werden Normalgewichte mit einem bekanntem, konventionellen Wägewert  $m_{\text{cCal}}$  benutzt. Ihre Dichte  $\rho_{\text{Cal}}$  unterscheidet sich normalerweise vom Bezugswert  $\rho_{\text{c}}$ , und die Luftdichte zum Zeitpunkt der Kalibrierung  $\rho_{\text{aCal}}$  unterscheidet sich in der Regel von  $\rho_0$ .

Für die Abweichung  $E$  der Anzeige gilt

$$E = I - I_{\text{ref}} \quad (4.2.4-1)$$

wobei  $I_{\text{ref}}$  der Referenzwert der Anzeige der Waage ist, der im weiteren Verlauf als Referenzwert der Masse  $m_{\text{ref}}$  bezeichnet wird. Aufgrund der Auswirkungen des Luftauftriebs, der Konvektion, der Drift und anderer Einflüsse, die zu geringfügigen Korrekturtermen  $\delta m_x$  führen können, ist  $m_{\text{ref}}$  nicht exakt gleich  $m_{\text{cCal}}$ , dem konventionellen Wägewert der Masse:

$$m_{\text{ref}} = m_{\text{cCal}} + \delta m_{\text{B}} + \delta m_{\text{..}} \quad (4.2.4-2)$$

Die Korrektur des Luftauftriebs  $\delta m_{\text{B}}$  wird durch die Werte von  $\rho_{\text{s}}$  und  $\rho_{\text{as}}$  beeinflusst, die bei Justierung galten, aber in der Regel nicht bekannt sind. Es wird davon ausgegangen, dass Gewichte mit einer Bezugsdichte von  $\rho_{\text{s}} = \rho_{\text{c}}$  verwendet wurden. In Anlehnung an (4.2.2-3) lautet die allgemeine Formel für die Korrektur:

$$\delta m_{\text{B}} = -m_{\text{cCal}} [(\rho_{\text{aCal}} - \rho_0)(1/\rho_{\text{cCal}} - 1/\rho_{\text{c}}) + (\rho_{\text{aCal}} - \rho_{\text{as}})/\rho_{\text{c}}] \quad (4.2.4-3)$$

Bei der Luftdichte  $\rho_{\text{as}}$  werden zwei Fälle betrachtet. Wurde die Waage unmittelbar vor der Kalibrierung justiert, dann ist  $\rho_{\text{as}} = \rho_{\text{aCal}}$ . Dadurch vereinfacht sich (4.2.4-3) zu

$$\delta m_{\text{B}} = -m_{\text{cCal}} (\rho_{\text{aCal}} - \rho_0)(1/\rho_{\text{cCal}} - 1/\rho_{\text{c}}) \quad (4.2.4-4)$$

Wurde die Waage jedoch unabhängig von der Kalibrierung in unbekannter Luftdichte  $\rho_{\text{as}}$  justiert, dann ist es nicht möglich, die Korrektur für den letzten Term der Gleichung (4.2.4-3) durchzuführen, der ein wesentlicher Teil der Abweichung der Anzeige ist. Die vorzunehmende Korrektur sollte ebenfalls gemäß (4.2.4-4) [10] erfolgen.

Das Suffix „Cal“ wird fortan weggelassen, es sei denn, es wird benötigt, um Verwechslungen auszuschließen.

### 4.3 Lasten

Lasten sollten vorzugsweise aus Normalgewichten bestehen, die auf die SI-Einheit der Masse rückführbar sind. Für vergleichende Messungen können aber auch andere Lasten verwendet werden – z.B. zur Messung der außermittigen Belastung, Wiederholbarkeitsmessung – oder zum bloßen Beladen einer Waage – z.B. Vorbelastung, ausgleichendes Taragewicht, Ersatzlast.

#### 4.3.1 Normalgewichte

Die Rückführbarkeit von Gewichten, die als Normale genutzt werden sollen, ist durch Kalibrierung [8] nachzuweisen. Die Kalibrierung umfasst

1. die Bestimmung des konventionellen Wägewertes  $m_{\text{c}}$  und/oder die Korrektur  $\delta m_{\text{c}}$  auf seinen Nominalwert  $m_{\text{N}}$ :  $\delta m_{\text{c}} = m_{\text{c}} - m_{\text{N}}$ , zusammen mit der erweiterten Messunsicherheit der Kalibrierung  $U_{95}$ , oder
2. die Bestätigung, dass  $m_{\text{c}}$  innerhalb der angegebenen, maximal zulässigen Fehlergrenzen  $mpe$  liegt:  $m_{\text{N}} - (mpe - U_{95}) \leq m_{\text{c}} \leq m_{\text{N}} + (mpe - U_{95})$

Des Weiteren sollten die Normale die folgenden Anforderungen erfüllen, und zwar in einem ihrer Genauigkeit angebrachten Maße:

3. Dichte  $\rho_s$  nahe genug an  $\rho_c = 8\,000\text{ kg/m}^3$ ,
4. geeignete Oberflächenbeschaffenheit zur Verhinderung einer durch Verschmutzung oder Haftsichten hervorgerufenen Masseänderung,
5. magnetische Eigenschaften, die eine Interaktion mit der zu kalibrierenden Waage minimieren

Gewichte, die den einschlägigen Bestimmungen der internationalen Empfehlung OIML R 111 [4] entsprechen, erfüllen all diese Anforderungen.

Die maximal zulässigen Abweichungen ( $mpe$ ) oder die Messunsicherheiten bei der Kalibrierung der Normalgewichte müssen mit dem Teilungswert  $d$  [2] (oder [3]) der Waage und/oder den Anforderungen des Kunden in Bezug auf die Messunsicherheit der Waagenkalibrierung kompatibel sein.

#### 4.3.2 Andere Lasten

Bei gewissen, bereits in Abschnitt 4.3 (2. Satz) erwähnten Anwendungen ist es nicht erforderlich, dass der konventionelle Wägewert einer Last bekannt ist. In diesen Fällen können anstelle der Normalgewichte auch andere Gewichte benutzt werden, unter gebührender Berücksichtigung der folgenden Aspekte:

1. Form, Material und Zusammensetzung sollten eine einfache Handhabung ermöglichen,
2. Form, Material und Zusammensetzung sollten eine klare und schnelle Abschätzung der Position des Schwerpunktes ermöglichen,
3. ihre Masse muss über den gesamten Zeitraum der Kalibrierung hinweg konstant bleiben,
4. ihre Dichte sollte einfach zu schätzen sein,
5. Lasten mit niedriger Dichte (z.B. mit Sand oder Kies gefüllte Behälter) erfordern unter Umständen besondere Aufmerksamkeit in Hinblick auf den Luftauftrieb. Für die Dauer der gesamten Kalibrierung müssen Temperatur und Luftdruck gegebenenfalls überwacht werden.

#### 4.3.3 Verwendung von Ersatzlasten

Eine Last, deren konventioneller Wägewert bekannt sein muss, sollte gänzlich aus Normalgewichten bestehen. Sollte dies nicht möglich sein oder sollten die Normalgewichte nicht ausreichen, um den Wägebereich der Waage oder den mit dem Kunden abgestimmten Bereich zu kalibrieren, können auch andere Lasten genutzt werden, sofern diese die unter 4.3.2 genannten Voraussetzungen erfüllen. Die zu kalibrierende Waage dient als Komparator zur Angleichung der Ersatzlast  $L_{\text{sub}}$ , so dass sie in etwa die gleiche Anzeige  $I$  erzeugt wie die entsprechende, aus Normalgewichten bestehende Last  $L_{\text{St}}$ .

Eine erste Last  $L_{\text{T1}}$ , bestehend aus Normalgewichten  $m_{\text{ref}}$ , wird wie folgt angezeigt:

$$I(L_{\text{St}}) = I(m_{\text{ref}}). \quad (4.3.3-1)$$

Nach Entfernen von  $L_{St}$  wird eine Ersatzlast  $L_{sub1}$  aufgebracht und angeglichen, um in etwa die gleiche Anzeige zu erzielen:

$$I(L_{sub1}) \approx I(m_{ref}), \quad (4.3.3-2)$$

so dass

$$L_{sub1} = m_{ref} + I(L_{sub1}) - I(m_{ref}) = m_{ref} + \Delta I_1 \quad (4.3.3-3)$$

Die nächste Last  $L_{T2}$  erhält man durch Hinzufügen von  $m_{ref}$ :

$$L_{T2} = L_{sub1} + m_{ref} = 2m_{ref} + \Delta I_1 \quad (4.3.3-4)$$

$m_{ref}$  wird wiederum durch eine Ersatzlast von  $\approx L_{sub1}$  ersetzt, mit Anpassung an  $\approx I(L_{T2})$ .

Das Verfahren kann wiederholt werden, um weitere Lasten  $L_{T3}, \dots, L_{Tn}$  zu generieren:

$$L_{Tn} = nm_{ref} + \Delta I_1 + \Delta I_2 + \dots + \Delta I_{n-1} \quad (4.3.3-5a)$$

Bedingt durch die Wiederholbarkeit und die Auflösung der Waage erhöht sich jedoch mit jedem Ersatzschritt die Unsicherheit der Gesamtlast, und zwar in einem größeren Maße als wenn diese nur aus Normalgewichten bestünde. Vgl. auch 7.1.2.6<sup>2</sup>.

Besteht die Last  $L_{T1}$  aus mehr als einem Normalgewicht, so besteht die Möglichkeit, diese Normalgewichte zunächst zur Erzeugung von  $N$  individuellen Lasten  $m_{ref,k}$  ( $k = 1, \dots, N$ ) zu nutzen, mit der Maßgabe, dass

$$m_{ref,1} < m_{ref,2} < \dots < m_{ref,N} = m_{ref} = L_{T1}. \quad (4.3.3-6)$$

Anschließend wird  $L_{T1}$  durch eine Ersatzlast  $L_{sub1}$  ersetzt; danach können die Lasten  $m_{ref,k}$  wieder nacheinander hinzugefügt werden. Die einzelnen Lasten werden mit  $L_{Tn,k}$  bezeichnet:

$$L_{Tn,k} = (n-1)m_{ref} + m_{ref,k} + \Delta I_1 + \Delta I_2 + \dots + \Delta I_{n-1}. \quad (4.3.3-5b)$$

#### 4.4 Anzeigen

<sup>2</sup> Beispiel: Bei einer für ein Gewicht von  $Max = 5000$  kg ausgelegten Waage mit der Skaleneinteilung  $d = 1$  kg beträgt die Standardmessunsicherheit für 5 t Normalgewichte der Genauigkeitsklasse M1 – basierend auf ihrem Nominalwert und unter Verwendung von (7.1.2-3) – ungefähr 150 g, wohingegen die Standardmessunsicherheit einer Last, die aus 1 t Normalgewichten und 4 t Substitutionslast besteht, unter Verwendung von (7.1.2-16a) circa 1,2 kg beträgt. In diesem Beispiel wurden durch Auftrieb und Drift bedingte Beiträge zur Messunsicherheit vernachlässigt. Gleichmaßen wurde davon ausgegangen, dass die Unsicherheit der Anzeige sowohl mit als auch ohne Last lediglich den Rundungsfehler beinhaltet.

	Richtlinie zur Kalibrierung nichtselbsttätiger Waagen <a href="https://doi.org/10.7795/550.20180928">https://doi.org/10.7795/550.20180928</a>	DKD-R 7-2	
		Ausgabe:	01/2018
		Revision:	0
		Seite:	19 / 135

#### 4.4.1 Allgemeines

Jede auf eine Last bezogene Anzeige  $I$  ist im Grunde die Differenz zwischen den Anzeigen  $I_L$  (mit Last) und  $I_0$  (bei Nulllast, also bevor eine Last aufgebracht wird):

$$I = I_L - I_0 \quad (4.4.1-1a)$$

Vorzugsweise sollten bei jeder Messung die Anzeigen mit und ohne Belastung zusammen aufgezeichnet werden. Für den Fall, dass der Waagennutzer die „Nullrückkehr“ einer jeden Last bei normalem Gebrauch der Waage berücksichtigt, z.B. bei Auftreten einer erheblichen Drift, kann die Anzeige gemäß Gleichung (4.4.1-1b)<sup>3</sup> korrigiert werden. Bei Wägungen die es erforderlich machen, dass die Waage vor Aufbringen der Last auf Null gesetzt wird, kann die Aufzeichnung der Anzeige der unbelasteten Waage als überflüssig betrachtet werden.

Bei jeder Last, einschließlich Null-Last, wird die Anzeige  $I$  der Waage nur dann abgelesen und aufgezeichnet, wenn diese als stabil erachtet werden kann. In Fällen, in denen eine hohe Auflösung der Waage oder die Umgebungsbedingungen am Ort der Kalibrierung eine stabile Anzeige verhindern, sollte ein Mittelwert geschätzt und zusammen mit Angaben hinsichtlich der beobachteten Änderungen (Bandbreite der Werte, einseitige Drift) aufgezeichnet werden.

Während der Messungen zur Kalibrierung sollten die tatsächlichen Anzeigen aufgezeichnet werden, nicht jedoch die Abweichungen oder Änderungen der Anzeige.

#### 4.4.2 Auflösung

Die Anzeigen erhält man normalerweise in Form ganzzahliger Vielfacher des Teilungswertes  $d$ .

Sollen Anzeigen mit einer höheren Auflösung als  $d$  erzielt werden, beispielsweise in Fällen, in denen es um die Einhaltung von Spezifikationen geht oder die kleinste Messunsicherheit erreicht werden soll, so steht es dem Kalibrierlaboratorium mit Zustimmung des Kunden frei, entsprechende Mittel einzusetzen. Dabei kann es sich um folgende Mittel handeln:

1. Umschalten der Anzeigevorrichtung auf einen kleineren Teilungswert:  $d_T < d$  („Service-Modus“).  
In diesem Fall erhält man die Anzeigen in Form ganzzahliger Vielfacher von  $d_T$ .
2. Verwendung zusätzlicher kleiner Prüfgewichte in Schritten von  $d_T = d/5$  oder  $d/10$ , um die Last, bei der sich die Anzeige eindeutig von  $I'$  auf  $I' + d$  ändert („Zulageverfahren“), präziser zu bestimmen. In diesem Fall wird die Anzeige  $I'$  gemeinsam mit dem Betrag  $\Delta L$  der Anzahl  $n$  der zusätzlichen kleinen Prüfgewichte, die erforderlich sind, um  $I'$  um ein  $d$  ansteigen zu lassen, aufgezeichnet.

<sup>3</sup>Im Falle einer linearen Drift ergibt sich die korrigierte Anzeige wie folgt

$$I = I_L - (I_0 + I_{0i})/2 \quad (4.4.1-1b)$$

wobei  $I_0$  und  $I_{0i}$  die Nulllast-Anzeigen vor und nach Aufbringen der Last darstellen.

Für die Anzeige  $I_L$  gilt

$$I_L = I' + d/2 - \Delta L = I' + d/2 - nd_T. \quad (4.4.2-1)$$

Bei Verwendung des Zulageverfahrens ist es ratsam, dieses sowohl für Anzeigen bei Nulllast als auch für Anzeigen bei Belastung anzuwenden.

## 5 Messverfahren

Die Messungen dienen normalerweise zur Bestimmung

- der Wiederholbarkeit von Anzeigen,
- von Abweichungen der Anzeige,
- der Wirkung einer außermittigen Belastung auf die Anzeige.

Bei der Festlegung der Anzahl der Messungen für das gängige Kalibrierverfahren sollte das Kalibrierlaboratorium bedenken, dass eine größere Anzahl an Messungen in der Regel zu einer Verringerung der Messunsicherheit führt, die Kosten dadurch aber steigen.

Kunde und Kalibrierlaboratorium können Einzelheiten hinsichtlich der bei der jeweiligen Kalibrierung durchzuführenden Messungen festlegen, wobei die übliche Nutzung der Waage berücksichtigt werden sollte. Darüber hinaus können auch weitere Messungen und Kontrollen vereinbart werden, die der Beurteilung der Leistungsfähigkeit einer Waage unter speziellen Nutzungsbedingungen dienen. Derartige Vereinbarungen sollten mit der in den folgenden Abschnitten angegebenen Mindestanzahl an Messungen in Einklang stehen.

### 5.1 Wiederholbarkeitsmessung

Die Messung besteht aus dem wiederholten Aufbringen derselben Last auf den Lastträger; dabei sind die Bedingungen für die Handhabung von Last und Waage identisch und die Messbedingungen bleiben konstant.

Eine Kalibrierung oder Überprüfung der Last(en) ist nicht erforderlich, es sei denn, die Ergebnisse sollen der Bestimmung von Anzeigegefehlern gemäß 5.2 dienen. So weit möglich, sollte die Last aus einem einzigen Stück bestehen.

Die Messung wird mit mindestens einer Last  $L_T$  durchgeführt, die in einem angemessenen Verhältnis zu  $Max$  und zur Auflösung der Waage stehen sollte, um das Verhalten der Waage einschätzen zu können. Bei Waagen mit einem konstanten Teilungswert  $d$  ist eine Last von ungefähr  $0,5Max \leq L_T \leq Max$  üblich; für Waagen, bei denen  $L_T$  bis zu mehreren 1000 kg betragen kann, kann diese reduziert werden. Bei Mehrteilungswaagen [2] (oder [3]) ist eine Last zu bevorzugen, die unterhalb oder nahe  $Max_1$  liegt. Bei Mehrbereichswaagen hingegen ist beispielsweise eine Last ausreichend, die unterhalb und nahe an der Höchstlast des Bereiches mit dem kleinsten Teilungswert liegt. Wenn die spezifische Verwendung einer Waage es rechtfertigt, so kann zwischen den Parteien ein spezieller Wert für  $L_T$  vereinbart werden.

Die Messung kann an mehr als einem Messpunkt durchgeführt werden, mit den Lasten

$L_{Tj}$ ,  $1 \leq j \leq k_L$ , wobei  $k_L$  = Anzahl der Messpunkte ist.

Vor Beginn der Messung wird die Anzeige der Waage nullgestellt. Die Last ist mindestens 5-mal aufzubringen oder aber mindestens 3-mal, wenn  $L_T \geq 100$  kg.

Die Anzeigen  $I_{Li}$  werden für jede Belastung erfasst. Nach jedem Entfernen der Last sollte die Anzeige geprüft und auf Null gesetzt werden, sofern Null nicht angezeigt wird; gemäß 4.4.1 kann es ratsam sein, die Nulllast-Anzeigen  $I_{0i}$  aufzuzeichnen. Zusätzlich sollte die Einstellung (aktiv/inaktiv) der Nullstell- oder Nullnachführeinrichtungen, sofern vorhanden, aufgezeichnet werden.

## 5.2 Messung zur Ermittlung von Abweichungen der Anzeige

Diese Messung wird unter folgenden Prämissen durchgeführt:  $k_L \geq 5$  verschiedene Lasten  $L_{Tj}$ ,  $1 \leq j \leq k_L$ , die relativ gleichmäßig über den normalen Wägebereich verteilt sind, oder aber auf einzelne Messpunkte, welche gemäß 4.1.1 vereinbart wurden. Beispiele für Zielwerte

- $k_L = 5$ : Null oder *Min*; 0,25 *Max*; 0,5 *Max*; 0,75 *Max*; *Max*. Die tatsächlichen Lasten können vom Zielwert um bis zu 0,1 *Max* abweichen, vorausgesetzt die Differenz zwischen den aufeinanderfolgenden Lasten beträgt mindestens 0,2 *Max*,
- $k_L = 11$ : Null oder *Min*, 10 Stufen von 0,1 *Max* bis hin zu *Max*. Die tatsächlichen Lasten können vom Zielwert um bis zu 0,05 *Max* abweichen, vorausgesetzt die Differenz zwischen den aufeinanderfolgenden Lasten beträgt mindestens 0,08 *Max*.

Diese Messung dient dazu, die Genauigkeit der Waage in Hinblick auf den gesamten Wägebereich zu beurteilen.

Wurde ein deutlich kleinerer Kalibrierbereich vereinbart, so kann auch die Zahl der Lasten entsprechend verringert werden; Voraussetzung dafür ist, dass mindestens 3 Messpunkte vorhanden sind, einschließlich *Min'* und *Max'*, und dass der Unterschied zwischen zwei aufeinanderfolgenden Lasten nicht mehr als 0,15*Max* beträgt.

Die Lasten müssen entweder aus geeigneten Normalgewichten oder aus Ersatzlasten gemäß 4.3.3 bestehen.

Vor Messbeginn wird die Anzeige auf Null gesetzt. Die Lasten  $L_{Tj}$  werden normalerweise einmal aufgebracht, und zwar auf eine der folgenden Arten

1. stufenweise ansteigend, mit Entlastung zwischen den einzelnen Stufen – entsprechend der mehrheitlich gebräuchlichen Verwendung der Waagen zum Wiegen von Einzellasten,
2. in kontinuierlich ansteigenden Schritten, ohne Entlastung zwischen den einzelnen Stufen; dies kann zu Kriecheffekten bei den Ergebnissen führen, verringert aber – im Vergleich zu Punkt 1 – die Anzahl der Lasten, die auf die Waagschale aufgebracht und entfernt werden müssen,

	Richtlinie zur Kalibrierung nichtselbsttätiger Waagen <a href="https://doi.org/10.7795/550.20180928">https://doi.org/10.7795/550.20180928</a>	DKD-R 7-2	
		Ausgabe:	01/2018
		Revision:	0
		Seite:	22 / 135

3. in kontinuierlich ansteigenden und abnehmenden Schritten – das unter [2] (oder [3]) vorgeschriebene Verfahren für Abnahmeprüfungen; es gelten die gleichen Anmerkungen wie bei Punkt 2,
4. in kontinuierlich abnehmenden Schritten beginnend bei  $Max$  – simuliert den Gebrauch einer Waage als Behälterwaage zum subtraktiven Wägen; es gelten die gleichen Anmerkungen wie bei Punkt 2.

Bei Mehrteilungswaagen – siehe [2] (oder [3]) – können die oben genannten Methoden für Lasten, die kleiner als  $Max$  sind, modifiziert werden und zwar durch Verwendung zunehmender und/oder abnehmender Tara-Lasten, durch Tarieren der Waage und Aufbringen einer Last nahe, aber nicht größer  $Max_1$ , um Anzeigen mit  $d_1$  zu erhalten.

Bei Mehrbereichswaagen [2] (oder [3]) sollte der Auftraggeber den zu kalibrierenden Bereich bzw. die zu kalibrierenden Bereiche festlegen (siehe 4.1.1, 2. Absatz).

Um das Verhalten der Waage unter besonderen Anwendungsbedingungen beurteilen zu können (z.B. die Anzeige nach dem Tarieren, die Änderung der Anzeige bei konstanter Last über einen gewissen Zeitraum, etc.) können weitere Messungen durchgeführt werden.

Messungen, oder auch einzelne Belastungen, können wiederholt werden, um sie mit der unter 5.1 genannten Wiederholbarkeitsuntersuchung zu verknüpfen.

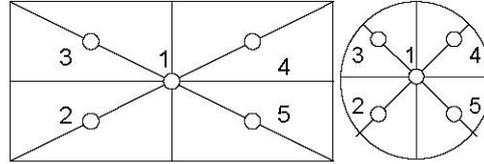
Die Anzeigen  $I_{L_j}$  werden für jede Belastung aufgezeichnet. Für den Fall, dass die Lasten entfernt werden, sollte die Nullanzeige überprüft werden; sollte diese nicht Null anzeigen, kann sie auf Null zurückgesetzt werden. Gemäß 4.4.1 ist es ratsam, die Nulllastanzeigen  $I_{0_j}$  aufzuzeichnen.

### 5.3 Messung bei außermittiger Belastung

Die Messung besteht darin, eine Last  $L_{ecc}$  an verschiedenen Positionen auf der Waagschale zu positionieren und zwar so, dass das Zentrum der Schwerkraft der aufgetragenen Last die in Abbildung 5.3-1 dargestellten oder äquivalenten Positionen so genau wie möglich einnimmt.

**Abb. 5.3-1 Positionen für Messungen bei außermittiger Belastung**

1. Mitte
2. vorne links
3. hinten links
4. hinten rechts
5. vorne rechts



In manchen Fällen ist es nicht möglich, die Last in der Mitte des Lastaufnehmers oder zumindest zentrumsnah zu positionieren. In so einem Fall reicht es aus, die Last auf den verbleibenden Stellen zu platzieren, gemäß Abbildung 5.3-1. Je nach Form des Lastaufnehmers kann die Anzahl der außermittigen Positionen von Abbildung 5.3-1 abweichen.

Die Last  $L_{\text{ecc}}$  sollte ungefähr  $Max/3$  oder mehr betragen; im Falle eines reduzierten Wägebereichs:  $Min' + (Max' - Min')/3$  oder höher.

Liegen Herstellerempfehlungen vor, so sind diese zu berücksichtigen; dies gilt auch für erkennbare, konstruktionsbedingte Einschränkungen der Waage – zum Thema „spezielle Lastaufnehmer“ siehe z.B. OIML R76 [2] (oder EN 45501 [3]).

Bei einer Mehrbereichswaage [2] (oder [3]) sollte die Messung nur in dem vom Kunden bestimmten Bereich mit der größten Höchstlast durchgeführt werden (siehe 4.1.1, Absatz 2).

Eine Kalibrierung der Last ist nicht erforderlich, es sei denn, die Ergebnisse dienen der Bestimmung von Abweichungen der Anzeige gemäß 5.2.

Die Messung kann auf verschiedene Arten durchgeführt werden:

1. Vor Messbeginn wird die Anzeige auf Null gesetzt. Die Last wird zunächst auf Position 1 gesetzt und dann in beliebiger Reihenfolge auf die anderen 4 Positionen weiterbewegt. Die Anzeigen  $I_{Li}$  werden für jede einzelne Position der Last erfasst.
2. Die Last wird zunächst auf Position 1 gesetzt, dann wird die Waage tariert. Danach wird die Last in beliebiger Reihenfolge auf die anderen 4 Positionen weiterbewegt. Die Anzeigen  $I_{Li}$  werden für jede einzelne Position der Last erfasst.
3. Vor der Messung wird die Anzeige auf Null gesetzt. Zunächst wird die Last auf Position 1 aufgebracht, danach wird sie entfernt und anschließend auf die nächste Position gesetzt, wo sie wiederum entfernt wird, und so weiter bis zur Entfernung der Last von der letzten Position. Die Anzeigen  $I_{Li}$  werden für jede einzelne Position der Last erfasst. Nach jeder Entfernung der Last sollte die Anzeige geprüft werden; sollte diese nicht auf Null stehen, so kann sie auf Null gesetzt werden. Gemäß 4.4.1 ist das Aufzeichnen der Nulllastanzeigen  $I_{0i}$  ratsam.

4. Die Last wird zunächst auf Position 1 gesetzt, dann wird die Waage tariert. Die Last wird dann zur nächsten Position weiterbewegt und wieder zurück auf Position 1 usw., bis sie von der letzten Position entfernt wird. Die Zentrumsanzeige  $I_{L1}$  wird individuell für alle außermittigen Anzeigen  $I_{Li}$  erfasst.

Die Methoden 3 und 4 werden für Waagen empfohlen, die während der außermittigen Belastungsprüfung eine erhebliche Drift aufweisen.

Bei den Methoden 2 und 4 müssen Nullstell- und Nullnachführeinrichtungen während der gesamten Messung der außermittigen Belastung ausgeschaltet sein.

#### 5.4 Zusätzliche Messungen

Die folgenden zusätzlichen Messungen oder Aufzeichnungen sind zu empfehlen, insbesondere dann, wenn eine Kalibrierung mit geringstmöglicher Messunsicherheit durchgeführt werden soll.

Mit Blick auf Luftauftriebseffekte – vgl. 4.2.2:

Während der Kalibrierung sollte die Lufttemperatur in einem angemessenen Abstand zur Waage wenigstens einmal gemessen werden. In Fällen, in denen eine Waage in einer kontrollierten Umgebung verwendet wird, sollte die Spannweite der Temperaturänderungen vermerkt werden, z.B. durch einen Thermographen, anhand der Einstellungen der Klimaregelung, etc.

Die Angabe des Luftdrucks oder ersatzweise der Höhe des Ortes über dem Meeresspiegel ist ebenfalls möglich.

Mit Blick auf Konvektionseffekte – vgl. 4.2.3:

Auf die Vermeidung übermäßiger Konvektionseffekte ist besonders zu achten; dies geschieht durch die Einhaltung eines Grenzwertes für den Temperaturunterschied zwischen Normalgewichten und Waage und/oder durch Aufzeichnung der eingehaltenen Akklimatisierungszeit. Zur Überprüfung des Temperaturunterschiedes kann ein Thermometer in der Box mit den Normalgewichten aufbewahrt werden.

Mit Blick auf magnetische Wechselwirkungen:

Zur Feststellung eventueller magnetischer Wechselwirkungen wird für hochauflösende Waagen eine gesonderte Prüfung empfohlen. Zu diesem Zweck wird ein Normalgewicht zusammen mit einem Abstandshalter aus einem nicht-metallischen Material (z.B. Holz, Kunststoff) gewogen; dabei wird der Abstandshalter einmal auf der Oberseite und einmal unter dem Gewicht platziert, um zwei verschiedene Anzeigen zu erhalten.

Weicht der Unterschied zwischen diesen beiden Anzeigen signifikant von Null ab, so sollte dies in Form eines Warnhinweises im Kalibrierschein vermerkt werden.

## 6 Messergebnisse

Die in den Kapiteln 6 und 7 vorgestellten Verfahren und Formeln bilden die Bewertungsgrundlage für die Ergebnisse der Kalibrierungen und müssen daher im Kalibrierschein nicht weiter beschrieben werden. Sollten die genutzten Verfahren und

Formeln jedoch von denen der Richtlinie abweichen, so müssen zusätzliche Informationen im Kalibrierschein zur Verfügung gestellt werden.

Nicht alle Formeln, Symbole und/oder Indizes werden zwangsläufig zur Präsentation der Ergebnisse im Kalibrierschein benutzt.

In diesem Abschnitt wird als Definition einer Anzeige  $I$  die Definition aus Abschnitt 4.4 verwendet.

## 6.1 Wiederholbarkeit

Die Standardabweichung  $s_j$  wird aus einer Anzahl  $n$  von Anzeigen  $I_{ji}$  für eine bestimmte Last  $L_{Tj}$  berechnet als

$$s_j = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (I_{ji} - \bar{I}_j)^2}, \quad (6.1-1)$$

wobei

$$\bar{I}_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I_{ji}. \quad (6.1-2)$$

Bei Verwendung von nur einer Last kann der Index  $j$  entfallen.

## 6.2 Abweichungen der Anzeige

### 6.2.1 Diskrete Werte

Für jede Last  $L_{Tj}$  wird die Abweichung der Anzeige wie folgt berechnet

$$E_j = I_j - m_{\text{ref}j} \quad (6.2-1)$$

Dort wo die Anzeige  $I_j$  der Mittelwert von mehr als einer Ablesung ist, ist  $I_j$  als Mittelwert gemäß (6.1-2) zu verstehen.

Der Referenzwert  $m_{\text{ref}}$  der Masse kann durch ihren Nominalwert  $m_{Nj}$  angegeben werden;

$$m_{\text{ref}j} = m_{Nj}, \quad (6.2-2)$$

oder durch ihren konventionellen Wägewert  $m_c$ :

$$m_{\text{ref}j} = m_{cj} = (m_{Nj} + \delta m_{cj}). \quad (6.2-3)$$

Besteht eine Last aus mehr als einem Gewichtstück, dann wird in obiger Formel  $m_{Nj}$  durch  $(\sum m_N)_j$  und  $\delta m_{cj}$  durch  $(\sum \delta m_c)_j$  ersetzt.

Weitere Korrekturen gemäß (7.1.2-1) könnten erforderlich sein.

	Richtlinie zur Kalibrierung nichtselbsttätiger Waagen <a href="https://doi.org/10.7795/550.20180928">https://doi.org/10.7795/550.20180928</a>	DKD-R 7-2	
		Ausgabe:	01/2018
		Revision:	0
		Seite:	26 / 135

### 6.2.2 Kennlinie des Wägebereichs

Zusätzlich, oder als Alternative zu den diskreten Werten  $I_j$ ,  $E_j$ , kann für den Wägebereich eine Kennlinie oder eine Kalibrierkurve bestimmt werden, wodurch die Abschätzung des Anzeigefehlers für jede Anzeige  $I$  innerhalb des Wägebereichs ermöglicht wird.

Eine Funktion

$$E = f(I) \quad (6.2-4)$$

kann durch eine entsprechende Näherung erzeugt werden, die generell auf der Methode der „kleinsten Quadrate“ beruhen sollte:

$$\sum v_j^2 = \sum (f(I_j) - E_j)^2 = \text{minimum}, \quad (6.2-5)$$

wobei

$v_j$  = Residuum

$f$  = Näherungsfunktion.

Des Weiteren sollte die Näherung

- die Unsicherheiten  $u(E_j)$  der Abweichungen der Anzeige berücksichtigen,
- eine Modellfunktion verwenden, die die physikalischen Eigenschaften der Waage widerspiegelt, z.B. die Art der Beziehung zwischen Last und deren Anzeige  $I = g(L)$ ,
- eine Überprüfung beinhalten, die klärt, ob die für die Modellfunktion gefundenen Parameter mathematisch mit den tatsächlichen Daten übereinstimmen.

Es kann angenommen werden, dass für jede  $m_{Nj}$  die Abweichung  $E_j$  der Anzeige gleich bleibt, wenn die tatsächliche Anzeige  $I_j$  durch ihren Nominalwert  $I_{Nj}$  ersetzt wird. Folglich können die Berechnungen zur Auswertung von (6.2-5) mit den Datensätzen  $m_{Nj}$ ,  $E_j$ , oder  $I_{Nj}$ ,  $E_j$  durchgeführt werden.

Hinweise zur Auswahl einer geeigneten Näherungsformel und hinsichtlich der notwendigen Berechnungen werden in Anhang C zur Verfügung gestellt.

### 6.3 Einfluss der außermittigen Belastung

Aus den gemäß 5.3 in verschiedenen Lastpositionen erzielten Anzeigen  $I_i$  werden die Differenzen  $\Delta I_{\text{ecc}}$  berechnet.

Für die Methoden 1 und 2 gemäß 5.3:

$$\Delta I_{\text{ecc}i} = I_{Li} - I_{L1} \quad (6.3-1)$$

	Richtlinie zur Kalibrierung nichtselbsttätiger Waagen <a href="https://doi.org/10.7795/550.20180928">https://doi.org/10.7795/550.20180928</a>	DKD-R 7-2	
		Ausgabe:	01/2018
		Revision:	0
		Seite:	27 / 135

Für Methode 3 gemäß 5.3:

$$\Delta I_{\text{ecc}i} = (I_{Li} - I_{0i}) - I_{L1} \quad (6.3-2)$$

Für Methode 4 gemäß 5.3:

$$\Delta I_{\text{ecc}i} = I_{Li} - I_{L1i}, \quad (6.3-3)$$

wobei für jede außermittige Anzeige  $I_{Li}$  die jeweilige mittige Anzeige  $I_{L1i}$  zur Berechnung verwendet wird.

## 7 Messunsicherheit

In diesem und den folgenden Abschnitten werden den kleinen Korrekturen Unsicherheitsterme zugeordnet, welche proportional zu einem vorgegebenen Wägewert oder einer vorgegebenen Anzeige sind. Für den Quotienten einer solchen Unsicherheit, dividiert durch den zugehörigen Wägewert oder der Anzeige, wird die abgekürzte Schreibweise  $u_{\text{rel}}$  verwendet.

Beispiel: Sei

$$u(\delta m_{\text{corr}}) = m \cdot u(\text{corr}) \quad (7-1)$$

mit dem dimensionslosen Term  $u(\text{corr})$ , dann ist

$$u_{\text{rel}}(\delta m_{\text{corr}}) = u(\text{corr}) \quad (7-2)$$

Dementsprechend wird die zugehörige Varianz mit  $u_{\text{rel}}^2(\delta m_{\text{corr}})$  bezeichnet und die zugehörige erweiterte Messunsicherheit mit  $U_{\text{rel}}(\delta m_{\text{corr}})$ .

Zur Bestimmung der Messunsicherheit können Terme zweiter Ordnung vernachlässigt werden; wenn sich aber Beiträge erster Ordnung gegenseitig aufheben, dann sollten Beiträge zweiter Ordnung berücksichtigt werden (siehe JCGM 101 [9], 9.3.2.6).

### 7.1 Standardmessunsicherheit für diskrete Werte

Die grundlegende Formel für die Kalibrierung lautet

$$E = I - m_{\text{ref}} \quad (7.1-1)$$

mit der Varianz

$$u^2(E) = u^2(I) + u^2(m_{\text{ref}}) \quad (7.1-2)$$

Dort wo Ersatzlasten benutzt werden, siehe 4.3.3, wird  $m_{\text{ref}}$  in beiden Ausdrücken durch  $L_{Tn}$  oder  $L_{Tn,k}$  ersetzt.

Nachfolgend werden die Terme hergeleitet.

### 7.1.1 Standardmessunsicherheit der Anzeige

Um die Änderungsursachen der Anzeige zu berücksichtigen, wird (4.4.1-1) durch die Korrekturausdrücke  $\delta I_{xx}$  wie folgt ergänzt:

$$I = I_L + \delta I_{digL} + \delta I_{rep} + \delta I_{ecc} - I_0 - \delta I_{dig0} + \dots \quad (7.1.1-1)$$

Unter besonderen Bedingungen (Temperatureinwirkung, Drift, Hysterese, ...) können weitere Korrekturausdrücke zum Einsatz kommen; diese werden allerdings nachfolgend nicht betrachtet.

Der Erwartungswert all dieser Korrekturen beträgt Null. Ihre Standardmessunsicherheiten sind:

7.1.1.1  $\delta R_{dig0}$  steht für den Rundungsfehler der Nulllast-Anzeige. Je nachdem liegen die Grenzen bei  $\pm d_0/2$  oder  $\pm d_T/2$ ; es wird eine Rechteckverteilung angenommen, folglich ist

$$u(\delta I_{dig0}) = d_0 / (2\sqrt{3}), \quad (7.1.1-2a)$$

beziehungsweise

$$u(\delta I_{dig0}) = d_T / (2\sqrt{3}). \quad (7.1.1-2b)$$

Anmerkung 1: vgl. 4.4.2 zur Bedeutung von  $d_T$ .

Anmerkung 2: bei einer Waage mit Bauartzulassung gemäß OIML R76 [2] (oder EN 45501 [3]), ist der Rundungsfehler einer Nullanzeige nach Nulleinstellung oder nach einem Taraausgleich auf  $\pm d_0/4$  begrenzt, daher ist

$$u(\delta I_{dig0}) = d_0 / (4\sqrt{3}). \quad (7.1.1-2c)$$

7.1.1.2  $\delta I_{digL}$  steht für den Rundungsfehler der Anzeige bei Belastung. Je nachdem liegen die Grenzen bei  $\pm d_1/2$  oder  $\pm d_T/2$ ; von einer Rechteckverteilung ist auszugehen, daher ist

$$u(\delta I_{digL}) = d_1 / 2\sqrt{3} \quad (7.1.1-3a)$$

oder

$$u(\delta I_{digL}) = d_T / 2\sqrt{3}. \quad (7.1.1-3b)$$

Anmerkung: bei einer Mehrteilungswaage variiert  $d_1$  mit  $I$ .

7.1.1.3  $\delta I_{rep}$  steht für die Wiederholbarkeit der Waage; eine Normalverteilung wird angenommen, geschätzt als

$$u(\delta I_{rep}) = s(I_j), \quad (7.1.1-5)$$

wobei  $s(I_j)$  unter 6.1. bestimmt wird.

Wenn es sich bei der Anzeige  $I$  um eine einzelne Ablesung handelt und lediglich eine Wiederholbarkeitsmessung stattgefunden hat, dann kann die Unsicherheit der Wiederholbarkeit als repräsentativ für den gesamten Bereich der Waage angesehen werden.

In Fällen, in denen die Anzeige  $I_j$  den Mittelwert einer Anzahl  $N$  von Anzeigen darstellt, die während der Messung auf Abweichung der Anzeige mit derselben Last durchgeführt wurden, beträgt die entsprechende Standardmessunsicherheit

$$u(\delta I_{\text{rep}}) = s(I_j) / \sqrt{N} . \quad (7.1.1-6)$$

In Fällen, in denen mehrere  $s_j$ -Werte (verkürzte Schreibweise:  $s_j = s(I_j)$ ) unter Verwendung unterschiedlicher Lasten bestimmt wurden, sollte für die beiden Messpunkte, die die Anzeige, deren Abweichung bestimmt wurde, umschließen, der größere  $s_j$ -Wert verwendet werden.

Im Falle von Mehrteilungs- und Mehrbereichswaagen, für die eine Wiederholbarkeitsmessung in mehr als einem Teilwägebereich/Bereich vorgenommen wurde, kann die Standardunsicherheit eines jeden Teilwägebereichs/Bereiches als repräsentativ für alle Anzeigen der Waage in dem jeweiligen Teilwägebereich/Bereich angesehen werden.

Anmerkung: Bei einer in einem Kalibrierschein angegebenen Standardunsicherheit sollte klar sein, ob diese sich auf eine einzige Anzeige oder auf eine Anzahl  $N$  von Anzeigen bezieht.

7.1.1.4  $\delta I_{\text{ecc}}$  steht für die Abweichung der Anzeige aufgrund der außermittigen Lage des Schwerpunkts einer Last. Dieser Effekt kann dann auftreten, wenn eine Last aus mehr als einem Körper besteht. In Fällen, in denen dieser Effekt nicht vernachlässigt werden darf, kann eine Abschätzung seiner Größe unter den folgenden Annahmen vorgenommen werden:

- die mittels (6.3-1) bestimmten Unterschiede  $\Delta I_{\text{ecc}}$  sind proportional zur Entfernung der Last von der Mitte des Lastträgers,
- die mittels (6.3-1) bestimmten Unterschiede  $\Delta I_{\text{ecc}}$  sind proportional zum Wert der Last,
- die Entfernung des effektiven Schwerpunktes der Lasten von der Mitte des Lastträgers beträgt nicht mehr als die halbe Distanz zwischen der Mitte des Lastträgers und den außermittigen Lastpositionen, wie in Abbildung 5.3-1 dargestellt.

Basierend auf der gemäß 6.3 bestimmten größten Differenz ist die Abschätzung für  $\delta I_{\text{ecc}}$  folgende:

$$\delta I_{\text{ecc}} \leq \left\{ \Delta I_{\text{ecc}i} \Big|_{\text{max}} / (2L_{\text{ecc}}) \right\} I . \quad (7.1.1-9)$$

Da von einer Rechteckverteilung ausgegangen wird, ergibt sich für die Standardunsicherheit, dass

$$u(\delta I_{\text{ecc}}) = I |\Delta I_{\text{ecc}i}|_{\text{max}} / (2L_{\text{ecc}} \sqrt{3}) \quad (7.1.1-10)$$

oder aber in relativer Schreibweise

$$u_{\text{rel}}(\delta I_{\text{ecc}}) = |\Delta I_{\text{ecc}i}|_{\text{max}} / (2L_{\text{ecc}} \sqrt{3}) . \quad (7.1.1-11)$$

7.1.1.5 Die Standardmessunsicherheit der Anzeige erhält man in der Regel durch

$$u^2(I) = d_0^2 / 12 + d_I^2 / 12 + u^2(\delta I_{\text{rep}}) + u_{\text{rel}}^2(\delta I_{\text{ecc}}) I^2 . \quad (7.1.1-12)$$

Anmerkung 1: Die Messunsicherheit  $u(I)$  ist nur dann konstant, wenn auch  $s$  konstant ist und kein Exzentrizitätsfehler berücksichtigt werden muss.

Anmerkung 2: Wie bereits in den Abschnitten 7.1.1.1 und 7.1.1.2 erwähnt, müssen die ersten beiden Terme auf der rechten Seite in bestimmten Fällen ggf. modifiziert werden.

## 7.1.2 Standardmessunsicherheit des Referenzgewichts

Ausgehend von 4.2.4 und 4.3.1 beträgt das Referenzgewicht

$$m_{\text{ref}} = m_N + \delta m_c + \delta m_B + \delta m_D + \delta m_{\text{conv}} + \delta m_{\dots} . \quad (7.1.2-1)$$

Der letzte Term steht für weitere Korrekturen, die unter bestimmten Bedingungen erforderlich sein können. Diese werden nachfolgend nicht betrachtet.

Die Korrekturen und ihre Standardmessunsicherheiten:

7.1.2.1  $\delta m_c$  steht für die Korrektur von  $m_N$  zur Erlangung des konventionellen Wägewerts

$m_c$ ; im Kalibrierschein wird sie zusammen mit der Messunsicherheit  $U$  der Kalibrierung und dem Erweiterungsfaktor  $k$  angegeben. Die Standardmessunsicherheit beträgt

$$u(\delta m_c) = U/k . \quad (7.1.2-2)$$

In Fällen, in denen das Normalgewicht entsprechend festgelegter Toleranzen  $Tol$  kalibriert wurde, z.B. gemäß der in der OIML R111 [4] festgelegten maximal zulässigen Abweichungen  $mpe$  und in denen sein Nennwert  $m_N$  benutzt wird, ist  $\delta m_c = 0$  und es wird von einer Rechteckverteilung ausgegangen; daher ist

$$u(\delta m_c) = Tol / \sqrt{3} . \quad (7.1.2-3)$$

In Fällen, in denen eine Last aus mehr als einem Normalgewicht besteht, werden die Standardmessunsicherheiten direkt summiert (nicht die Summe der Quadrate), um eine angenommene Korrelation zu berücksichtigen.

Für zum Teil aus Ersatzlasten bestehende Lasten siehe 7.1.2.6.

7.1.2.2  $\delta m_B$  ist die Korrektur für den Luftauftrieb, gemäß 4.2.4. Der Wert ist abhängig von der Dichte  $\rho$  des Kalibriergewichts und von dem vermuteten Bereich der Luftdichte  $\rho_a$  im Labor:

$$\delta m_B = -m_N(\rho_a - \rho_0)(1/\rho - 1/\rho_c), \quad (7.1.2-4)$$

mit relativer Standardmessunsicherheit

$$u_{\text{rel}}^2(\delta m_B) = u^2(\rho_a)(1/\rho - 1/\rho_c)^2 + (\rho_a - \rho_0)^2 u^2(\rho)/\rho^4. \quad (7.1.2-5a)^4$$

Sofern Werte für  $\rho$ ,  $u(\rho)$ ,  $\rho_a$  und  $u(\rho_a)$  bekannt sind, sollten diese zur Bestimmung von  $u_{\text{rel}}(\delta m_B)$  benutzt werden.

Sollten diese Informationen nicht vorliegen, können die Dichte  $\rho$  und ihre Standardmessunsicherheit nach allgemein anerkannten Verfahren oder gemäß Herstellerinformationen geschätzt werden. In Anhang E finden sich international anerkannte Werte gängiger Materialien, die für Normalgewichte verwendet werden.

Die Luftdichte  $\rho_a$  und ihre Standardmessunsicherheit können anhand der Temperatur und des Luftdrucks, sofern verfügbar, berechnet werden (wobei die relative Luftfeuchte von untergeordneter Bedeutung ist); die Abschätzung kann aber auch anhand der Höhenangabe (d.h. Höhe über dem Meeresspiegel) erfolgen.

In Fällen, in denen eine Konformität der Normalgewichte entsprechend OIML R111 [4] vorliegt und in denen keine Informationen bezüglich  $\rho$  und  $\rho_a$  verfügbar sind, kann auf Abschnitt 10 der OIML R111<sup>5</sup> zurückgegriffen werden. Eine Korrektur wird nicht vorgenommen und für die relativen Messunsicherheiten gilt:

Wenn die Waage unmittelbar vor der Kalibrierung justiert wird:

$$u_{\text{rel}}(\delta m_B) \approx mpe/(4m_N\sqrt{3}). \quad (7.1.2-5c)$$

Wenn die Waage vor der Kalibrierung nicht justiert wird:

$$u_{\text{rel}}(\delta m_B) \approx (0,1\rho_0/\rho_c + mpe/(4m_N))/\sqrt{3}. \quad (7.1.2-5d)$$

Sind Informationen bezüglich der möglichen Temperaturänderungen am Aufstellort der Waage verfügbar, so kann Gleichung (7.1.2-5d) ersetzt werden durch:

<sup>4</sup> Eine genauere Formel für (7.1.2-5a) wäre [10]

$$u_{\text{rel}}^2(\delta m_B) = u^2(\rho_a)(1/\rho - 1/\rho_c)^2 + (\rho_a - \rho_0)[(\rho_a - \rho_0) - 2(\rho_{a1} - \rho_0)]u^2(\rho)/\rho^4 \quad (7.1.2-5b)$$

wobei  $\rho_{a1}$  für die Luftdichte zum Zeitpunkt der Kalibrierung der Normalgewichte steht. Diese Formel ist nützlich, wenn sich das Gerät in großer Höhe über dem Meeresspiegel befindet, andernfalls könnte die Unsicherheit überbewertet werden.

<sup>5</sup>Die Dichte des für Gewichte verwendeten Materials muss so beschaffen sein, dass eine 10%ige Abweichung von der angegebenen Luftdichte (1,2 kg/m<sup>3</sup>) keine Messabweichung erzeugt, die mehr als ein Viertel der maximal zulässigen Fehlergrenze ( $mpe$ ) beträgt.

$$u_{\text{rel}}(\delta m_B) \approx \sqrt{1,07 \times 10^{-4} + 1,33 \times 10^{-6} \text{K}^{-2} \Delta T^2} \cdot \rho_0 / \rho_c + mpe / (4m_N \sqrt{3}), \quad (7.1.2-5e)$$

wobei  $\Delta T$  für die für den Aufstellort anzunehmende maximale Änderungsbreite der Umgebungstemperatur steht (für Details s. Anhänge A2.2 und A3).

Gemäß der in Fußnote 5 formulierten Anforderung können die Grenzen für den Wert von  $\rho$  abgeleitet werden: z.B. für Klasse E<sub>2</sub>:  $|\rho - \rho_c| \leq 200 \text{ kg/m}^3$ , und für Klasse F<sub>1</sub>:  $|\rho - \rho_c| \leq 600 \text{ kg/m}^3$ .

Hinweis: Aufgrund der Tatsache, dass die Dichte der für die Normalgewichte verwendeten Materialien normalerweise näher an  $\rho_c$  liegt als es die OIML R111-Grenzen gestatten würden, können die 3 letzten Formeln als Obergrenzen für  $u_{\text{rel}}(\delta m_B)$  betrachtet werden. In Fällen, in denen ein einfacher Vergleich dieser Werte mit der Auflösung der Waage ( $d / \text{Max}$ ) zeigt, dass sie klein genug sind, ist eine aufwendigere Berechnung dieser Unsicherheitskomponente auf Basis tatsächlicher Daten eventuell überflüssig.

7.1.2.3  $\delta m_D$  entspricht der möglichen Drift von  $m_c$  ab dem Zeitpunkt der letzten Kalibrierung.

Die bestmögliche Abschätzung eines Grenzwertes  $D$  erzielt man ausgehend von der Massedifferenz  $m_c$ , die den aufeinanderfolgenden Kalibrierscheinen der Normalgewichte entnommen werden kann.

Mit Blick auf die Qualität der Gewichte, die Häufigkeit ihrer Benutzung und die Sorgfalt bei ihrer Handhabung kann  $D$  abgeschätzt werden, und zwar auf mindestens ein Vielfaches ihrer erweiterten Messunsicherheit  $U(\delta m_c)$ :

$$D = k_D U(\delta m_c), \quad (7.1.2-10)$$

wobei es sich bei  $k_D$  um einen gewählten Wert handelt, der zwischen 1 und 3 liegt.

Liegen keine Angaben zur Drift vor, wird für den Wert von  $D$  der Grenzwert für die maximal zulässige Abweichung der Anzeige ( $mpe = \text{maximum permissible error}$ ) gemäß OIML R 111 [4] gewählt.

Eine Korrektur wird nicht empfohlen, stattdessen sollte von einer gleichmäßigen Verteilung innerhalb  $\pm D$  ausgegangen werden (Rechteckverteilung). Die Standardunsicherheit beträgt dann

$$u(\delta m_D) = D / \sqrt{3}. \quad (7.1.2-11)$$

Bei erfolgter Kalibrierung eines Gewichtssatzes mit einer standardisierten, erweiterten relativen Messunsicherheit  $U_{\text{rel}}(\delta m_c)$ , kann es sinnvoll sein, einen relativen Grenzwert  $D_{\text{rel}} = D / m_N$  und eine relative Messunsicherheit für die Drift einzuführen:

$$u_{\text{rel}}(\delta m_D) = D_{\text{rel}} / \sqrt{3} \quad (7.1.2-12)$$

7.1.2.4  $\delta m_{\text{conv}}$  entspricht den Konvektionseffekten gemäß 4.2.3. Abhängig vom bekannten Temperaturunterschied  $\Delta T$  und der Masse des Normalgewichts kann ein Grenzwert  $\Delta m_{\text{conv}}$  aus Anhang F genommen werden.

Eine Korrektur wird nicht empfohlen, stattdessen sollte von einer gleichmäßigen Verteilung innerhalb  $\pm \Delta m_{\text{conv}}$  ausgegangen werden. Die Standardmessunsicherheit beträgt dann

$$u(\delta m_{\text{conv}}) = \Delta m_{\text{conv}} / \sqrt{3}. \quad (7.1.2-13)$$

Es zeigt sich, dass dieser Effekt lediglich für Gewichte der Klasse F<sub>1</sub> oder für Gewichte einer höheren Klasse von Bedeutung ist.

7.1.2.5 Die Standardmessunsicherheit des Referenzgewichts erhält man durch – vgl. 7.1.2

$$u^2(m_{\text{ref}}) = u^2(\delta m_c) + u^2(\delta m_B) + u^2(\delta m_D) + u^2(\delta m_{\text{conv}}), \quad (7.1.2-14)$$

mit den Beiträgen aus 7.1.2.1 bis 7.1.2.4.

7.1.2.6 In Fällen, in denen eine Last gemäß 4.3.3 teilweise aus Ersatzlasten besteht und die Lasten gemäß (4.3.3-5a) definiert sind, erhält man die Standardunsicherheit für die Summe  $L_{Tn} = nm_{\text{ref}} + \Delta I_1 + \Delta I_2 + \dots + \Delta I_{n-1}$  durch folgenden Ausdruck:

$$u^2(L_{Tn}) = n^2 u^2(m_{\text{ref}}) + 2[u^2(I_1) + u^2(I_2) + \dots + u^2(I_{n-1})], \quad (7.1.2-15a)$$

unter Verwendung von  $u(m_{\text{ref}})$  aus 7.1.2.5 und  $u(I_j)$  aus 7.1.1.5 für  $I = I(L_{Tj})$ .

In Fällen, in denen eine Last gemäß 4.3.3 teilweise aus Ersatzlasten besteht und die Lasten gemäß (4.3.3-5b) definiert sind, erhält man die Standardunsicherheit für die Summe  $L_{Tn,k} = (n-1)m_{\text{ref}} + m_{\text{ref},k} + \Delta I_1 + \Delta I_2 + \dots + \Delta I_{n-1}$  durch folgenden Ausdruck:

$$u^2(L_{Tn,k}) = [(n-1)u(m_{\text{ref}}) + u(m_{\text{ref},k})]^2 + 2[u^2(I_1) + u^2(I_2) + \dots + u^2(I_{n-1})], \quad (7.1.2-15b)$$

unter Verwendung von  $u(m_{\text{ref}})$  aus 7.1.2.5 und  $u(I_j)$  aus 7.1.1.5 für  $I = I(L_{Tj})$ .

Hinweis: Die Messunsicherheiten  $u(I_j)$  müssen auch bei Anzeigen einbezogen werden, bei denen die Ersatzlast so eingestellt wurde, dass das entsprechende  $\Delta I$  Null wird.

Je nach Art der Ersatzlast kann es notwendig sein, weitere Unsicherheitsbeiträge hinzuzufügen

- bei außermittiger Belastung gemäß 7.1.1.4 bei einigen oder allen Istwert-Anzeigen  $I(L_{Tj})$
- für den Luftauftrieb der Ersatzlasten, sofern diese aus Materialien mit geringer Dichte (z.B. Sand, Kies) bestehen und die Luftdichte während des Gebrauchs der Ersatzlasten stark variiert.

Dort wo  $u(I_j) = \text{const}$  ist, vereinfacht sich der Ausdruck (7.1.2-15a) zu

$$u^2(L_{Tn}) = n^2 u^2(m_{\text{ref}}) + 2[(n-1)u^2(I)] \quad (7.1.2-16a)$$

und der Ausdruck (7.1.2-15b) vereinfacht sich zu

$$u^2(L_{Tn,k}) = [(n-1)u(m_{\text{ref}}) + u(m_{\text{ref},k})]^2 + 2[(n-1)u^2(I)]. \quad (7.1.2-16b)$$

### 7.1.3 Standardmessunsicherheit der Abweichung der Anzeige

Die Standardunsicherheit der Abweichung der Anzeige wird gemäß 7.1.1 bzw. 7.1.2 wie folgt berechnet:

$$u^2(E) = u^2(\delta I_{\text{dig0}}) + u^2(\delta I_{\text{digj}}) + u^2(\delta I_{\text{rep}}) + u^2(\delta I_{\text{ecc}}); \quad (7.1.3-1a)$$

$$+ u^2(\delta m_c) + u^2(\delta m_B) + u^2(\delta m_D) + u^2(\delta m_{\text{conv}})$$

im Falle relativer Messunsicherheiten wird die Berechnung wie folgt durchgeführt:

$$u^2(E) = u^2(\delta I_{\text{dig0}}) + u^2(\delta I_{\text{digj}}) + u^2(\delta I_{\text{rep}}) + u_{\text{rel}}^2(\delta I_{\text{ecc}}) I^2 \quad (7.1.3-1b)$$

$$+ \{u_{\text{rel}}^2(\delta m_c) + u_{\text{rel}}^2(\delta m_B) + u_{\text{rel}}^2(\delta m_D)\} m_{\text{ref}}^2 + u^2(\delta m_{\text{conv}})$$

Bei Verwendung von Ersatzlasten ergibt sich

$$u^2(E_{n,k}) = u^2(\delta I_{\text{dig0}}) + u^2(\delta I_{\text{digj}}) + u^2(\delta I_{\text{rep}}) + u^2(\delta I_{\text{ecc}}) + u^2(L_{Tn,k}), \quad (7.1.3-1c)$$

wobei sich  $n$  auf die Anzahl der Ersatzlastschritte bezieht und  $k$  die Anzahl der Normalgewichte darstellt.

Sämtliche Eingangsgrößen werden als unkorreliert betrachtet, folglich werden auch keine Kovarianzen berücksichtigt.

Der Index „ $j$ “ wurde weggelassen.

Da die Abweichungen der Anzeige im Vergleich zur Anzeige erfahrungsgemäß meist sehr gering sind, oder gar Null betragen, können die Werte für  $m_{\text{ref}}$  und  $I$  in (7.1.3-1b) durch  $I_N$  ersetzt werden.

Die Terme aus (7.1.3-1b) können dann in eine einfache Formel gebracht werden, mit der besser zum Ausdruck kommt, dass einige der Terme absoluter Natur sind, andere hingegen zur Anzeige proportional:

$$u^2(E) = \alpha^2 + \beta^2 I^2. \quad (7.1.3-2)$$

## 7.2 Standardmessunsicherheit für eine Kennlinie

Dort wo eine Näherung durchgeführt wird, um eine Formel  $E = f(I)$  für den gesamten Wägebereich zu erhalten, so wie unter Punkt 6.2.2, muss die unter Punkt 7.1.3 gezeigte Standardmessunsicherheit der Abweichung der Anzeige abgewandelt werden, um mit der Approximationsmethode im Einklang zu stehen. Je nach

Modellfunktion kann dies

- eine einzelne Varianz sein, die zu (7.1.3-1) hinzugefügt wird oder
- eine Reihe von Varianzen und Kovarianzen, die die Varianzen aus (7.1.3-1) beinhalten

Die Berechnungen sollten auch eine Messung beinhalten, anhand dessen geprüft werden kann, ob die Modellfunktion mathematisch mit den Datensätzen  $E_j, I_j, u(E_j)$  übereinstimmt.

Für die Näherungen empfiehlt sich als Ansatz die Minimum-Chi-Quadrat-Methode, die der Fehlerquadratmethode ähnelt. Details hierzu finden sich in Anhang C.

### 7.3 Erweiterte Messunsicherheit bei der Kalibrierung

Für die erweiterte Messunsicherheit der Abweichung der Anzeige gilt

$$U(E) = k u(E). \quad (7.3-1)$$

Der Erweiterungsfaktor  $k$  sollte so gewählt werden, dass die erweiterte Messunsicherheit einer Überdeckungswahrscheinlichkeit von 95,45 % entspricht.

Weitere Angaben zur Herleitung des Erweiterungsfaktors finden sich in Anhang B.

### 7.4 Standardmessunsicherheit eines Wägeregebnisses

In den Kapiteln 7.4 und 7.5 finden sich Ratschläge zur Abschätzung der Messunsicherheit einer Waage unter normalen Gebrauchsbedingungen, wobei die Messunsicherheit bei der Kalibrierung berücksichtigt wird. Bietet ein Kalibrierlaboratorium seinen Kunden Abschätzungen an, die nicht auf vom Labor durchgeführten Messungen, sondern anderen Informationen beruhen, so dürfen diese Abschätzungen nicht als Teil des Kalibrierscheins präsentiert werden. Es ist dennoch zulässig, diese Abschätzungen zur Verfügung zu stellen, so lange diese klar von den Kalibrierergebnissen getrennt werden.

Der Waagennutzer sollte sich der Tatsache bewusst sein, dass sich die Gegebenheiten beim normalen Gebrauch der Waage von denen bei der Kalibrierung in einigen, wenn nicht gar allen der folgenden Aspekte unterscheiden:

1. Die beim Wägen von Gegenständen erhaltenen Anzeigen stimmen nicht mit den bei der Kalibrierung erlangten Anzeigen überein.
2. Der Wägeprozess kann von der Prozedur bei der Kalibrierung abweichen:
  - a. In der Regel wird für jede Last nur eine Ablesung genommen und nicht etwa mehrere Ablesungen, um einen Mittelwert zu erhalten.
  - b. Die Ablesungen beziehen sich auf die Teilungswerte  $d$  der Waage, nicht auf die einer höheren Auflösung.
  - c. Die Belastung erfolgt aufwärts und abwärts, nicht bloß aufwärts – oder umgekehrt.
  - d. Die Last kann für einen längeren Zeitraum auf dem Lastaufnehmer verbleiben, keine Entlastung nach jedem Ladeschritt – oder umgekehrt.
  - e. Außermittiges Aufbringen der Last.

- f. Nutzung der Tara-Ausgleichsvorrichtung, etc.
3. Die Umgebungsbedingungen (Temperatur, Luftdruck, etc.) können unterschiedlich sein.
4. Bei Waagen, die nicht regelmäßig justiert werden, z.B. mittels einer integrierten Vorrichtung, kann sich die Justierung aufgrund von Drift oder Verschleiß geändert haben. Anders als bei den Punkten 1 bis 3 sollte dieser Effekt daher in Bezug auf eine gewisse Zeitspanne betrachtet werden, beispielsweise die Dauer eines Jahres oder das normale Kalibrierintervall.
5. Wiederholbarkeit der Justierung.

Um die Wägeergebnisse, die beim Wiegen einer Last  $L$  auf der kalibrierten Waage erzielt wurden, von den während der Kalibrierung erzielten Anzeigen  $I$  zu unterscheiden, werden die folgenden Terme und Symbole eingeführt:

- $R_L$  = nach der Kalibrierung erzielte Ablesung beim Wiegen einer Last  $L$  auf der kalibrierten Waage.
- $R_0$  = nach der Kalibrierung erzielte Ablesung ohne Last auf der kalibrierten Waage.

Bei den Ablesungen handelt es sich um Einzelwerte in normaler Auflösung (Vielfaches von  $d$ ), mit ggf. vorzunehmenden Korrekturen.

Erfolgt die Ablesung unter den gleichen Bedingungen wie denen, die bei der Kalibrierung vorherrschen, so kann das Ergebnis als Wägeergebnis unter Kalibrierbedingungen  $W^*$  bezeichnet werden;

$$W^* = R_L + \delta R_{\text{dig}L} + \delta R_{\text{rep}} + \delta R_{\text{ecc}} - (R_0 + \delta R_{\text{dig}0}) - E, \quad (7.4-1a)$$

mit der zugeordneten Messunsicherheit

$$u(W^*) = \sqrt{\{u^2(E) + u^2(\delta R_{\text{dig}0}) + u^2(\delta R_{\text{dig}L}) + u^2(\delta R_{\text{rep}}) + u^2(\delta R_{\text{ecc}})\}}. \quad (7.4-2a)$$

Zur Berücksichtigung der verbleibenden möglichen Einflüsse auf das Wägeergebnis werden der Ablesung herkömmlicherweise weitere Korrekturen hinzugefügt, die zu dem allgemeinen Wägeergebnis

$$W = W^* + \delta R_{\text{instr}} + \delta R_{\text{proc}} \quad (7.4-1b)$$

führen, wobei  $\delta R_{\text{instr}}$  für einen durch Umgebungseinflüsse bedingten Korrekturterm steht und  $\delta R_{\text{proc}}$  einen durch den Betrieb der Waage bedingten Korrekturterm darstellt. Die zugeordnete Messunsicherheit beträgt

$$u(W) = \sqrt{u^2(W^*) + u^2(\delta R_{\text{instr}}) + u^2(\delta R_{\text{proc}})}. \quad (7.4-2b)$$

Die hinzugefügten Terme und die zugehörigen Standardmessunsicherheiten werden in den Abschnitten 7.4.3 und 7.4.4. erörtert. Die Standardmessunsicherheiten  $u(W^*)$  und  $u(W)$  werden schließlich in Abschnitt 7.4.5 vorgestellt.

Die Abschnitte 7.4.3 und 7.4.4, 7.4.5 und 7.5 sollen dem Waagennutzer Hinweise zur Abschätzung der Messunsicherheit von Wäageergebnissen unter normalen Betriebsbedingungen liefern. Sie erheben keinen Anspruch auf Vollständigkeit und sind nicht bindend.

#### 7.4.1 Standardmessunsicherheit einer Ablesung im Gebrauch

Zur Berücksichtigung von Ursachen für die Abweichung der Ablesung wird (7.1.1-1) verwendet, wobei  $I$  durch  $R$  ersetzt wird:

$$R = R_L + \delta R_{\text{dig}L} + \delta R_{\text{rep}} + \delta R_{\text{ecc}} - (R_0 + \delta R_{\text{dig}0}) \dots \quad (7.4.1-1)$$

Korrekturen und ihre Standardmessunsicherheiten:

7.4.1.1  $\delta R_{\text{dig}0}$  steht für den Rundungsfehler bei der Nullablesung. Es gilt 7.1.1.1, mit der Ausnahme, dass die Variante  $d_T < d$  ausgeschlossen wird, wodurch

$$u(\delta R_{\text{dig}0}) = d_0 / \sqrt{12} \quad (7.4.1-2)$$

7.4.1.2  $\delta R_{\text{dig}L}$  steht für den Rundungsfehler der Ablesung der Last. Es gilt 7.1.1.2, mit der Ausnahme, dass die Variante  $d_T < d_L$  ausgeschlossen ist, wodurch

$$u(\delta R_{\text{dig}L}) = d_L / \sqrt{12} \quad (7.4.1-3)$$

7.4.1.3  $\delta R_{\text{rep}}$  steht für die Wiederholbarkeit der Waage. Es gilt 7.1.1.3, die entsprechende Standardabweichung  $s$  für eine einzelne Ablesung ist dem Kalibrierschein zu entnehmen, wodurch

$$u(\delta R_{\text{rep}}) = s \quad \text{oder} \quad u(\delta R_{\text{rep}}) = s(R) \quad (7.4.1-4)$$

Hinweis: Zur Messunsicherheitsberechnung sollte die Standardabweichung, nicht die Standardabweichung des Mittelwertes verwendet werden.

7.4.1.4  $\delta R_{\text{ecc}}$  steht für die Abweichung der Anzeige infolge der außermittigen Position des Schwerpunktes einer Last.

$$u_{\text{rel}}(\delta R_{\text{ecc}}) = |\Delta I_{\text{ecc}i}|_{\text{max}} / (2L_{\text{ecc}} \sqrt{3}) \quad (7.4.1-5)$$

7.4.1.5 Die Standardmessunsicherheit einer Ablesung erhält man dann durch

$$u^2(R) = d_0^2/12 + d_L^2/12 + s^2(R) + \left( |\Delta I_{\text{ecc}i}|_{\text{max}} / (2L_{\text{ecc}} \sqrt{3}) \right)^2 R^2 \dots \quad (7.4.1-6)$$

#### 7.4.2 Unsicherheit der Abweichung der Ablesung

In Fällen, in denen eine Ablesung  $R$  mit einer im Kalibrierschein angegebenen Anzeige  $I_{\text{cal}j}$  übereinstimmt, kann  $u(E_{\text{cal}j})$  von dort übernommen werden. Für andere Ablesungen kann  $u(E)$  mittels (7.1.3-2) berechnet werden, sofern  $\alpha$  und  $\beta$  bekannt sind, oder sie ergibt sich durch Interpolation oder aus einer Näherungsformel gemäß

## 7.2.

Eine interpolierte Messunsicherheit  $u(E)$  ist in der Regel nicht kleiner als die Messunsicherheit  $u(E_{calj})$  einer Anzeige  $I_j$ , die nahe an der tatsächlichen Ablesung  $R$  liegt, es sei denn, sie wurde mittels einer Näherungsformel bestimmt.

Anmerkung: Im Kalibrierschein wird in der Regel  $U_{95}(E_{cal})$  angegeben, woraus  $u(E_{cal})$  berechnet wird, und zwar indem man  $U_{95}(E_{cal})$  durch den im Kalibrierschein angegebenen Erweiterungsfaktor  $k$  teilt.

### 7.4.3 Umgebungsbedingte Messunsicherheit

Der Term  $\delta R_{instr}$  steht für bis zu 3 Einflüsse  $\delta R_{temp}$ ,  $\delta R_{buoy}$  und  $\delta R_{adj}$ , die nachfolgend erörtert werden. Wenn man vom Beitrag infolge des Luftauftriebs absieht, so spielen sie für Waagen, die direkt vor der eigentlichen Benutzung justiert werden, normalerweise keine Rolle. Andere Waagen sollten geeignet betrachtet werden. Es werden keine Korrekturen vorgenommen; basierend auf dem Nutzerwissen hinsichtlich der Waageneigenschaften werden die entsprechenden Messunsicherheiten geschätzt.

7.4.3.1 Der Term  $\delta R_{temp}$  steht für eine durch die Änderung der Umgebungstemperatur hervorgerufene Veränderung der Waageneigenschaften. Als Obergrenze kann  $\delta R_{temp} = K_T \Delta T$  abgeschätzt werden; dabei steht  $\Delta T$  für die maximale Temperaturänderung am Aufstellort der Waage und  $K_T$  für die Empfindlichkeit der Waage gegenüber Temperaturänderungen. Verfügt die Waage über eine temperaturgesteuerte Justiereinrichtung mittels interner Gewichte, so kann  $\Delta T$  bis zur Auslösegrenze reduziert werden.

In der Regel ist eine Angabe des Herstellers vorhanden, beispielsweise  $K_T = [\partial I(Max) / \partial T] / Max$ , meist angegeben in  $10^{-6}/K$ . Bei Waagen mit Bauartzulassung gemäß OIML R76 [2] (oder EN 45501 [3]) kann standardmäßig davon ausgegangen werden, dass  $|K_T| \leq mpe(Max) / (Max \Delta T_{Approval})$ , wobei  $\Delta T_{Approval}$  für den auf der Waage markierten, zugelassenen Temperaturbereich steht; bei anderen Waagen ist eine konservative Annahme zu treffen, was zu einem Vielfachen (3- bis 10-fachen) des vergleichbaren, für Waagen mit Bauartzulassung gültigen Wertes führt; oder aber es lassen sich überhaupt keine Angaben machen, was die Nutzung der Waage bei anderen als den bei der Kalibrierung herrschenden Temperaturen betrifft.

Wie in Anhang A2.2 erörtert, sollte die Abschätzung des Bereichs der möglichen Temperaturänderungen  $\Delta T$  (volle Bandbreite) mit Berücksichtigung des Ortes erfolgen, an dem die Waage genutzt wird.

Es wird von einer Rechteckverteilung ausgegangen; somit beträgt die relative Messunsicherheit

$$u_{rel}(\delta R_{temp}) = K_T \Delta T / \sqrt{12} \quad (7.4.3-1)$$

7.4.3.2 Der Term  $\delta R_{\text{bouy}}$  steht für eine durch die Änderungen der Luftdichte bedingte Veränderung der Justierung der Waage. Hierbei ist keine Korrektur erforderlich.

Wenn die Waage unmittelbar vor der Benutzung justiert wird und ungefähre Annahmen bezüglich der Änderungen der Luftdichte im Gebrauch gegenüber der Luftdichte zum Zeitpunkt der Kalibrierung  $\Delta\rho_a$  getroffen werden können, dann kann der Messunsicherheitsbeitrag als

$$u_{\text{rel}}(\delta R_{\text{bouy}}) = \frac{\Delta\rho_a}{\rho_c} u(\rho_s) \quad (7.4.3-2)$$

abgeschätzt werden [10], wobei  $u(\rho_s)$  die Unsicherheit der Dichte des zur Justierung verwendeten Normalgewichtes ist (eingebaut oder extern).

Wenn die Waage vor dem Benutzen nicht justiert wird, jedoch ungefähre Annahmen hinsichtlich der Änderungen der Luftdichte  $\Delta\rho_a$  angestellt werden können, dann kann die Messunsicherheit wie folgt abgeschätzt werden:

$$u_{\text{rel}}(\delta R_{\text{bouy}}) = \frac{\Delta\rho_a}{\rho_c \sqrt{3}} \quad (7.4.3-3)$$

Lassen sich ungefähre Annahmen hinsichtlich der Temperaturänderungen am Aufstellort der Waage treffen, dann kann Gleichung (7.4.3-3) durch

$$u_{\text{rel}}(\delta R_{\text{bouy}}) = \frac{\sqrt{1,07 \times 10^{-4} + 1,33 \times 10^{-6} \text{K}^{-2} \Delta T^2} \cdot \rho_0}{\rho_c} \quad (7.4.3-4)$$

angenähert werden, wobei  $\Delta T$  die angenommene, maximale Abweichung der Temperatur am Aufstellort der Waage darstellt (genauere Angaben hierzu in den Anhängen A2.2 und A3).

Können keine Vermutungen bezüglich der Luftdichteänderung getroffen werden, dann ist der konservativste Ansatz

$$u_{\text{rel}}(\delta R_{\text{bouy}}) = \frac{0,1\rho_0}{\rho_c \sqrt{3}} \quad (7.4.3-5)$$

7.4.3.3 Der Ausdruck  $\delta R_{\text{adj}}$  steht für eine Änderung der Waageneigenschaften ab dem Zeitpunkt der Kalibrierung aufgrund von Drift oder Verschleiß.

Sofern vorhanden, kann eine Obergrenze aus vorherigen Kalibrierungen bestimmt werden, als größte Differenz  $|\Delta E(\text{Max})|$  in den Abweichungen der Anzeige bei oder nahe  $\text{Max}$  zwischen zwei beliebigen, aufeinanderfolgenden Kalibrierungen. Standardmäßig sollte  $\Delta E(\text{Max})$  den für die Waage gültigen Herstellerangaben entnommen werden; bei Waagen, die einer Bauartzulassung gemäß OIML R 76 [2] (oder EN 45501 [3]) entsprechen, kann  $\Delta E(\text{Max})$  auch als  $\Delta E(\text{Max}) = mpe(\text{Max})$  abgeschätzt werden. Jeder derartige Wert kann angesichts des zu erwartenden Zeitraums zwischen den Kalibrierungen berücksichtigt werden, unter der plausiblen

Annahme eines mit der Zeit linearen Änderungsverlaufes.

Es wird von einer Rechteckverteilung ausgegangen, somit beträgt die relative Messunsicherheit

$$u_{\text{rel}}(\delta R_{\text{adj}}) = |\Delta E(\text{Max})| / (\text{Max} \sqrt{3}) \quad (7.4.3-6)$$

7.4.3.2 Die auf umgebungsbedingte Abweichungen der Ablesungen bezogene relative Standardmessunsicherheit wird wie folgt berechnet

$$u_{\text{rel}}^2(\delta R_{\text{instr}}) = u_{\text{rel}}^2(\delta R_{\text{temp}}) + u_{\text{rel}}^2(\delta R_{\text{buoy}}) + u_{\text{rel}}^2(\delta R_{\text{adj}}) \quad (7.4.3-7)$$

#### 7.4.4 Messunsicherheit des Betriebs der Waage

Der Korrekturterm  $\delta R_{\text{proc}}$  steht für zusätzliche Abweichungen ( $\delta R_{\text{Tare}}$ ,  $\delta R_{\text{time}}$  und  $\delta R_{\text{ecc}}$ ), die auftreten können, wenn der Wägevorgang/die Wägevorgänge von dem/denen bei der Kalibrierung abweicht/abweichen. Es werden keine Korrekturen vorgenommen; aber basierend auf dem Anwenderwissen hinsichtlich der Waageneigenschaften werden die entsprechenden Messunsicherheiten geschätzt.

7.4.4.1 Der Ausdruck  $\delta R_{\text{Tare}}$  steht für ein Nettowäageergebnis in Anschluss an einen Tare-Vorgang [2] (oder [3]). Die Abschätzung der möglichen Abweichungen und der ihr zugeordneten Messunsicherheit sollte unter Berücksichtigung der grundlegenden Beziehung zwischen den beteiligten Ablesungen erfolgen

$$R_{\text{Net}} = R'_{\text{Gross}} - R'_{\text{Tare}} \quad (7.4.4-1)$$

wobei es sich bei  $R'$  um fiktive Ablesungen handelt, die im Innern der Waage verarbeitet werden; die sichtbare Ablesung  $R_{\text{Net}}$  hingegen wird direkt erzielt, und zwar nachdem die Waagenanzeige auf Null gesetzt wird während sich die Tara last auf dem Lastaufnehmer befindet. In diesem Fall steht das Wäageergebnis

$$W_{\text{Net}} = R_{\text{Net}} - [E(\text{Gross}) - E(\text{Tare})] + \delta R_{\text{instr}} + \delta R_{\text{proc}} \quad (7.4.4-2)$$

theoretisch in Einklang mit (7.4-1). Die Brutto- und Taraabweichungen wären, wie oben, als Abweichungen der entsprechenden  $R$ -Werte zu werten. Allerdings werden die Tarawerte – und folglich die Bruttowerte – in der Regel nicht erfasst.

Die Abweichung der Ablesung kann dann wie folgt geschätzt werden

$$E_{\text{Net}} = E(\text{Net}) + \delta R_{\text{Tare}} \quad (7.4.4-3)$$

wobei  $E(\text{Net})$  die Abweichung der Ablesung  $R_{\text{Net}}$  und  $\delta R_{\text{Tare}}$  eine zusätzliche Korrektur für die Auswirkung der Nichtlinearität der Fehlerkurve  $E_{\text{cal}}(I)$  ist. Zur quantitativen Bestimmung der Nichtlinearität kann auf die erste Ableitung der Funktion  $E = f(R)$  zurückgegriffen werden, sofern diese bekannt ist, oder man berechnet die Steigung  $q_E$  zwischen aufeinanderfolgenden Kalibrierlasten wie folgt

$$q_E = \frac{\Delta E}{\Delta I} = \frac{E_{j+1} - E_j}{I_{j+1} - I_j} \quad (7.4.4-4)$$

Die größten und kleinsten Werte der Ableitung oder der Quotienten werden als Grenzwerte für die Korrektur  $\delta R_{\text{Tare}}$  gebraucht, für die eine Rechteckverteilung angenommen werden kann. Hieraus ergibt sich die relative Standardmessunsicherheit

$$u_{\text{rel}}(\delta R_{\text{Tare}}) = (q_{E_{\text{max}}} - q_{E_{\text{min}}}) / \sqrt{12} \quad (7.4.4-5)$$

Zur Abschätzung der Messunsicherheit  $u(W)$  wird berücksichtigt, dass  $R = R_{\text{Net}}$ . Bei  $u(E)$  ist davon auszugehen, dass  $u(E(\text{Net})) = u(E(R = \text{Net}))$ , denn zwischen den Größen, die einen Beitrag zur Unsicherheit der Abweichung der Anzeige der fiktiven Brutto- und Taraablesungen leisten, besteht vollständige Übereinstimmung.

7.4.4.2 Der Ausdruck  $\delta R_{\text{time}}$  steht für mögliche Kriecheffekte und Auswirkungen der Hysterese in z.B. folgenden Fällen:

- a) Kontinuierliche Aufwärtsbelastung bei der Kalibrierung oder kontinuierliche Aufwärts- und Abwärtsbelastung (Methode 2 oder 3 unter Punkt 5.2), wobei die Last auf dem Lastaufnehmer für eine gewisse Zeitspanne verbleibt; dies ist vor allem bei Anwendung der Ersatzlastmethode von Bedeutung, in der Regel bei Hochlastwaagen. Wenn bei normalem Betrieb eine zu wiegende diskrete Last auf den Lastaufnehmer aufgebracht wird und dort nur so lange verbleibt bis man eine Ablesung bzw. einen Ausdruck erhält, dann kann die Abweichung der Anzeige von dem Wert, der bei der Kalibrierung für die gleiche Last erreicht wurde, abweichen.

Bei Messung mit kontinuierlicher Aufwärts- und Abwärtsbelastung kann die größte Differenz der Abweichungen der Anzeige  $\Delta E_j$  als Obergrenze für diesen Effekt genommen werden, und zwar für jede Last  $m_j$ , was zu einer relativen Standardmessunsicherheit führt

$$u_{\text{rel}}(\delta R_{\text{time}}) = \Delta E_{j_{\text{max}}} / (m_j \sqrt{12}) \quad (7.4.4-6)$$

Bei nur aufwärts ausgeführten Messungen kann die Abweichung der Anzeige bei Rückkehr auf Null  $E_0$ , sofern diese bestimmt wurde, zur Abschätzung einer relativen Standardmessunsicherheit genutzt werden

$$u_{\text{rel}}(\delta R_{\text{time}}) = E_0 / (Max \sqrt{3}) \quad (7.4.4-7)$$

In Ermangelung solcher Informationen kann die Obergrenze für Waagen mit Bauartzulassung gemäß OIML R76 [2] (oder EN 45501 [3]) wie folgt geschätzt werden

$$\Delta E(R) = R \text{ mpe}(Max) / Max \quad (7.4.4-8)$$

Bei Waagen ohne eine solche Bauartzulassung beliefe sich eine konservative Abschätzung auf ein Vielfaches ( $m = 3$  bis  $m = 10$ ) dieses Wertes.

Die relative Standardmessunsicherheit beträgt

$$u_{\text{rel}}(\delta R_{\text{time}}) = mpe(Max) / (Max \cdot \sqrt{3}), \quad (7.4.4-9a)$$

für Waagen mit Bauartzulassung und

$$u_{\text{rel}}(\delta R_{\text{time}}) = m \cdot mpe(Max) / (Max \cdot \sqrt{3}) \quad (7.4.4-9b)$$

für Waagen ohne Bauartzulassung.

- b) Belastung bei der Kalibrierung mit Entnahme der Last zwischen den Belastungsstufen; Lasten, die im Normalbetrieb gewogen werden sollen, verbleiben für einen längeren Zeitraum auf dem Lastaufnehmer. In Ermangelung etwaiger anderer Informationen – z.B. Beobachtung von Änderungen in der Anzeige über einen typischen Zeitraum hinweg – kann ggf. auf (7.4.4-9) zurückgegriffen werden.
- c) Lediglich Aufwärtsbelastung bei der Kalibrierung, Entnahmewägungen werden während des Gebrauchs durchgeführt. Diese Situation kann als Umkehrung der Taraausgleichsfunktion betrachtet werden – siehe 7.4.4.1 in Verbindung mit Punkt b) oben. Es gelten (7.4.4-5) und (7.4.4-9).

Anmerkung: Im Falle einer Entlastungswägung ist die Ablesung  $R$  als positiver Wert zu betrachten, auch wenn er von der Waage als negativer Wert angezeigt wird.

7.4.4.3  $\delta R_{\text{ecc}}$  steht für die Abweichung der Ablesung aufgrund der außermittigen Position des Schwerpunktes einer Last. Es gilt (7.4.1-5), allerdings mit dem Unterschied, dass der bei der Kalibrierung festgestellte Effekt voll berücksichtigt werden sollte, so dass

$$u_{\text{rel}}(\delta R_{\text{ecc}}) = |\Delta I_{\text{ecc}i}|_{\text{max}} / (L_{\text{ecc}} \cdot \sqrt{3}) \quad (7.4.4-10)$$

#### 7.4.5 Standardmessunsicherheit eines Wäageergebnisses

Je nach Bedarf wird die Standardmessunsicherheit eines Wäageergebnisses mit den in den Abschnitten 7.4.1 bis 7.4.4 spezifizierten Ausdrücken berechnet.

Für das Wäageergebnis unter Kalibrierbedingungen

$$u^2(W^*) = d_0^2/12 + d_L^2/12 + s^2(R) + u_{\text{rel}}^2(\delta R_{\text{ecc}})R^2 + u^2(E) \quad (7.4.5-1a)$$

Für das Wäageergebnis im Allgemeinen

$$u^2(W) = u^2(W^*) + [u_{\text{rel}}^2(\delta R_{\text{temp}}) + u_{\text{rel}}^2(\delta R_{\text{bouy}}) + u_{\text{rel}}^2(\delta R_{\text{adj}}) + u_{\text{rel}}^2(\delta R_{\text{Tare}}) + u_{\text{rel}}^2(\delta R_{\text{time}})]R^2 \quad (7.4.5-1b)$$

Die vielen Beiträge zu  $u(W)$  lassen sich in zwei Ausdrücke unterteilen,  $\alpha_W^2$  und  $\beta_W^2$

$$u^2(W) = \alpha_W^2 + \beta_W^2 R^2 \quad (7.4.5-2)$$

wobei  $\alpha_W^2$  die Summe der Quadrate aller lastunabhängigen (absoluten)

Standardmessunsicherheiten und  $\beta_W^2$  die Summe der Quadrate aller lastabhängigen (relativen) Standardmessunsicherheiten ist.

## 7.5 Erweiterte Messunsicherheit eines Wäageergebnisses

### 7.5.1 Berücksichtigung der Abweichungen mittels Korrektur

Die komplette Formel für ein Wäageergebnis, das gleich der Ablesung ist, die um die bei der Kalibrierung ermittelten Abweichung der Anzeige korrigiert wurde, lautet entweder

$$W^* = R - E(R) \pm U(W^*) \quad (7.5.1-1a)$$

oder

$$W = R - E(R) \pm U(W) \quad (7.5.1-1b)$$

Die erweiterte Messunsicherheit  $U(W)$  ist wie folgt zu bestimmen

$$U(W^*) = k u(W^*) \quad (7.5.1-2a)$$

oder

$$U(W) = k u(W) \quad (7.5.1-2b)$$

je nach Bedarf mit  $u(W^*)$  oder  $u(W)$  gemäß 7.4.5.

Der Erweiterungsfaktor  $k$  für  $U(W^*)$  sollte gemäß 7.3 bestimmt werden.

Der Erweiterungsfaktor  $k$  für  $U(W)$  wird in den meisten Fällen gleich 2 sein, auch in Fällen, in denen die Standardabweichung  $s$  nur aus wenigen Messungen gewonnen wird und/oder in denen im Kalibrierschein angegeben ist, dass  $k_{cal} > 2$ . Das liegt an der großen Anzahl von Termen, die einen Beitrag zu  $u(W)$  leisten.

### 7.5.2 In der Messunsicherheit enthaltene Abweichungen

Wenn zwischen Kalibrierlaboratorium und Auftraggeber die Herleitung einer „globalen Messunsicherheit“  $U_{gl}(W)$  vereinbart wurde, welche die Abweichung der Anzeige beinhaltet, dann muss während des Gebrauchs keine Korrektur an den Ablesungen vorgenommen werden.

$$W = R \pm U_{gl}(W) \quad (7.5.2-1)$$

Abgesehen von den Fällen, in denen sich die Abweichungen der Anzeige mehr oder weniger dicht um Null herumbewegen, bilden sie einen einseitigen Beitrag zur Messunsicherheit, der nur in abschätzender Weise behandelt werden kann. Der Einfachheit und Bequemlichkeit halber wird zur Angabe der „globalen Messunsicherheit“ als Format ein Ausdruck gewählt, der für den gesamten Wägebereich gilt, statt die individuellen Beträge für fixe Werte des Wäageergebnisses anzugeben.

Angenommen  $E(R)$  sei eine Funktion bzw.  $E^0$  ein im Kalibrierschein angegebener und für alle Abweichungen der Ablesung des Wägebereichs repräsentativer Wert. Die Kombination mit den Messunsicherheiten im Gebrauch der Waage, kann dann im Prinzip eine der folgenden Formen annehmen

$$U_{gl}(W) = k\sqrt{u^2(W) + (E(R))^2} \quad (7.5.2-2a)$$

$$U_{gl}(W) = k\sqrt{u^2(W) + (E^0)^2} \quad (7.5.2-2b)$$

$$U_{gl}(W) = k\sqrt{u^2(W) + (E^0)^2 \left(\frac{R}{Max}\right)^2} \quad (7.5.2-2c)$$

$$U_{gl}(W) = ku(W) + |E(R)| \quad (7.5.2-3a)$$

$$U_{gl}(W) = ku(W) + |E^0| \quad (7.5.2-3b)$$

$$U_{gl}(W) = ku(W) + |E^0| \frac{R}{Max} \quad (7.5.2-3c)$$

Häufig dient (7.5.2-3a) als Grundlage zur Feststellung der globalen Messunsicherheit. Dabei wird  $U(W) = k u(W)$  oft durch folgende Formel angenähert

$$U(W) \approx U(W=0) + \left\{ \frac{[U(W=Max) - U(W=0)]}{Max} \right\} R \quad (7.5.2-3d)$$

und  $E(R)$  oftmals durch  $E(R) = a_1 R$ , gemäß (C2.2-16) und (C2.2-16a), so dass

$$U_{gl}(W) \approx U(W=0) + \left\{ \frac{[U(W=Max) - U(W=0)]}{Max} \right\} R + |a_1| R \quad (7.5.2-3e)$$

Für weitere Informationen zur alternativen Erzeugung der Formel  $E(R)$  oder des repräsentativen Wertes  $E^0$  siehe Anhang C.

Analog zu (7.5.2-3d) wird  $U(W)$  bei Mehrteilungswaagen je Teilwägebereich angezeigt

$$U(W) \approx U(Max_{i-1}) + \left\{ \frac{[U(Max_i) - U(Max_{i-1})]}{Max_i - Max_{i-1}} \right\} \cdot (R - Max_{i-1}) \quad (7.5.2-3f)$$

und bei Mehrbereichswaagen erfolgt die Anzeige von  $U(W)$  pro Bereich.

Es muss sichergestellt werden, dass die Überdeckungswahrscheinlichkeit von  $U_{gl}(W)$  über den gesamten Wägebereich nicht weniger als 95 % beträgt. In den meisten Fällen wird der Erweiterungsfaktor  $k$  für  $U_{gl}(W)$  gleich 2 sein, auch dann, wenn der Standardabweichung  $s$  nur wenige Messungen zugrunde liegen und/oder im

Kalibrierschein vermerkt ist, dass  $k_{\text{cal}} > 2$ . Dies ist auf die große Anzahl von Termen zurückzuführen, die einen Beitrag zu  $u(W)$  leisten.

### 7.5.3 Andere Möglichkeiten der Waagenqualifizierung

Möglicherweise erwartet oder erbittet der Auftraggeber vom Kalibrierlaboratorium eine Konformitätserklärung mit Blick auf eine bestimmte Spezifikation, wie  $|W - R| \leq Tol$ , wobei  $Tol$  die anwendbare Toleranz darstellt. Die Toleranz kann als " $Tol = x\%$  von  $R$ ", " $Tol = n d$ " oder in ähnlicher Form angegeben werden.

Konformität gemäß ISO/IEC 17025 kann unter der Voraussetzung bescheinigt werden, dass

$$|E(R) + U(W(R))| \leq Tol(R) \quad (7.5.3-1)$$

entweder für einzelne Werte von  $R$  oder für jeden Wert innerhalb des gesamten oder eines Teils des Wägebereiches.

Innerhalb desselben Wägebereiches kann eine Konformitätserklärung für verschiedene Teile des Wägebereichs abgegeben werden, für verschiedene Werte von  $Tol$ .

Der Anhang G „Mindesteinwaage“ gibt weiterführende Ratschläge und Hinweise für den Fall, dass der Kunde Anforderungen hinsichtlich der relativen Wägegenauigkeit (Prozessgenauigkeit) vorgibt.

## 8 Kalibrierschein

In diesem Abschnitt wird erläutert, welche Informationen der Kalibrierschein üblicherweise enthalten sollte. Vorausgesetzt ist Übereinstimmung mit den Anforderungen der ISO/IEC 17025, welche in jedem Fall Vorrang haben.

### 8.1 Allgemeine Angaben

Kennzeichnung des Kalibrierlaboratoriums,  
Hinweise zur Akkreditierung (Akkreditierungsstelle, Nummer der Akkreditierung),  
Kennzeichnung des Kalibrierscheins (Kalibriernummer, Ausstellungsdatum, Seitenanzahl),  
Unterschrift(en) der autorisierten Person(en).

Kennzeichnung des Auftraggebers.

Kennzeichnung der kalibrierten Waage,  
Angaben zur Waage (Hersteller, Bauart der Waage, Höchstlast,  $d$ , Aufstellort).

Hinweis darauf, dass der Kalibrierschein nur vollständig wiedergegeben werden darf, es sei denn, es liegt eine schriftliche Genehmigung des Kalibrierlaboratoriums vor, anderweitig zu verfahren.

### 8.2 Angaben zum Kalibrierverfahren

Datum der Messungen,  
Ort der Kalibrierung,

Umgebungsbedingungen und/oder Handhabung, die die Ergebnisse der Kalibrierung beeinflussen könnten.

Angaben zur Waage (durchgeführte Justierung: interne oder externe Justierung und, im Falle einer externen Justierung, Angaben bezüglich des verwendeten Gewichts, eventuell festgestellte Unregelmäßigkeiten, Einstellung der Software, sofern dies für die Kalibrierung von Belang ist, etc.).

Hinweise zum angewendeten Verfahren bzw. Beschreibung desselben, sofern dies nicht aus dem Kalibrierschein ersichtlich ist, z.B. Einhaltung eines konstanten Zeitintervalls zwischen Beladung und/oder Ablesung.

Mit dem Auftraggeber getroffene Vereinbarungen, z.B. hinsichtlich eines begrenzten Kalibrierbereiches oder messtechnischer Spezifikationen, für die eine Konformitätserklärung abgegeben wird.

Angaben zur Rückführbarkeit der Messergebnisse.

### 8.3 Messergebnisse

Anzeigen und/oder Abweichungen der Anzeige für verwendete Lasten oder auf Anzeigen bezogene Abweichungen – als diskrete Werte und/oder durch eine aus einer Näherung resultierenden Gleichung, Einzelheiten zum Beladungsverfahren, falls dies zum Verständnis des oben Genannten erforderlich ist, ermittelte Standardabweichung(en) bezogen auf eine Einzelanzeige, Angaben zur Messung der außermittigen Belastung, sofern dieser durchgeführt wurde, erweiterte Messunsicherheit für die Abweichung der Anzeigeergebnisse.

Angabe des Erweiterungsfaktors  $k$ , mit einer Anmerkung zur Überdeckungswahrscheinlichkeit und, bei Bedarf, Begründung dafür, warum  $k \neq 2$ .

In Fällen, in denen die Anzeigen/Abweichungen der Anzeige nicht mittels normaler Ablesungen bestimmt wurden – einzelne Ablesungen bei normaler Auflösung der Waage – sollte darauf hingewiesen werden, dass die angegebene Messunsicherheit kleiner ist als bei normalen Ablesungen.

### 8.4 Zusätzliche Informationen

Zusätzliche Angaben über die beim Gebrauch zu erwartende Messunsicherheit, einschließlich Angaben zu den Bedingungen, unter denen sie anzuwenden ist, können dem Kalibrierschein in Form von Anhängen hinzugefügt werden ohne dabei Teil des Kalibrierscheins zu werden.

Dort wo Abweichungen der Anzeige durch Korrektur zu berücksichtigen sind, kann folgende Formel verwendet werden

$$W = R - E(R) \pm U(W) \quad (8.4-1)$$

einhergehend mit der Gleichung für  $E(R)$ .

Dort wo die „globale Messunsicherheit“ Abweichungen der Anzeige beinhaltet, kann diese Formel verwendet werden

	Richtlinie zur Kalibrierung nichtselbsttätiger Waagen <a href="https://doi.org/10.7795/550.20180928">https://doi.org/10.7795/550.20180928</a>	DKD-R 7-2	
		Ausgabe:	01/2018
		Revision:	0
		Seite:	47 / 135

$$W = R \pm U_{gl}(W) \quad (8.4-2)$$

Es sollte hinzugefügt werden, dass die erweiterte Messunsicherheit der Werte aus der Formel einer Überdeckungswahrscheinlichkeit von mindestens 95 % entspricht.

Optional:

Konformitätserklärung hinsichtlich der Übereinstimmung mit einer vom Kunden vorgegebenen Spezifikation, und ggf. Gültigkeitsbereich.

Diese Erklärung kann wie folgt aussehen

$$W = R \pm Tol \quad (8.4-3)$$

und kann

zusätzlich zu den Messergebnissen oder  
als alleinige Aussage mit Bezug auf die im Kalibrierlaboratorium aufbewahrten  
Messergebnisse angegeben werden.

Die Aussage kann mit einem Hinweis darauf versehen werden, dass alle durch die erweiterte Messunsicherheit vergrößerten Messergebnisse innerhalb der Spezifikationsgrenzen liegen.

Angaben zu den Mindesteinwaagen für verschiedene Wägetoleranzen gemäß Anhang G können zur Verfügung gestellt werden.

Für Kunden, die über weniger Sachkenntnis verfügen, können gegebenenfalls Ratschläge zu folgenden Punkten zur Verfügung gestellt werden:

Definition der Abweichung der Anzeige,  
Angaben dazu, wie man Ablesungen im Gebrauch durch Subtrahieren der  
entsprechenden Abweichungen korrigiert,  
Angaben zur Interpretation von Anzeigen und/oder Abweichungen der Anzeige,  
die mit weniger Stellen (Ziffern) dargestellt sind als der Teilungswert  $d$ .

Es kann sinnvoll sein, die Werte von  $U(W^*)$  entweder für alle einzelnen Fehler oder für die aus der Näherung resultierende Funktion  $E(R)$  anzugeben.

## 9 Masse oder konventioneller Wägewert

Die Größe  $W$  ist ein Schätzwert des konventionellen Wägewertes  $m_c$  des gewogenen Objektes<sup>6</sup>. Bei bestimmten Anwendungen kann es erforderlich sein, die Masse  $m$  oder einen genaueren Wert für  $m_c$  von  $W$  abzuleiten.

Die Dichte  $\rho$  oder das Volumen  $V$  des Objektes, ebenso wie ein Schätzwert ihrer entsprechenden Standardmessunsicherheit, müssen aus anderen Quellen bekannt sein.

<sup>6</sup>In der Mehrzahl der Fälle, insbesondere wenn die Ergebnisse für den Handel genutzt werden, wird der Wert  $W$  als Ergebnis der Wägung verwendet.

## 9.1 Wert der Masse

Die Masse des Objektes beträgt

$$m = W[1 + \rho_a(1/\rho - 1/\rho_c)] \quad (9.1-1)$$

Unter Vernachlässigung von Gliedern zweiter und höherer Ordnung ergibt sich die relative Standardmessunsicherheit  $u_{\text{rel}}(m)$  wie folgt

$$u_{\text{rel}}^2(m) = \frac{u^2(W)}{W^2} + u^2(\rho_a) \left( \frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_c} \right)^2 + \rho_a^2 \frac{u^2(\rho)}{\rho^4} \quad (9.1-2)$$

Zu  $\rho_a$  und  $u(\rho_a)$  (Luftdichte) siehe Anhang A.

Sind  $V$  und  $u(V)$  anstelle von  $\rho$  und  $u(\rho)$  bekannt, so kann  $\rho$  durch  $W/V$  näherungsweise bestimmt und  $u_{\text{rel}}(\rho)$  kann durch  $u_{\text{rel}}(V)$  ersetzt werden.

## 9.2 Konventioneller Wägewert

Der konventionelle Wägewert des Objekts beträgt

$$m_c = W[1 + (\rho_a - \rho_0)(1/\rho - 1/\rho_c)] \quad (9.2-1)$$

Unter Vernachlässigung von Gliedern zweiter und höherer Ordnung ergibt sich die relative Standardmessunsicherheit  $u_{\text{rel}}(m_c)$  wie folgt

$$u_{\text{rel}}^2(m_c) = \frac{u^2(W)}{W^2} + u^2(\rho_a) \left( \frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_c} \right)^2 + (\rho_a - \rho_0)^2 \frac{u^2(\rho)}{\rho^4} \quad (9.2-2)$$

Hier gelten die gleichen Kommentare wie bei (9.1-2).

## 10 Literaturhinweise

- [1] JCGM 100:2008 (GUM) Evaluation of measurement data — Guide to the expression of uncertainty in measurement, September 2008
- [2] OIML R 76: Non-automatic Weighing Instruments Part 1: Metrological Requirements - Tests, Edition 2006 (E)
- [3] EN 45501: Metrological Aspects of Non-automatic Weighing Instruments, Edition 2015, deutsche Fassung: DIN EN 45501:2016-03 Metrologische Aspekte der nichtselbsttätigen Waagen
- [4] OIML R 111, Weights of Classes E1, E2, F1, F2, M1, M1-2, M2, M2-3, M3, Edition 2004 (E)
- [5] JCGM 200:2012 (VIM), International vocabulary of metrology – Basic and general concepts and associated terms, 3<sup>rd</sup> edition with minor corrections, 2012
- [6] Comprehensive Mass Metrology, M. Kochsiek, M. Gläser, WILEY-VCH Verlag Berlin GmbH, Berlin. ISBN 3-527-29614-X
- [7] M. Gläser: Change of the apparent mass of weights arising from temperature differences, Metrologia 36 (1999), S. 183-197
- [8] ILAC-P10:01/2013, ILAC Policy on the Traceability of Measurement Results, 2013
- [9] JCGM 101:2008, Evaluation of Measurement Data – Supplement 1 to the "Guide to the expression of uncertainty in measurement" – Propagation of Distributions using a Monte Carlo method, 1<sup>st</sup> edition, 2008
- [10] A. Malengo, Buoyancy effects and correlation in calibration and use of electronic balances, Metrologia 51 (2014) S. 441–451
- [11] A. Picard, R. S. Davis, M. Gläser, K. Fujii: Revised formula for the density of moist air (CIPM-2007), Metrologia 45 (2008), S. 149-155
- [12] R. T. Birge, The Calculation of Errors by the Method of Least Squares, Phys. Rev. 40, 207 (1932)
- [13] Dictionary of Weighing Terms – A Guide to the Terminology of Weighing, R. Nater, A. Reichmuth, R. Schwartz, M. Borys and P. Zervos, Springer, Berlin, Heidelberg, 2009. ISBN 978-3-642-02013-1

## Anhang A: Hinweise zur Abschätzung der Luftdichte

Anmerkung: In Anhang A steht das Symbol  $T$  für die Angabe der Temperatur in K und  $t$  für die Temperaturangabe in °C .

### A1 Formeln für die Dichte der Luft

Die genaueste Formel zur Bestimmung der Dichte von feuchter Luft ist die vom CIPM [11]<sup>7</sup> empfohlene. Im Sinne dieser Richtlinie ist es ausreichend, nicht ganz so komplexe Formeln zu verwenden, die geringfügig ungenauere Ergebnisse liefern.

#### A1.1 Vereinfachte Version der CIPM-Formel, exponentielle Version

Gemäß OIML R111 [4], Abschnitt E3 ist

$$\rho_a = \frac{0,34848p - 0,009RH \exp(0,061t)}{273,15 + t} \quad (\text{A1.1-1})$$

dabei steht

$\rho_a$	für die Luftdichte in kg/m <sup>3</sup>
$p$	für den Luftdruck in hPa
$RH$	für die relative Luftfeuchte in %
$t$	für die Lufttemperatur in °C

Die relative Unsicherheit dieser Näherungsformel beträgt  $u_{\text{form}} / \rho_a = 2,4 \times 10^{-4}$ , und zwar unter folgenden Umgebungsbedingungen

$$600 \text{ hPa} \leq p \leq 1100 \text{ hPa}$$

$$20 \% \leq RH \leq 80 \%$$

$$15 \text{ °C} \leq t \leq 27 \text{ °C}$$

Neben der Messunsicherheit  $u_{\text{form}}$ , bestimmen die Unsicherheiten der Schätzwerte für  $p$ ,  $RH$  und  $t$  die Unsicherheit von  $\rho_a$  (siehe Abschnitt A3).

#### A1.2 Durchschnittliche Luftdichte

Dort wo eine Messung von Temperatur und Luftdruck nicht möglich ist, kann die mittlere Luftdichte am Standort der Waage anhand der Höhe über dem Meeresspiegel berechnet werden, so wie es in [4] empfohlen wird

$$\rho_a = \rho_0 \exp\left(-\frac{\rho_0}{p_0} g h_{\text{SL}}\right) \quad (\text{A1.2-1})$$

dabei beträgt  $p_0 = 1\,013,25 \text{ hPa}$

<sup>7</sup>Die relative Messunsicherheit der CIPM-2007-Luftdichteformel (ohne die Messunsicherheiten der Parameter) beträgt  $u_{\text{form}} / \rho_a = 2,2 \times 10^{-5}$ , die bestmögliche zu erzielende Messunsicherheit (inklusive der Messunsicherheitsbeiträge für die Temperatur-, Feuchte- und Druckmessungen) beträgt ungefähr  $u(\rho_a) / \rho_a = 8 \times 10^{-5}$ . Die empfohlenen Temperatur- und Druckbereiche, für die die CIPM-2007-Gleichung angewendet werden kann, sind:  $600 \text{ hPa} \leq p \leq 1100 \text{ hPa}$ ,  $15 \text{ °C} \leq t \leq 27 \text{ °C}$ .

$$\rho_0 = 1,200 \text{ kg/m}^3$$

$$g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

$$h_{\text{SL}} = \text{Höhe über dem Meeresspiegel in Metern}$$

Diese Berechnung der Luftdichte gilt für eine Temperatur von 20 °C und bei einer relativen Luftfeuchte von 50 % ( $RH = 50 \%$ ).

Die relative Unsicherheit dieser Näherungsformel beträgt  $u_{\text{form}} / \rho_a = 1,2 \times 10^{-2}$ .

## A2 Änderungen der den Luftdruck bildenden Parameter

Zur Bewertung der den Schätzwerten  $p$ ,  $RH$  und  $t$  beigeordneten Messunsicherheiten finden sich im folgenden Kapitel Hinweise auf ihre typischen Änderungen. Diese Angaben können in den Fällen genutzt werden, in denen keine umgebungsbezogenen Messungen durchgeführt werden.

### A2.1 Luftdruck

Für den Luftdruck gilt an jedem beliebigen Ort, dass dieser höchstens um  $\pm 40$  hPa vom Durchschnitt abweicht ( $\Delta p = \pm 40$  hPa)<sup>8</sup>. Innerhalb dieser Grenzen liegt allerdings keine Rechteckverteilung vor, da extreme Werte höchstens einmal innerhalb mehrerer Jahre auftreten. Es hat sich herausgestellt, dass die Verteilung im Wesentlichen normal ist. Unter Berücksichtigung der typischen Änderungen des atmosphärischen Drucks ist die Annahme folgender Standardunsicherheit realistisch

$$u(p) = 10 \text{ hPa} \quad (\text{A2.1-1})$$

Der durchschnittliche Luftdruck  $p(h_{\text{SL}})$ , der in hPa angegeben wird, kann auf Basis der Internationalen Standardatmosphäre berechnet werden, eine Abschätzung kann ausgehend von der Höhe des Ortes über dem Meeresspiegel  $h_{\text{SL}}$  und unter Verwendung der folgenden Beziehung erfolgen

$$p(h_{\text{SL}}) = p_0 \exp(-h_{\text{SL}} \times 0,00012 \text{ m}^{-1}) \quad (\text{A2.1-2})$$

wobei  $p_0 = 1\,013,25$  hPa

### A2.2 Temperatur

Die mögliche Änderung ( $\Delta T = T_{\text{max}} - T_{\text{min}}$ ) der Temperatur am Nutzungsort der Waage kann anhand der folgenden, leicht zu erlangenden Angaben geschätzt werden:

vom Auftraggeber angegebene, erfahrungsbedingte Grenzwerte,  
Ablesungen geeigneter Aufzeichnungsmittel,  
Einstellung der Regeleinrichtung in einem klimatisierten oder  
temperaturstabilisierten Raum;

sollten diese Informationen nicht vorliegen, ist gesundes Urteilsvermögen gefragt, womit man z.B. zu folgenden Werten gelangt:

$17 \text{ °C} \leq t \leq 27 \text{ °C}$  in geschlossenen Büro- oder Laborräumen mit Fenstern,  
 $\Delta T \leq 5 \text{ K}$  in geschlossenen Räumen ohne Fenster im Innern eines Gebäudes,

<sup>8</sup>Beispiel: Über einen Zeitraum von 20 Jahren betrachtet, betrug der größte jemals beobachtete Unterschied zwischen höchstem und niedrigstem Luftdruck in Hannover (Deutschland) 77,1 hPa (Information vom DWD).

- 10 °C ≤  $t$  ≤ + 30 °C oder  $\Delta T$  ≤ 40 K in offenen Arbeits- oder Fabrikräumen.

Wie auch schon beim Luftdruck, ist eine Rechteckverteilung bei offenen Arbeits- oder Fabrikräumen, in denen atmosphärische Temperatur vorherrscht, eher unwahrscheinlich. Um jedoch unterschiedliche Annahmen für verschiedenartige räumliche Gegebenheiten zu vermeiden, wird die Annahme einer Rechteckverteilung empfohlen, woraus folgt, dass

$$u(T) = \Delta T / \sqrt{12} \quad (\text{A2.2-1})$$

### A2.3 Relative Luftfeuchte

Die mögliche Änderung ( $\Delta RH = RH_{\max} - RH_{\min}$ ) der relativen Luftfeuchte am Nutzungsort der Waage kann anhand der folgenden, leicht zu erlangenden Angaben geschätzt werden:

vom Auftraggeber angegebene erfahrungsbedingte Grenzwerte,  
Ablesungen geeigneter Aufzeichnungsmittel,  
Einstellung der Regeleinrichtung in einem klimatisierten Raum;

sollten diese Informationen nicht vorliegen, ist gesundes Urteilsvermögen gefragt, womit man z.B. zu folgenden Werten gelangt:

30 % ≤  $RH$  ≤ 80 % in geschlossenen Büro- oder Laborräumen mit Fenstern,  
 $\Delta RH$  ≤ 30 % in geschlossenen Räumen ohne Fenster im Innern eines Gebäudes,  
20 % ≤  $RH$  ≤ 80 % in offenen Arbeits- oder Fabrikräumen.

Es sollte bedacht werden, dass bereits bei einer relativen Luftfeuchte von  $RH < 40$  % elektrostatische Effekte das Wäageergebnis von hochauflösenden Instrumenten beeinflussen können, es bei einer relativen Luftfeuchte von  $RH > 60$  % zu Korrosion kommen kann.

Wie auch schon beim Luftdruck, ist eine Rechteckverteilung bei offenen Arbeits- oder Fabrikräumen, in denen eine atmosphärische relative Luftfeuchte vorherrscht, eher unwahrscheinlich. Um jedoch unterschiedliche Annahmen für verschiedenartige räumliche Gegebenheiten zu vermeiden, wird die Annahme einer Rechteckverteilung empfohlen, woraus folgt, dass

$$u(RH) = \Delta RH / \sqrt{12} \quad (\text{A2.3-1})$$

### A3 Messunsicherheit der Luftdichte

Die relative Standardunsicherheit der Luftdichte ( $u(\rho_a) / \rho_a$ ) kann wie folgt berechnet werden

$$\frac{u(\rho_a)}{\rho_a} = \sqrt{\left(\frac{u_p(\rho_a)}{\rho_a} \cdot u(p)\right)^2 + \left(\frac{u_T(\rho_a)}{\rho_a} \cdot u(T)\right)^2 + \left(\frac{u_{RH}(\rho_a)}{\rho_a} \cdot u(RH)\right)^2 + \left(\frac{u_{\text{form}}(\rho_a)}{\rho_a}\right)^2} \quad (\text{A3-1})$$

mit den Empfindlichkeitskoeffizienten (abgeleitet von der CIPM-Formel für Luftdichte)

$$u_p(\rho_a) / \rho_a = 1 \times 10^{-5} \text{ Pa}^{-1} \text{ für den Luftdruck}$$

$$u_T(\rho_a) / \rho_a = - 4 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1} \text{ für die Lufttemperatur}$$

$$u_{RH}(\rho_a) / \rho_a = - 9 \times 10^{-3} \text{ für die relative Luftfeuchte (die Einheit von } RH \text{ ist in diesem$$

Fall 1, nicht %)

Diese Empfindlichkeitskoeffizienten können auch für Gleichung (A1.1-1) benutzt werden.

Auf den folgenden Annahmen basierend, kann Gleichung (A3-1) wie (A3-2) näherungsweise berechnet werden:

- die Standardmessunsicherheit der Druckänderungen, basierend auf meteorologischen Daten (die auch die Annahme einer Normalverteilung rechtfertigen), beträgt 10 hPa
- die maximale Änderung der Feuchte beträgt 100 %.
- die maximale Änderung der Temperatur vor Ort ist als  $\Delta T$  enthalten

$$\frac{u(\rho_a)}{\rho_a} = \sqrt{1,07 \times 10^{-4} + 1,33 \times 10^{-6} \text{ K}^{-2} \Delta T^2} \quad (\text{A3-2})$$

**Beispiele für die Standardmessunsicherheit der Luftdichte, für verschiedene Parameter unter Verwendung der Formel (A.1.1-1) berechnet**

$\frac{u(p)}{\text{hPa}}$	$\frac{\Delta T}{\text{K}}$	$\frac{\Delta RH}{\%}$	$\frac{u_p(\rho_a)}{\rho_a} u(p)$	$\frac{u_T(\rho_a)}{\rho_a} u(T)$	$\frac{u_{RH}(\rho_a)}{\rho_a} u(RH)$	$\frac{u_{\text{form}}(\rho_a)}{\rho_a}$	$\frac{u(\rho_a)}{\rho_a}$
10	2	20	$1 \times 10^{-2}$	$-2,31 \times 10^{-3}$	$-5,20 \times 10^{-4}$	$2,4 \times 10^{-4}$	$1,03 \times 10^{-2}$
10	2	100	$1 \times 10^{-2}$	$-2,31 \times 10^{-3}$	$-2,60 \times 10^{-3}$	$2,4 \times 10^{-4}$	$1,06 \times 10^{-2}$
10	5	20	$1 \times 10^{-2}$	$-5,77 \times 10^{-3}$	$-5,20 \times 10^{-4}$	$2,4 \times 10^{-4}$	$1,16 \times 10^{-2}$
10	5	100	$1 \times 10^{-2}$	$-5,77 \times 10^{-3}$	$-2,60 \times 10^{-3}$	$2,4 \times 10^{-4}$	$1,18 \times 10^{-2}$
10	10	20	$1 \times 10^{-2}$	$-1,15 \times 10^{-3}$	$-5,20 \times 10^{-4}$	$2,4 \times 10^{-4}$	$1,53 \times 10^{-2}$
10	10	100	$1 \times 10^{-2}$	$-1,15 \times 10^{-3}$	$-2,60 \times 10^{-3}$	$2,4 \times 10^{-4}$	$1,55 \times 10^{-2}$
10	20	20	$1 \times 10^{-2}$	$-2,31 \times 10^{-2}$	$-5,20 \times 10^{-4}$	$2,4 \times 10^{-4}$	$2,52 \times 10^{-2}$
10	20	100	$1 \times 10^{-2}$	$-2,31 \times 10^{-2}$	$-2,60 \times 10^{-3}$	$2,4 \times 10^{-4}$	$2,53 \times 10^{-2}$
10	30	20	$1 \times 10^{-2}$	$-3,46 \times 10^{-2}$	$-5,20 \times 10^{-4}$	$2,4 \times 10^{-4}$	$3,61 \times 10^{-2}$
10	30	100	$1 \times 10^{-2}$	$-3,46 \times 10^{-2}$	$-2,60 \times 10^{-3}$	$2,4 \times 10^{-4}$	$3,61 \times 10^{-2}$
10	40	20	$1 \times 10^{-2}$	$-4,62 \times 10^{-2}$	$-5,20 \times 10^{-4}$	$2,4 \times 10^{-4}$	$4,73 \times 10^{-2}$
10	40	100	$1 \times 10^{-2}$	$-4,62 \times 10^{-2}$	$-2,60 \times 10^{-3}$	$2,4 \times 10^{-4}$	$4,73 \times 10^{-2}$
10	50	20	$1 \times 10^{-2}$	$-5,77 \times 10^{-2}$	$-5,20 \times 10^{-4}$	$2,4 \times 10^{-4}$	$5,86 \times 10^{-2}$
10	50	100	$1 \times 10^{-2}$	$-5,77 \times 10^{-2}$	$-2,60 \times 10^{-3}$	$2,4 \times 10^{-4}$	$5,87 \times 10^{-2}$

Bei  $\Delta T$  handelt es sich um die maximale Temperaturänderung und  $\Delta RH$  steht für die maximale Änderung der Feuchte am Ort der Waage.

## Anhang B: Erweiterungsfaktor $k$ für die erweiterte Messunsicherheit

Anmerkung: in diesem Anhang steht das Symbol  $y$  für das Messergebnis, nicht für eine bestimmte Größe in Form einer Anzeige, einer Abweichung, der Masse eines gewogenen Körpers, etc.

**B1 Ziel**

Der Erweiterungsfaktor  $k$  ist in allen Fällen so zu wählen, dass die erweiterte Messunsicherheit eine Überdeckungswahrscheinlichkeit von 95,45 % hat.

**B2 Normalverteilung und ausreichende Verlässlichkeit**

Der Wert  $k = 2$ , der einer Wahrscheinlichkeit von 95,45 % entspricht, gilt dann, wenn

a) der Abweichung der Anzeige eine normale (Gauß-) Verteilung zugeordnet werden kann und

b) die Standardmessunsicherheit  $u(E)$  ausreichend zuverlässig ist (d.h. sie verfügt über eine ausreichende Anzahl an Freiheitsgraden), siehe JCGM 100 [1].

Von einer Normalverteilung kann ausgegangen werden, wenn mehrere (d.h.  $N \geq 3$ ) Unsicherheitskomponenten, die jeweils aus „ordentlichen“ Verteilungen abgeleitet wurden (normal, rechteckig oder dergleichen), in vergleichbarem Ausmaß zu  $u(E)$  beitragen.

Eine ausreichende Zuverlässigkeit ist abhängig von den Freiheitsgraden. Dieses Kriterium ist erfüllt, wenn kein Typ-A-Beitrag zu  $u(E)$  auf weniger als 10 Beobachtungen basiert. Ein typischer Beitrag des Typs A rührt aus der Wiederholbarkeitsmessung her. Von ausreichender Verlässlichkeit kann dann ausgegangen werden, wenn während eines Wiederholbarkeitsmessung eine Last nicht weniger als 10mal aufgebracht wird.

**B3 Normalverteilung, keine ausreichende Verlässlichkeit**

In Fällen, in denen der Abweichung der Anzeige eine Normalverteilung zugeordnet werden kann,  $u(E)$  jedoch nicht ausreichend zuverlässig ist, müssen die effektiven Freiheitsgrade  $\nu_{\text{eff}}$  mit der Welch-Satterthwaite-Formel bestimmt werden.

$$\nu_{\text{eff}} = \frac{u^4(E)}{\sum_{i=1}^N \frac{u_i^4(E)}{\nu_i}} \quad (\text{B3-1})$$

wobei  $u_i(E)$  für die Beiträge zur Standardmessunsicherheit gemäß (7.1.3-1a) steht, und  $\nu_i$  für die Freiheitsgrade der Beiträge zur Standardmessunsicherheit  $u_i(E)$ . Anhand von  $\nu_{\text{eff}}$  kann der entsprechende Erweiterungsfaktor  $k$  der ausführlichen Tabelle in [1], Tabelle G.2 entnommen werden; es kann aber auch die in [1], Anhang C.3.8 beschriebene der Tabelle zugrundeliegende T-Verteilung zur Bestimmung des Erweiterungsfaktors  $k$  genutzt werden.

**B4 Bestimmung von  $k$  für Nicht-Normalverteilungen**

In jedem der folgenden Fälle gilt für die erweiterte Messunsicherheit, dass  $U(y) = ku(y)$ .

In manchen Fällen mag es offensichtlich sein, dass  $u(y)$  eine Messunsicherheitskomponente  $u_1(y)$  des Typs B beinhaltet, die aus einem Beitrag stammt, dessen Verteilung nicht normal ist, sondern bei der es sich beispielsweise um eine Rechteck- oder Dreiecksverteilung handelt, der wesentlich größer ist als alle verbleibenden Komponenten. In einem solchen Fall wird  $u(y)$  in den (möglicherweise dominanten) Teil  $u_1$  und in den Teil  $u_R$  gleich der Quadratwurzel von  $\sum u_j^2$  (dabei gilt

	Richtlinie zur Kalibrierung nichtselbsttätiger Waagen <a href="https://doi.org/10.7795/550.20180928">https://doi.org/10.7795/550.20180928</a>	DKD-R 7-2	
		Ausgabe:	01/2018
		Revision:	0
		Seite:	55 / 135

$j \geq 2$ ) aufgeteilt, wobei die kombinierte Standardmessunsicherheit die verbleibenden Beiträge einbezieht, siehe [1].

Wenn  $u_R \leq 0,3 u_1$ , dann wird  $u_1$  als „dominant“ betrachtet und die Verteilung von  $y$  wird im Wesentlichen als identisch zu der des dominanten Beitrages angesehen.

Der Erweiterungsfaktor wird entsprechend der Verteilungsform der dominanten Komponente ausgewählt

bei einer trapezförmigen Verteilung, bei der  $\beta < 0,95$ ,

( $\beta$  = Randparameter, Verhältnis der kleineren zur größeren Kante des Trapezoids)

$$k = \left\{ 1 - \sqrt{[0,05(1 - \beta^2)]} \right\} / \sqrt{[(1 + \beta^2)/6]} \quad (\text{B4-1})$$

bei einer Rechteckverteilung ( $\beta = 1$ ),  $k = 1,65$ ,

bei einer Dreiecksverteilung ( $\beta = 0$ ),  $k = 1,90$ ,

bei einer U-förmigen Verteilung,  $k = 1,41$ .

Die dominante Komponente selbst kann wiederum aus 2 dominanten Komponenten bestehen,  $u_1(y)$ ,  $u_2(y)$ , z.B. zwei rechteckigen, die ein Trapezoid bilden; in diesem Fall wird  $u_R$  aus den verbleibenden  $u_j$  bestimmt, wobei  $j \geq 3$ .

## Anhang C: Formeln zur Beschreibung von Abweichungen in Abhängigkeit zur Anzeige

### C1 Ziel

In diesem Anhang wird erläutert, wie man aus den bei der Kalibrierung erzielten und/oder im Kalibrierschein angegebenen diskreten Werten Abweichungen der Anzeige und ihre jeweils zugehörigen Messunsicherheiten für alle anderen Ablesungen  $R$  innerhalb des Wägebereiches ableiten kann.

Es wird davon ausgegangen, dass sich aus der Kalibrierung eine Anzahl  $n$  von Datensätzen ( $I_{Nj}$ ,  $E_j$ ,  $U_j$  oder alternativ  $m_{Nj}$ ,  $I_j$ ,  $U_j$ ) ergibt, zusammen mit dem Erweiterungsfaktor  $k$  und einer Anzeige der Verteilung von  $E$ , die  $k$  zugrunde liegt.

In jedem Fall wird bei der nominalen Anzeige  $I_{Nj}$  davon ausgegangen, dass  $I_{Nj} = m_{Nj}$  ist.

Außerdem wird angenommen, dass die Abweichung  $E_j$  bei allen  $m_{Nj}$  gleich bleibt, wenn  $I_j$  durch  $I_{Nj}$  ersetzt wird; es ist daher ausreichend, die Daten  $I_{Nj}$ ,  $E_j$ ,  $u_j$  zu betrachten und das Suffix  $N$  der Einfachheit halber wegzulassen.

	Richtlinie zur Kalibrierung nichtselbsttätiger Waagen <a href="https://doi.org/10.7795/550.20180928">https://doi.org/10.7795/550.20180928</a>	DKD-R 7-2	
		Ausgabe:	01/2018
		Revision:	0
		Seite:	56 / 135

## C2 Funktionale Beziehungen

### C2.1 Interpolation

Für die Interpolation<sup>9</sup> zwischen Tabellenwerten und äquidistanten Werten existieren mehrere Polynomformeln, die relativ leicht anzuwenden sind. In vielen Fällen sind die Lasten jedoch nicht gleich weit voneinander entfernt, was bei Verwendung einer einzigen Formel zur Abdeckung des gesamten Wägebereiches zu ziemlich komplizierten Interpolationsformeln führt.

Für eine Ablesung  $R$ , für die gilt, dass  $I_k < R < I_{k+1}$ , kann die lineare Interpolation zwischen zwei benachbarten Punkten folgendermaßen durchgeführt werden

$$E(R) = E_k + (R - I_k)(E_{k+1} - E_k)/(I_{k+1} - I_k) \quad (\text{C2.1-1})$$

$$U(E(R)) = U_k + (R - I_k)(U_{k+1} - U_k)/(I_{k+1} - I_k) \quad (\text{C2.1-2})$$

Zur Abschätzung des möglichen Interpolationsfehlers wäre ein Polynom höherer Ordnung erforderlich – darauf wird nicht weiter eingegangen.

### C2.2 Approximation

Die Approximation sollte mittels Berechnung oder durch Algorithmen auf der Grundlage der „Minimum-Chi-Quadrat-Methode“ („minimum  $\chi^2$ “) durchgeführt werden, das heißt, die Parameter einer Funktion  $f$  werden so bestimmt, dass

$$\chi^2 = \sum p_j v_j^2 = \sum p_j (f(I_j) - E_j)^2 = \text{minimum} \quad (\text{C2.2-1})$$

dabei ist

$p_j$  = der Gewichtungsfaktor (grundsätzlich proportional zu  $1/u_j^2$ ),

$v_j$  = das Residuum,

$f$  = die Näherungsfunktion mit einer Anzahl  $n_{\text{par}}$  zu bestimmender Parameter,

$j = 1 \dots n$ ,  $n$  = Anzahl der Messpunkte.

Ausgehend vom beobachteten Chi-Quadrat-Wert  $\chi^2_{\text{obs}}$  und unter der Voraussetzung, dass die folgende Bedingung erfüllt wird [12]

$$\chi^2_{\text{obs}} \leq \nu \quad (\text{C2.2-2a})$$

wobei die Freiheitsgrade  $\nu = n - n_{\text{par}}$  betragen, ist es gerechtfertigt anzunehmen, dass die Form der Modellfunktion  $E(I) = f(I)$  mathematisch mit den der Näherung zugrundeliegenden Daten übereinstimmt.

Eine andere Möglichkeit, die Anpassungsgüte zu prüfen, besteht in der Annahme, dass der Maximalwert der gewichteten Differenzen folgende Bedingung erfüllen muss

<sup>9</sup>Mit einer Interpolationsformel sollen genau die Werte erzielt werden, zwischen denen die Interpolation stattfindet. Mit einer Näherungsformel wird man die vorgegebenen Werte in der Regel nicht genau erzielen.

	Richtlinie zur Kalibrierung nichtselbsttätiger Waagen <a href="https://doi.org/10.7795/550.20180928">https://doi.org/10.7795/550.20180928</a>	DKD-R 7-2	
		Ausgabe:	01/2018
		Revision:	0
		Seite:	57 / 135

$$\max \left( \frac{|f(I_j) - E_j|}{U(f(I_j))} \right) < 1 \quad (\text{C2.2-2b})$$

das heißt, die erweiterte Messunsicherheit muss das Residuum für jeden Punkt  $j$  enthalten. Diese Bedingung ist wesentlich restriktiver als Gleichung (C2.2-2a).

### C2.2.1 Approximation durch Polynome

Die Approximation durch ein Polynom ergibt die allgemeine Funktion

$$E(R) = f(R) = a_0 + a_1 R + a_2 R^2 + \dots + a_{n_a} R^{n_a} \quad (\text{C2.2-3})$$

Der Grad  $n_a$  des Polynoms sollte so gewählt sein, dass  $n_{\text{par}} = n_a + 1 \leq n/2$ .

Die Berechnung erfolgt am besten mittels Matrixberechnung.

$\mathbf{X}_{(n \times n_{\text{par}})}$  sei eine Matrix, deren  $n$  Zeilen  $(1, I_j, I_j^2, \dots, I_j^{n_a})$  sind,  
 $\mathbf{a}_{(n_{\text{par}} \times 1)}$  sei ein Spaltenvektor, dessen Komponenten die aus dem Approximationspolynom zu bestimmenden Koeffizienten  $a_0, a_1, \dots, a_{n_a}$  sind,  
 $\mathbf{e}_{(n \times 1)}$  sei ein Spaltenvektor, dessen Komponenten die  $E_j$  sind,  
 $\mathbf{U}(\mathbf{e})_{(n \times n)}$  sei die Varianz-Kovarianz-Matrix von  $\mathbf{e}$ .

$\mathbf{U}(\mathbf{e})$  erhält man durch

$$\mathbf{U}(\mathbf{e}) = \mathbf{U}(m_{\text{ref}}) + \mathbf{U}(I_{\text{Cal}}) + \mathbf{U}(\text{mod}) \quad (\text{C2.2-3a})$$

wobei

$\mathbf{U}(m_{\text{ref}})$  die mit den Referenzwerten  $m_{\text{ref}}$  verbundene Kovarianzmatrix ist (4.2.4-2).

Man geht von einer ziemlich starken Korrelation unter den Referenzwerten aus

$$\mathbf{U}(m_{\text{ref}}) = \mathbf{s}_{m_{\text{ref}}} \mathbf{s}_{m_{\text{ref}}}^T \quad (\text{C2.2-3b})$$

wobei  $\mathbf{s}_{m_{\text{ref}}}$  der Spaltenvektor der Messunsicherheiten  $u(m_{\text{ref}})$  ist (Gl. 7.1.2-14).

$\mathbf{U}(I_{\text{Cal}})$  ist eine Diagonalmatrix, deren Elemente  $u_{jj} = u^2(I_j)$  sind, und

bei  $\mathbf{U}(\text{mod})$  handelt es sich um eine zusätzliche Kovarianzmatrix, die sich aus

$$\mathbf{U}(\text{mod}) = s_m^2 \mathbf{I} \quad (\text{C2.2-3c})$$

ergibt, wobei  $\mathbf{I}$  die Einheitsmatrix ist und es sich bei  $s_m$  um eine durch das Modell bedingte Unsicherheit handelt. Dieser Beitrag wird berücksichtigt, um der Unzulänglichkeit des Modells Rechnung zu tragen.

Zunächst wird  $s_m$  auf Null gesetzt; wenn der Chi-Quadrat-Test (C2.2-2a) fehlschlägt, wird  $s_m$  auf iterative Weise vergrößert bis das Ergebnis des Chi-Quadrat-Tests zufriedenstellend ist.

Wenn  $U(I_{\text{Cal}})$  den wesentlichen Beitrag bildet, können die Kovarianzen vernachlässigt und  $U(\mathbf{e})$  kann durch eine Diagonalmatrix genähert werden, die aus folgenden Elementen besteht

$$u_{jj} = u^2(E_j) + s_m^2 \quad (\text{C2.2-3d})$$

Die Gewichtungsmatrix  $\mathbf{P}$  beträgt

$$\mathbf{P} = \mathbf{U}(\mathbf{e})^{-1} \quad (\text{C2.2-4})$$

und die Koeffizienten  $a_0, a_1, \dots$  werden bestimmt durch Lösen der Normalgleichungen

$$\mathbf{X}^T \mathbf{P} \mathbf{X} \mathbf{a} - \mathbf{X}^T \mathbf{P} \mathbf{e} = \mathbf{0} \quad (\text{C2.2-5})$$

mit der Lösung

$$\hat{\mathbf{a}} = (\mathbf{X}^T \mathbf{P} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{P} \mathbf{e} \quad (\text{C2.2-6})$$

Die  $n$  Residuen  $v_j = f(I_j) - E_j$  sind enthalten im Vektor

$$\mathbf{v} = \mathbf{X} \hat{\mathbf{a}} - \mathbf{e} \quad (\text{C2.2-7})$$

und  $\chi_{\text{obs}}^2$  wird erhalten durch

$$\chi_{\text{obs}}^2 = \mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v} \quad (\text{C2.2-8})$$

Sofern die Bedingung aus (C2.2-2) erfüllt wird, ergeben sich die Varianzen und Kovarianzen für die Koeffizienten  $a_i$  aus der Matrix

$$\mathbf{U}(\hat{\mathbf{a}}) = (\mathbf{X}^T \mathbf{P} \mathbf{X})^{-1} \quad (\text{C2.2-9})$$

In Fällen, in denen die Bedingung (C2.2-2) nicht erfüllt wird, kann eines der folgenden Verfahren zur Anwendung kommen:

- a: Wiederholung der Approximation mit einem Approximationspolynom höheren Grades  $n_a$ , so lange  $n_a + 1 \leq n/2$ ,
- b: Wiederholung der Approximation nach Erhöhung von  $U(\text{mod})$ .

Die Ergebnisse der Approximation,  $\hat{\mathbf{a}}$  und  $\mathbf{U}(\hat{\mathbf{a}})$ , können verwendet werden, um die genäherten Abweichungen der Anzeige und die zugehörigen Messunsicherheiten für die  $n$  Punkte  $I_j$  zu bestimmen.

Die Abweichungen  $E_{\text{app}j}$  sind enthalten im Vektor

$$\mathbf{e}_{\text{appr}} = \mathbf{X}\hat{\mathbf{a}} \quad (\text{C2.2-10})$$

wobei sich die Messunsicherheiten wie folgt ergeben

$$u^2(E_{\text{appr}j}) = \text{diag}(\mathbf{X}\mathbf{U}(\hat{\mathbf{a}})\mathbf{X}^T). \quad (\text{C2.2-11})$$

Sie dienen auch zur Bestimmung der Abweichung und ihrer zugeordneten Messunsicherheit bei allen anderen Ablesungen innerhalb des kalibrierten Wägebereiches – diese werden mit  $R$  bezeichnet, um sie von den anderen Anzeigen  $I_j$  zu unterscheiden.

$\mathbf{r}$  sei ein aus den Elementen  $(1, R, R^2, R^3, \dots, R^{n_a})^T$  bestehender Spaltenvektor,  
 $\mathbf{r}'$  sei ein Spaltenvektor, dessen Elemente die Ableitungen  $(0, 1, 2R, 3R^2, \dots, n_a R^{n_a-1})^T$  sind.

Die Abweichung beträgt

$$E_{\text{appr}}(R) = \mathbf{r}^T \hat{\mathbf{a}} \quad (\text{C2.2-12})$$

und die Messunsicherheit ergibt sich durch

$$u^2(E_{\text{appr}}) = (\mathbf{r}'^T \hat{\mathbf{a}}) \mathbf{U}(R) (\mathbf{r}'^T \hat{\mathbf{a}})^T + \mathbf{r}^T \mathbf{U}(\hat{\mathbf{a}}) \mathbf{r} \quad (\text{C2.2-13})$$

Da alle 3 Matrizen lediglich eindimensional sind, vereinfacht sich der erste Term auf der rechten Seite zu

$$(\mathbf{r}'^T \hat{\mathbf{a}}) \mathbf{U}(R) (\mathbf{r}'^T \hat{\mathbf{a}})^T = (a_1 + 2a_2 R + 3a_3 R^2 + \dots + n_a a_{n_a} R^{n_a-1})^2 u^2(R) \quad (\text{C2.2-14})$$

wobei  $u^2(R) = d_0^2/12 + d_R^2/12 + s^2(R) + u_{\text{rel}}^2(\delta R_{\text{ecc}}) R^2$ , gemäß (7.1.1-12).

### C2.2.2 Approximation durch eine Gerade

Viele moderne elektronische Geräte sind gut konzipiert und werden intern korrigiert, um eine gute Linearität zu erzielen. Ursache für die Abweichungen der Anzeige ist daher in den meisten Fällen eine nicht korrekt vorgenommene Justierung und die Abweichung steigt dementsprechend proportional zu  $R$  an. Bei solchen Waagen ist es angemessen, das Polynom auf eine lineare Funktion zu beschränken, sofern dies in Hinblick auf Bedingung (C2.2-2) hinreichend ist.

Als Standardlösung wird (C2.2-3) verwendet, wobei  $n_a = 1$

$$E(R) = f(R) = a_0 + a_1 R \quad (\text{C2.2-15})$$

Eine Variante dazu ist es,  $a_0 = 0$  zu setzen und lediglich  $a_1$  zu bestimmen. Dieses Vorgehen kann dadurch gerechtfertigt werden, dass die Abweichung  $E(R=0)$  aufgrund der Nulleinstellung – zumindest bei zunehmender Belastung – automatisch Null beträgt

$$E(R) = f(R) = a_1 R \quad (\text{C2.2-16})$$

Eine andere Variante besteht darin, den Koeffizienten  $a$  ( $= a_1$  in (C2.2-16)) als Mittelwert aller relativen Abweichungen der Anzeige  $q_j = E_j / I_j$  zu definieren. Dadurch wird es möglich, die Abweichungen von Nettoanzeigen nach Durchführung einer Tara-Ausgleichsfunktion mit einzubeziehen, sofern diese bei der Kalibrierung bestimmt wurden

$$a = \sum (E_j / I_j) / n \quad (\text{C2.2-17})$$

Mit Ausnahme der Variante (C2.2-17), können die Berechnungen unter Verwendung der Matrixformeln aus C2.2.1 durchgeführt werden.

Nachfolgend werden andere Möglichkeiten aufgezeigt.

C2.2.2.1 Die lineare Regression gemäß (C2.2-15) kann mittels Software ausgeführt werden.

Die Übereinstimmung zwischen den Ergebnissen ist in der Regel

$$\text{„Achsenabschnitt“} \Leftrightarrow a_0$$

$$\text{„Steigung“} \Leftrightarrow a_1$$

Einfache Taschenrechner sind jedoch unter Umständen nicht in der Lage, lineare Regressionen auf Basis der gewichteten Fehlerdaten oder eine lineare Regression mit  $a_0 = 0$  auszuführen.

C2.2.2.2 Im Folgenden werden die für die Programmierung des Computers relevanten Formeln zur Berechnung in „Nicht-Matrix-Schreibweise“ vorgestellt.

Soll Bedingung (C2.2-2a) erfüllt werden, so beginnt das Verfahren mit der ersten linearen Regression unter Verwendung von

$$p_j = 1/u^2(E_j) \quad (\text{C2.2-18a})$$

Wenn (C2.2-2a) noch nicht erfüllt ist, dann kann die Standardabweichung der Anpassung wie folgt bestimmt werden

$$std\ fit = \sqrt{\frac{\sum_j (f(I_j) - E_j)^2}{(n - n_{par})}} \quad (\text{C2.2-18b})$$

In einem zweiten Schritt müssen neue Gewichtungsfaktoren bestimmt werden

$$p'_j = 1/(u^2(E_j) + std\ fit^2) \quad (\text{C2.2-18c})$$

Anhand dieser neuen Gewichtungsfaktoren ist eine neue lineare Regression zu bestimmen. Bei Anwendung dieser Methode erfüllt die lineare Regression die Bedingung (C2.2-2a).

Soll die restriktivere Bedingung (C2.2-2b) erfüllt werden, dann ist die Wahrscheinlichkeit groß, dass eine zusätzliche Unsicherheitskomponente  $s_m$  in (C2.2-18a) einzubeziehen ist. Zunächst wird  $s_m$  auf Null gesetzt, dann wird  $s_m$  iterativ vergrößert bis die Bedingung aus

(C2.2-2b) erfüllt ist. Ein Vorschlag zur Vergrößerung des Schrittes zur Erhöhung von  $s_m$  bestünde darin, 1/10 der Waagenauflösung zu berücksichtigen.

Der Einfachheit halber fallen in den nachfolgenden Formeln die Indizes "j" bei  $I$ ,  $E$  und  $p$  weg.

a) lineare Regression für (C2.2-15)

$$a_0 = \frac{\sum pE \sum pI^2 - \sum pI \sum pIE}{\sum p \sum pI^2 - (\sum pI)^2} \quad (\text{C2.2-15a})$$

$$a_1 = \frac{\sum p \sum pIE - \sum pE \sum pI}{\sum p \sum pI^2 - (\sum pI)^2} \quad (\text{C2.2-15b})$$

$$\chi^2 = \sum p(a_0 + a_1 I - E)^2 \quad (\text{C2.2-15c})$$

$$u^2(a_0) = \frac{\sum pI^2}{\sum p \sum pI^2 - (\sum pI)^2} \quad (\text{C2.2-15d})$$

$$u^2(a_1) = \frac{\sum p}{\sum p \sum pI^2 - (\sum pI)^2} \quad (\text{C2.2-15e})$$

$$\text{cov}(a_0, a_1) = -\frac{\sum pI}{\sum p \sum pI^2 - (\sum pI)^2} \quad (\text{C2.2-15f})$$

(C2.2-15) gilt für die angenäherte Abweichung der Ablesung  $R$ , und die Unsicherheit  $u(E_{\text{appr}})$  der Näherung ergibt sich durch

$$u^2(E_{\text{appr}}) = a_1^2 u^2(R) + u^2(a_0) + R^2 u^2(a_1) + 2R \text{cov}(a_0, a_1) \quad (\text{C2.2-15g})$$

b) lineare Regression mit  $a_0 = 0$

$$a_1 = \sum pIE / \sum pI^2 \quad (\text{C2.2-16a})$$

$$\chi^2 = \sum p(a_1 I - E)^2 \quad (\text{C2.2-16b})$$

$$u^2(a_1) = 1/\sum pI^2 \quad (\text{C2.2-16c})$$

(C2.2-16) gilt für die angenäherte Abweichung der Ablesung  $R$ , und die zugeordnete Unsicherheit  $u(E_{\text{appr}})$  ergibt sich durch

$$u^2(E_{\text{appr}}) = a_1^2 u^2(R) + R^2 u^2(a_1) \quad (\text{C2.2-16d})$$

c) mittlere Gradienten

Die Unsicherheiten dieser Variante sind  $u(E_j/I_j) = u(E_j)/I_j$  und  $p_j = I_j^2/u^2(E_j)$ .

$$a = (\sum pE/I)/\sum p \quad (\text{C2.2-17a})$$

$$\chi^2 = \sum p(a - E/I)^2 \quad (\text{C2.2-17b})$$

$$u^2(a) = 1/\sum p \quad (\text{C2.2-17c})$$

(C2.2-17) gilt für die angenäherte Abweichung der Ablesung  $R$ , bei der es sich auch um eine Nettoanzeige handeln kann, und die Unsicherheit der Näherung  $u(E_{\text{appr}})$  ergibt sich durch

$$u^2(E_{\text{appr}}) = a^2 u^2(R) + R^2 u^2(a) \quad (\text{C2.2-17d})$$

### C3 Terme ohne Bezug zu den Ablesungen

Terme, die keine Funktion der Anzeige sind, bieten keinerlei Schätzwerte in Hinblick auf zu erwartende Abweichungen der Anzeige einer bestimmten Ablesung, sie können aber dennoch hilfreich sein, um die unter Punkt 7.5.2 genannte „globale Messunsicherheit“ abzuleiten.

#### C3.1 Mittlere Abweichung

Der Mittelwert aller Abweichungen beträgt

$$E^0 = E = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n E_j \quad (\text{C3.1-1})$$

mit der Standardabweichung

$$s(E) = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (\bar{E} - E_j)^2} = u_{\text{appr}} \quad (\text{C3.1-2})$$

Anmerkung: der Datenpunkt  $I = 0$ ,  $E = 0$  ist als  $I_1$ ,  $E_1$  einzubeziehen.

Dort wo  $E$  nahe Null liegt, kann lediglich  $s^2(E)$  zu (7.5.2-2a) hinzugefügt werden. In anderen Fällen, insbesondere in solchen, in denen  $|E| \geq u(W)$ , sollte (7.5.2-3a) verwendet werden, wobei  $u(W)$  um  $u_{\text{appr}} = s(E)$  erhöht wird.

	Richtlinie zur Kalibrierung nichtselbsttätiger Waagen <a href="https://doi.org/10.7795/550.20180928">https://doi.org/10.7795/550.20180928</a>	DKD-R 7-2	
		Ausgabe:	01/2018
		Revision:	0
		Seite:	63 / 135

### C3.2 Maximale Abweichung

Mit der „maximalen Abweichung“ bezeichnet man den größten absoluten Wert aller Abweichungen der Anzeige

$$E_{\max} = |E_j|_{\max} \quad (\text{C3.2-1})$$

C3.2.1 Wäre  $E^0 = E_{\max}$ , so würde (7.5.2-3a) sicherlich eine „globale Messunsicherheit“ beschreiben, die jede Abweichung innerhalb des Wägebereichs mit einer Überdeckungswahrscheinlichkeit von mehr als 95 % abdecken würde. Der Vorteil besteht darin, dass es sich um eine einfache und unkomplizierte Formel handelt.

C3.2.2 Unter Annahme einer Rechteckverteilung aller Abweichungen der Anzeige im – fiktiven! – Bereich  $\pm E_{\max}$ , könnte  $E^0$  als Standardabweichung der Abweichungen der Anzeige definiert werden

$$E^0 = E_{\max} / \sqrt{3} \quad (\text{C3.2-2})$$

welche in (7.5.2-2a) einzufügen ist.

## Anhang D: Symbole

Symbole, die in mehr als einem Abschnitt des Hauptdokumentes verwendet werden, werden im Folgenden aufgeführt und erläutert.

Symbol	Definition
$D$	Drift, Änderungen eines Wertes im Verlauf der Zeit
$E$	Abweichung (einer Anzeige)
$I$	Anzeige einer Waage
$I_{\text{ref}}$	Referenzwert der Anzeige einer Waage
$K_T$	Temperaturkoeffizient (Empfindlichkeit der Waage gegenüber Temperaturänderungen)
$L$	Last auf einer Waage
$Max$	Höchstlast
$Max_1$	Höchstlast mit dem kleinsten Teilungswert
$Max'$	Obergrenze der festgelegten Höchstlast, $Max' < Max$
$Min$	Wert der Last unterhalb dessen das Wäageergebnis eine sehr große relative Abweichung zeigt ([2] und [3])
$Min'$	Untergrenze des festgelegten Wäagebereichs, $Min' > Min$
$R$	Anzeige (Ablesung) einer Waage ohne Bezug zur Last
$R_{\text{min}}$	Mindesteinwaage
$R_{\text{min,SF}}$	Mindesteinwaage bei einem Sicherheitsfaktor $>1$
$Req$	Nutzeranforderung an die relative Wäagegenauigkeit
$T$	Temperatur (in K)
$Tol$	festgelegter Toleranzwert
$U$	erweiterte Messunsicherheit
$U_{\text{gl}}$	globale erweiterte Messunsicherheit
$W$	Wäageergebnis, Gewichtswert in Luft
$d$	Teilungswert, Massedifferenz zwischen zwei aufeinanderfolgenden Anzeigen der Waage
$d_1$	Kleinster Teilungswert
$d_T$	effektiver Teilungswert $< d$ , wird bei Kalibriertests verwendet
$g$	lokale Fallbeschleunigung
$k$	Erweiterungsfaktor
$k_s$	Justierfaktor
$m$	Masse eines Wägeguts
$m_c$	konventioneller Wägewert, vorzugsweise von einem Normalgewicht
$m_N$	Nennwert der Masse eines Normalgewichts
$m_{\text{ref}}$	Referenzgewicht ("wahrer Wert") einer Testlast
$mpe$	zulässige Fehlergrenze (einer Anzeige, eines Normalgewichtes, etc.) in einem bestimmten Kontext ( <i>maximum permissible error</i> )
$n$	bestimmte Anzahl/Stückzahl, wie im Einzelfall angegeben
$p$	Luftdruck
$s$	Standardabweichung

$t$	Temperatur (in °C)
$u$	Standardmessunsicherheit
$u_{\text{rel}}$	Standardmessunsicherheit bezogen auf eine Basismenge
$\nu$	Anzahl der Freiheitsgrade
$\rho$	Dichte
$\rho_0$	Bezugsluftdichte, $\rho_0 = 1,2 \text{ kg/m}^3$
$\rho_a$	Luftdichte
$\rho_c$	Bezugsdichte eines Standardgewichtes, $\rho_c = 8\,000 \text{ kg/m}^3$

Suffix	bezogen auf
B	Luftauftrieb (bei Kalibrierung)
D	Drift
L	bei Belastung
N	Nennwert
St	Normal (Masse)
T	Messung
adj	Justierung
appr	Approximation (Näherung)
buoy	Luftauftrieb (Wägeergebnis)
cal	Kalibrierung
conv	Konvektion
corr	Korrektur
dig	Digitalisierung
ecc	außermittige Belastung
gl	global, gesamt
$i, j$	Nummerierung
instr	Waage
max	Maximalwert einer angegebenen Anzahl
min	Minimalwert einer angegebenen Anzahl
proc	Wägeprozedur
ref	Referenz
rel	relativ
rep	Wiederholbarkeit
s	gültig zum Zeitpunkt der Justierung
sub	Ersatzlast
tare	Taraausgleichsfunktion
temp	Temperatur
time	Zeit
0	Null, ohne Last

	Richtlinie zur Kalibrierung nichtselbsttätiger Waagen <a href="https://doi.org/10.7795/550.20180928">https://doi.org/10.7795/550.20180928</a>	DKD-R 7-2	
		Ausgabe:	01/2018
		Revision:	0
		Seite:	66 / 135

## Anhang E: Angaben zum Luftauftrieb

Dieser Anhang enthält zusätzliche Angaben zur in Abschnitt 7.1.2.2 behandelten Luftauftriebskorrektur.

### E1 Dichte der Normalgewichte

In Fällen, in denen die Dichte  $\rho$  eines Normalgewichtes und dessen Standardmessunsicherheit  $u(\rho)$  nicht bekannt sind, können für Gewichte der R 111-Klassen E<sub>2</sub> bis M<sub>2</sub> die folgenden Werte genutzt werden (gemäß [4], Tabelle B7).

Legierung/Material	angenommene Dichte $\rho$ in kg/m <sup>3</sup>	Standardmessunsicherheit $u(\rho)$ in kg/m <sup>3</sup>
Neusilber	8 600	85
Messing	8 400	85
Edelstahl	7 950	70
Kohlenstoffstahl	7 700	100
Eisen	7 800	100
Gusseisen (weiß)	7 700	200
Gusseisen (grau)	7 100	300
Aluminium	2 700	65

Für Gewichte, die über eine Justierkammer verfügen, welche mit einer beträchtlichen Menge Material unterschiedlicher Dichte gefüllt ist, findet sich in [4] eine Formel zur Berechnung der Gesamtdichte des Gewichtes.

### E2 Luftauftrieb für Gewichte gemäß OIML R 111

Wie bereits in einer Fußnote in Abschnitt 7.1.2.2 angegeben, ist es gemäß OIML R 111 erforderlich, dass die Dichte eines Normalgewichtes innerhalb gewisser Grenzen liegt, welche in Beziehung zu den maximal zulässigen Abweichungen  $mpe$  und zur festgelegten Änderung der Luftdichte stehen. Bei Gewichten von  $\geq 100$  g sind die maximal zulässigen Abweichungen  $mpe$  proportional zum Nennwert. Dies ermöglicht eine Abschätzung der relativen Messunsicherheit  $u_{rel}(\delta m_B)$ . Die entsprechenden Formeln – Formel (7.1.2-5c) für den Fall, dass die Waage unmittelbar vor der Kalibrierung justiert wird und Formel (7.1.2-5d) für den Fall, dass die Waage vor Kalibrierung nicht justiert wird – sind in Tabelle E2.1 in Bezug auf die Genauigkeitsklassen E<sub>2</sub> bis M<sub>1</sub> ausgewertet worden.

Die maximal zulässigen Abweichungen  $mpe$  für Gewichte mit einer Masse von  $m_N \leq 50$  g werden in der R 111 tabellarisch aufgeführt, der relative Wert  $mpe/m_N$  steigt mit abnehmender Masse. Tabelle E2.1 enthält die absoluten Standardmessunsicherheiten  $u(\delta m_B) = u_{rel}(\delta m_B) m_N$  für diese Gewichte.

Wird der Luftauftrieb nicht korrigiert, so können die Werte in Tabelle E2.1 zur Abschätzung des Messunsicherheitsbeitrages verwendet werden.

**Tabelle E2.1: Standardmessunsicherheit der Luftauftriebskorrektur für Normalgewichte entsprechend R 111**

Berechnung gemäß 7.1.2.2

$u_A$  für Fälle, in denen die Waage unmittelbar vor Kalibrierung justiert wird (7.1.2-5c),

$u_B$  für Fälle, in denen die Waage vor Kalibrierung nicht justiert wird (7.1.2-5d)

$m_N$ in g	Klasse E <sub>2</sub>			Klasse F <sub>1</sub>			Klasse F <sub>2</sub>			Klasse M <sub>1</sub>		
	$mpe$ in mg	$u_A$ in mg	$u_B$ in mg	$mpe$ in mg	$u_A$ in mg	$u_B$ in mg	$mpe$ in mg	$u_A$ in mg	$u_B$ in mg	$mpe$ in mg	$u_A$ in mg	$u_B$ in mg
50	0,100	0,014	0,447	0,30	0,043	0,476	1,00	0,14	0,58	3,0	0,43	0,87
20	0,080	0,012	0,185	0,25	0,036	0,209	0,80	0,12	0,29	2,5	0,36	0,53
10	0,060	0,009	0,095	0,20	0,029	0,115	0,60	0,09	0,17	2,0	0,29	0,38
5	0,050	0,007	0,051	0,16	0,023	0,066	0,50	0,07	0,12	1,6	0,23	0,27
2	0,040	0,006	0,023	0,12	0,017	0,035	0,40	0,06	0,08	1,2	0,17	0,19
1	0,030	0,004	0,013	0,10	0,014	0,023	0,30	0,04	0,05	1,0	0,14	0,15
0,5	0,025	0,004	0,008	0,08	0,012	0,016	0,25	0,04	0,04	0,8	0,12	0,12
0,2	0,020	0,003	0,005	0,06	0,009	0,010	0,20	0,03	0,03	0,6	0,09	0,09
0,1	0,016	0,002	0,003	0,05	0,007	0,008	0,16	0,02	0,02	0,5	0,07	0,07

Relative  $mpe$  und relative Standardmessunsicherheiten  $u_{rel}(\delta m_B)$  in mg/kg für Gewichte von 100 g und mehr

	Klasse E <sub>2</sub>			Klasse F <sub>1</sub>			Klasse F <sub>2</sub>			Klasse M <sub>1</sub>		
	$mpe/m_N$ mg/kg	$u_{rel A}$	$u_{rel B}$									
$\geq 100$	1,60	0,23	8,89	5,00	0,72	9,38	16,0	2,31	11,0	50,0	7,22	15,88

	Richtlinie zur Kalibrierung nichtselbsttätiger Waagen <a href="https://doi.org/10.7795/550.20180928">https://doi.org/10.7795/550.20180928</a>	DKD-R 7-2	
		Ausgabe:	01/2018
		Revision:	0
		Seite:	68 / 135

## Anhang F: Konvektionseffekte

In Abschnitt 4.2.3 wurde die durch eine Temperaturdifferenz  $\Delta T$  zwischen Normalgewicht und Umgebungsluft bedingte Erzeugung einer scheinbaren Masseänderung  $\Delta m_{\text{conv}}$  prinzipiell erläutert. Zur Beurteilung von Situationen, in denen der Konvektionseffekt angesichts der Unsicherheit der Kalibrierung berücksichtigt werden sollte, werden nachfolgend ausführlichere Informationen zur Verfügung gestellt.

Alle in den folgenden Tabellen aufgeführten Berechnungen der Werte basieren auf [7]. Die entsprechenden Formeln und zu berücksichtigenden Parameter werden hier nicht wiedergegeben. Es werden lediglich Verweise auf die wichtigsten Formeln und wesentlichen Voraussetzungen aufgeführt.

Das hier behandelte Problem ist ziemlich komplex, sowohl in Hinblick auf die zugrundeliegende Physik als auch in Bezug auf die Auswertung der experimentellen Ergebnisse. Die Präzision der im Folgenden dargestellten Werte sollte nicht überbewertet werden.

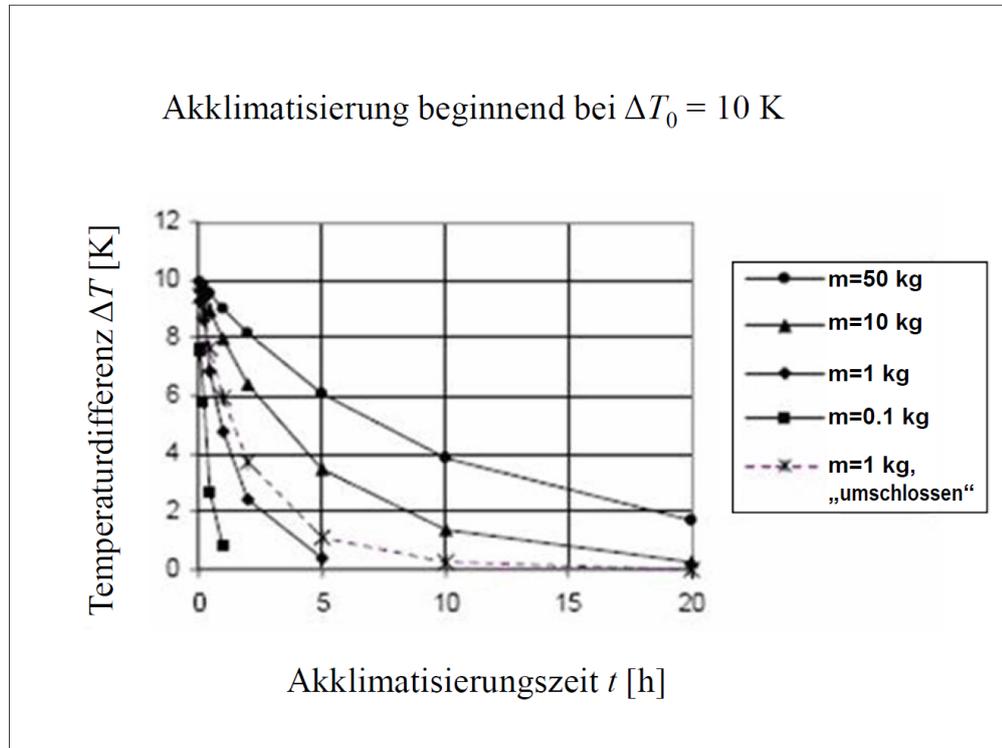
### F1 Verhältnis zwischen Temperatur und Zeit

Durch Wärmeaustausch zwischen dem Gewicht und der Umgebungsluft reduziert sich eine anfängliche Temperaturdifferenz  $\Delta T_0$  mit der Zeit  $\Delta t$ . Die Wärmeaustauschrate ist relativ unabhängig von dem Vorzeichen von  $\Delta T_0$ , somit erfolgt die Erwärmung bzw. Abkühlung eines Gewichtes in ähnlichen Zeitintervallen.

Abbildung F1.1 zeigt einige Beispiele des Akklimatisierungseffekts. Ausgehend von einer anfänglichen, 10 K betragenden Temperaturdifferenz wird die tatsächliche  $\Delta T$  für 4 unterschiedliche Gewichte, nach unterschiedlichen Akklimatisierungszeiten, gezeigt. Dabei sollen die Gewichte auf drei relativ dünnen PVC-Säulen „in freier Luft“ ruhen. Zu Vergleichszwecken wird  $\Delta T$  auch für ein 1-kg-Gewicht angezeigt, das auf denselben Säulen ruht, aber von einer Glocke umgeben ist, die den Luftstrom der Konvektion reduziert, so dass es ungefähr 1,5- bis 2-mal so lange dauert, um für  $\Delta T$  die gleiche Reduzierung zu erreichen wie beim 1-kg-Gewichtsstück, das sich nicht unter der Glocke befindet.

Verweisstellen in [7]: Formel (21), Parameter für die Fälle 3b und 3c in Tabelle 4.

**Abbildung F1.1: Akklimationisierung der Normalgewichte**



Die Tabellen F1.2 und F1.3 zeigen die Akklimationisierungszeiten  $\Delta t$  für Normalgewichte, die gegebenenfalls abzuwarten sind, wenn die Temperaturdifferenz von einem Wert  $\Delta T_1$  auf einen niedrigeren Wert  $\Delta T_2$  reduziert werden soll. Die Bedingungen des Wärmeaustauschs sind die gleichen wie in Abbildung F1.1: Tabelle F1.2 für „ $m = 0,1$  kg“ bis „ $m = 50$  kg“; Tabelle F1.3 für „ $m = 1$  kg umschlossen“.

Unter realen Bedingungen können die Wartezeiten kürzer ausfallen, beispielsweise in Fällen, in denen sich das Gewichtsstück direkt auf der ebenen Fläche eines wärmeleitenden Trägers befindet; in Fällen, in denen das Gewicht zum Teil von einem Gewichtsgehäuse umhüllt ist, kann es zu längeren Wartezeiten kommen.

Verweisstellen in [7]: Formel (26) und Parameter für die Fälle 3b, 3c in Tabelle 4.

**Tabelle F1.2 Zeitspannen zur stufenweisen Reduzierung von Temperaturunterschieden**

Die Gewichte befinden sich auf 3 dünnen PVC-Säulen in freier Luft

Die von der nächst höheren $\Delta T$ zu erreichende Akklimatisierungszeit für $\Delta T$ in Minuten, Fall 3b							
m/kg	$\Delta T / K$						
	20 K bis 15 K	15 K bis 10 K	10 K bis 7 K	7 K bis 5 K	5 K bis 3 K	3 K bis 2 K	2 K bis 1 K
50	149,9	225,3	212,4	231,1	347,9	298,0	555,8
20	96,2	144,0	135,2	135,0	219,2	186,6	345,5
10	68,3	101,9	95,3	94,8	153,3	129,9	239,1
5	48,1	71,6	66,7	66,1	106,5	89,7	164,2
2	30,0	44,4	41,2	40,6	65,0	54,4	98,8
1	20,8	30,7	28,3	27,8	44,3	37,0	66,7
0,5	14,3	21,0	19,3	18,9	30,0	24,9	44,7
0,2	8,6	12,6	11,6	11,3	17,8	14,6	26,1
0,1	5,8	8,5	7,8	7,5	11,8	9,7	17,2
0,05	3,9	5,7	5,2	5,0	7,8	6,4	11,3
0,02	2,3	3,3	3,0	2,9	4,5	3,7	6,4
0,01	1,5	2,2	2,0	1,9	2,9	2,4	4,2

Beispiele für ein 1-kg-Gewichtstück

- um  $\Delta T$  von 20 K auf 15 K zu reduzieren, werden 20,8 min benötigt,
- um  $\Delta T$  von 15 K auf 10 K zu reduzieren, werden 30,7 min benötigt,
- um  $\Delta T$  von 10 K auf 5 K zu reduzieren, werden 28,3 min + 27,8 min = 56,1 min benötigt.

**Tabelle F1.3 Zeitspannen zur stufenweisen Reduzierung von Temperaturunterschieden**

Die Gewichte befinden sich auf 3 dünnen PVC-Säulen, umschlossen von einer Glaslocke

Die von der nächst höheren $\Delta T$ zu erreichende Akklimatisierungszeit für $\Delta T$ in Minuten, Fall 3c							
m/kg	$\Delta T / K$						
	20 K bis 15 K	15 K bis 10 K	10 K bis 7 K	7 K bis 5 K	5 K bis 3 K	3 K bis 2 K	2 K bis 1 K
50	154,2	235,9	226,9	232,1	388,7	342,7	664,1
20	103,8	158,6	152,4	155,6	260,2	228,9	442,2
10	76,8	117,2	112,4	114,7	191,5	168,1	324,0
5	56,7	86,4	82,8	84,3	140,5	123,1	236,5
2	37,8	57,5	54,9	55,8	92,8	81,0	155,0
1	27,7	42,1	40,1	40,7	67,5	58,8	112,0
0,5	20,2	30,7	29,2	29,6	48,9	42,4	80,5
0,2	13,3	20,1	19,1	19,2	31,7	27,3	51,6
0,1	9,6	14,5	13,7	13,8	22,6	19,5	36,6
0,05	6,9	10,4	9,8	9,9	16,1	13,8	25,7
0,02	4,4	6,7	6,3	6,2	10,2	8,6	16,0
0,01	3,2	4,7	4,4	4,4	7,1	6,0	11,1

## F2 Änderung der scheinbaren Masse

Die durch eine Temperaturdifferenz  $\Delta T$  erzeugte Luftströmung ist nach oben gerichtet, wenn das Gewicht wärmer ist ( $\Delta T > 0$ ) als die Umgebungsluft, und nach unten, wenn es kühler ist ( $\Delta T < 0$ ). Der Luftstrom verursacht Reibungskräfte auf der vertikalen Oberfläche eines Gewichts sowie Schub- oder Zugkräfte auf der horizontalen Oberfläche, was eine Änderung  $\Delta m_{\text{conv}}$  der scheinbaren Masse zur Folge hat. Der Lastaufnehmer der Waage trägt ebenfalls zur Änderung bei; die Art und Weise, in der dies geschieht, ist jedoch bislang nicht vollständig untersucht worden ist.

Experimente haben Hinweise darauf ergeben, dass die absoluten Werte der Änderung für  $\Delta T < 0$  generell kleiner sind als für  $\Delta T > 0$ . Es ist daher sinnvoll, die Masseänderungen für die absoluten Werte von  $\Delta T$  zu berechnen, unter Verwendung der Parameter für  $\Delta T > 0$ .

Tabelle F2.1 zeigt Werte von  $\Delta m_{\text{conv}}$  für Normalgewichte, für die in den Tabellen F1.2 und F1.3 aufgeführten Temperaturunterschiede  $\Delta T$ . Diese Werte basieren auf Experimenten, die auf einem Massekomparator durchgeführt wurden, der über einen Drehtisch zum automatischen Wechseln der Gewichte in einem Glasgehäuse verfügt. Da die bei der Kalibrierung „normaler“ Waagen vorherrschenden Bedingungen andere sind, sollten die Werte in den Tabellen als Schätzwerte der Effekte angesehen werden, die bei einer tatsächlichen Kalibrierung zu erwarten sind.

Verweisstellen in [7]: Formel (34) und die Parameter für den Fall 3d in Tabelle 4

**Tabelle F2.1 Änderung  $\Delta m_{\text{conv}}$  der scheinbaren Masse**

Änderung $\Delta m_{\text{conv}}$ in mg der Normalgewichte, für ausgewählte Temperaturunterschiede $\Delta T$								
$m$ in kg	$\Delta T$ in K							
	20	15	10	7	5	3	2	1
50	113,23	87,06	60,23	43,65	32,27	20,47	14,30	7,79
20	49,23	38,00	26,43	19,25	14,30	9,14	6,42	3,53
10	26,43	20,47	14,30	10,45	7,79	5,01	3,53	1,96
5	14,30	11,10	7,79	5,72	4,28	2,76	1,96	1,09
2	6,42	5,01	3,53	2,61	1,96	1,27	0,91	0,51
1	3,53	2,76	1,96	1,45	1,09	0,72	0,51	0,29
0,5	1,96	1,54	1,09	0,81	0,61	0,40	0,29	0,17
0,2	0,91	0,72	0,51	0,38	0,29	0,19	0,14	0,08
0,1	0,51	0,40	0,29	0,22	0,17	0,11	0,08	0,05
0,05	0,29	0,23	0,17	0,12	0,09	0,06	0,05	0,03
0,02	0,14	0,11	0,08	0,06	0,05	0,03	0,02	0,01
0,01	0,08	0,06	0,05	0,03	0,03	0,02	0,01	0,01

Die Werte dieser Tabelle können mit der Messunsicherheit der Kalibrierung verglichen werden, oder aber mit der festgelegten Toleranz der Normalgewichte, die zur Kalibrierung benutzt werden; dadurch lässt sich beurteilen, ob ein realer  $\Delta T$ -Wert zu einer signifikanten Veränderung der scheinbaren Masse führen kann.

Tabelle F2.2 führt als Beispiel die Temperaturunterschiede an, die aller Wahrscheinlichkeit nach bei Gewichten auftreten, die der R 111 entsprechen, wobei die  $\Delta m_{\text{conv}}$ -Werte gewisse Grenzen nicht überschreiten. Der Vergleich basiert auf Tabelle F2.1.

Bei den berücksichtigten Grenzen handelt es sich um die maximal zulässigen Abweichungen (*mpe*) bzw. um 1/3 dieser Abweichungen.

Unter Berücksichtigung dieser Grenzen scheint der Konvektionseffekt nur für Gewichte der Klasse F<sub>1</sub> (OIML R 111) oder einer höheren Klasse relevant zu sein.

**Tabelle F2.2 Temperaturgrenzen für festgelegte  $\Delta m_{\text{conv}}$ -Werte**

$\Delta T_A$  = Temperaturunterschied für  $\Delta m_{\text{conv}} \leq mpe$

$\Delta T_B$  = Temperaturunterschied für  $\Delta m_{\text{conv}} \leq mpe/3$

Unterschiede $\Delta T_A$ für $\Delta m_{\text{conv}} \leq mpe$ und $\Delta T_B$ für $\Delta m_{\text{conv}} \leq mpe/3$						
$m_N$ in kg	Klasse E <sub>2</sub>			Klasse F <sub>1</sub>		
	<i>mpe</i> in mg	$\Delta T_A$ in K	$\Delta T_B$ in K	<i>mpe</i> in mg	$\Delta T_A$ in K	$\Delta T_B$ in K
50	75	12	4	250	> 20	12
20	30	11	3	100	> 20	11
10	15	10	3	50	> 20	10
5	7,5	10	3	25	> 20	10
2	3	9	1	10	> 20	9
1	1,5	7	1	5	> 20	7
0,5	0,75	6	1	2,5	> 20	6
0,2	0,30	5	1	1,0	> 20	5
0,1	0,15	4	1	0,50	> 20	4
0,05	0,10	6	1	0,30	> 20	6
0,02	0,08	10	2	0,25	> 20	10
0,01	0,06	15	3	0,20	> 20	15

**Anhang G: Mindesteinwaage**

Die Mindesteinwaage ist die kleinste für eine Wägung erforderliche Probemenge, um eine bestimmte relative Wägenauigkeit zu erreichen [13].

Beim Wiegen einer Menge, die eine Mindesteinwaage  $R_{\text{min}}$  darstellt, ist die relative Messunsicherheit des Messergebnisses daher gleich der geforderten relativen Wägenauigkeit *Req*, so dass

$$\frac{U(R_{\text{min}})}{R_{\text{min}}} = Req \tag{G-1}$$

Dies führt zu der folgenden Beziehung, welche die Mindesteinwaage beschreibt

$$R_{\min} = \frac{U(R_{\min})}{Req} \quad (G-2)$$

Es ist gängige Praxis, dass die spezifischen Vorgaben für die Leistung einer Waage (Benutzeranforderungen) von den Nutzern festgelegt werden. Dabei werden in der Regel die für eine gewisse Wägeapplikation zulässigen Obergrenzen für die Messunsicherheitswerte festgelegt. Umgangssprachlich sprechen die Nutzer von der Genauigkeit eines Wägeprozesses bzw. den Anforderungen an die Wägetoleranz. Sehr häufig müssen die Nutzer auch Regeln befolgen, die die Einhaltung einer spezifischen Messunsicherheit vorsehen. Normalerweise werden diese Anforderungen in Form eines relativen Wertes angegeben, z.B. Einhaltung einer Messunsicherheit von 0,1 %.

Bei Waagen wird die globale Unsicherheit in der Regel dazu verwendet, um zu beurteilen, ob die Waage die spezifischen Nutzeranforderungen erfüllt.

Die globale Messunsicherheit wird normalerweise durch die lineare Gleichung (7.5.2-3e) angenähert

$$U_{gl}(W) \approx U(W=0) + \left\{ \frac{U(W=Max) - U(W=0)}{Max} \right\} R + |a_1| R = \alpha_{gl} + \beta_{gl} \cdot R \quad (G-3)$$

Somit ist die relative globale Unsicherheit eine hyperbolische Funktion und wird wie folgt bestimmt

$$U_{gl,rel}(W) = \frac{U_{gl}(W)}{R} = \frac{\alpha_{gl}}{R} + \beta_{gl} \quad (G-4)$$

Für bestimmte Genauigkeitsanforderungen ( $Req$ ) erfüllen nur Wägungen, bei denen

$$U_{gl,rel}(W) \leq Req, \quad (G-5)$$

die jeweilige Nutzeranforderung. Folglich weisen lediglich Wägungen mit einer Ablesung von

$$R \geq \frac{\alpha_{gl}}{Req - \beta_{gl}} \quad (G-6)$$

eine relative Messunsicherheit auf, die kleiner ist als die spezifische, vom Anwender gestellte Forderung, und sind somit akzeptabel. Der Grenzwert, d.h. das kleinste Wägergebnis, das die Nutzeranforderungen erfüllt, beträgt

$$R_{\min} = \frac{\alpha_{gl}}{Req - \beta_{gl}} \quad (G-7)$$

und wird als „Mindesteinwaage“ bezeichnet. Auf Grundlage dieses Wertes ist der Nutzer in der Lage, geeignete Standardarbeitsanweisungen festzulegen, die sicherstellen, dass die von ihm auf der Waage ausgeführten Wägungen die Mindesteinwaageanforderung erfüllen, d.h. er wiegt lediglich Mengen, die eine höhere Masse besitzen als die Mindesteinwaage.

Da eine Abschätzung der Messunsicherheit während des Gebrauches aufgrund von

Umweltfaktoren (z.B. starke Vibrationen, Zugluft, durch den Nutzer verursachte Einflüsse, etc.) oder aufgrund besonderer Einflüsse der Wägearbeit (wie beispielsweise elektrostatisch aufgeladene Proben, Magnetrührer, usw.) schwierig sein könnte, wird üblicherweise ein Sicherheitsfaktor verwendet.

Beim Sicherheitsfaktor  $SF$  handelt es sich um eine Zahl, die größer als eins ist und durch die die Nutzeranforderung  $Req$  geteilt wird. Das soll sicherstellen, dass die relative globale Messunsicherheit kleiner als oder gleich der Nutzeranforderung  $Req$  ist, geteilt durch den Sicherheitsfaktor. Dadurch wird gewährleistet, dass die Nutzeranforderung  $Req$  trotz Umwelteinflüssen oder Auswirkungen der spezifischen Wägearbeit, die einen wichtigen Einfluss auf die Messung haben und dadurch die Messunsicherheit einer Wägung über das durch die globale Messunsicherheit geschätzte Level hinaus erhöhen können, mit einem hohen Maß an Sicherheit erfüllt wird.

$$U_{g,rel}(W) \leq Req / SF \quad (G-8)$$

Somit kann die auf dem Sicherheitsfaktor basierende Mindesteinwaage wie folgt berechnet werden

$$R_{min,SF} = \frac{\alpha_{gl} \cdot SF}{Req - \beta_{gl} \cdot SF} \quad (G-9)$$

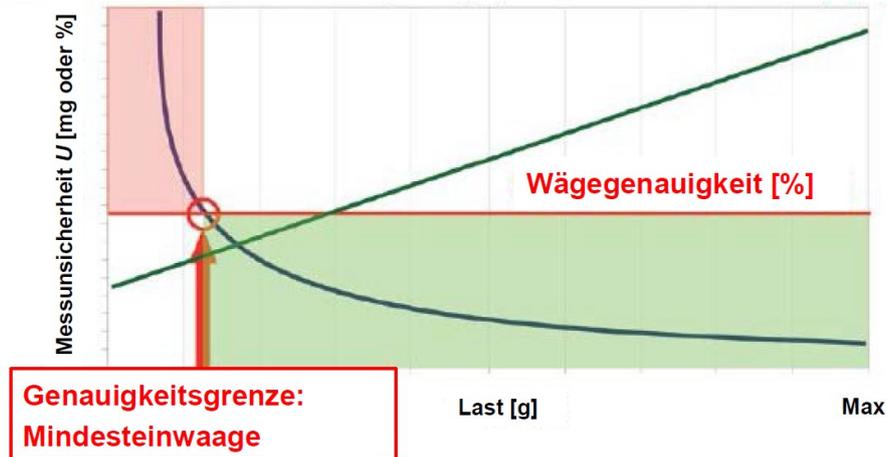
Der Benutzer ist für die Festlegung des Sicherheitsfaktors verantwortlich, wobei dieser davon abhängig ist, inwieweit Umgebungseinflüsse und die spezifische Wägearbeit die Messunsicherheit beeinflussen können.

Es ist zu beachten, dass sich die Mindesteinwaage auf das Netto(proben)gewicht bezieht, das auf der Waage gewogen wird, das heißt, um die Nutzerbedingungen  $Req$  zu erfüllen, darf die Masse des Tara-Gefäßes nicht berücksichtigt werden. Daher wird die Mindesteinwaage oft als „Mindestprobeneinwaage“ bezeichnet.

**Abbildung G.1: Messunsicherheit**

**Relative Messunsicherheit [%]**  
 (=Absolute Messunsicherheit / Last)

**Absolute  
 Messunsicherheit [mg]**



Absolute (grüne Linie) und relative (blaue Linie) Messunsicherheit einer Waage. Die Genauigkeitsgrenze der Waage, die so genannte Mindesteinwaage, ist der Schnittpunkt zwischen relativer Messunsicherheit und der erforderlichen Messgenauigkeit.

	Richtlinie zur Kalibrierung nichtselbsttätiger Waagen <a href="https://doi.org/10.7795/550.20180928">https://doi.org/10.7795/550.20180928</a>	DKD-R 7-2	
		Ausgabe:	01/2018
		Revision:	0
		Seite:	76 / 135

## Anhang H: Beispiele

Die in diesem Anhang aufgeführten Beispiele zeigen in unterschiedlicher Weise, wie die in dieser Richtlinie enthaltenen Regeln richtig angewendet werden können. Sie sollen jedoch nicht der Aufzeigung von Präferenzen dienen, d.h. die in den Beispielen gezeigten Verfahrensweisen haben keinen Vorrang vor Verfahrensweisen, für die keine Beispiele genannt werden.

Sollte das von einem Kalibrierlaboratorium gewählte Verfahren in vollem Einklang zu einem der Beispiele stehen, so kann dies im Qualitätsmanagementhandbuch des Labors oder auch in allen von ihm ausgestellten Bescheinigungen vermerkt werden.

Die Beispiele H1, H2 und H3 zeigen Standardmethoden zur Bestimmung von Abweichungen der Anzeige und Unsicherheiten bei der Kalibrierung. Beispiel H4 zeigt einen anspruchsvolleren Ansatz.

Anmerkung 1: Der Kalibrierschein sollte alle in Abschnitt Hn.1 gezeigten Informationen enthalten, sofern diese bekannt sind und, soweit anwendbar, zumindest das, was in Fettdruck in Hn.2 und Hn.3 steht (Hn = H1, H2, ...).

Anmerkung 2: Zum Zwecke der Veranschaulichung werden die Werte in den Beispielen mit mehr Stellen angegeben als dies unter Umständen im Kalibrierschein der Fall ist.

Anmerkung 3: Bei Rechteckverteilungen wird von unendlichen Freiheitsgraden ausgegangen.

### H1 Waage mit einer Höchstlast von 220 g und einem Teilungswert von 0,1 mg

#### **Vorbemerkung:**

Es wird die Kalibrierung einer Laborwaage demonstriert. Dieses Beispiel zeigt das komplette Standardverfahren zur Darstellung der Messergebnisse und der zugehörigen Messunsicherheiten, so wie es von den meisten Laboratorien gehandhabt wird. Als Option 2 wird darüber hinaus eine alternative Methode zur Berücksichtigung der Luftauftriebs- und Konvektionseffekte vorgestellt (in kursiver Schrift).

	Richtlinie zur Kalibrierung nichtselbsttätiger Waagen <a href="https://doi.org/10.7795/550.20180928">https://doi.org/10.7795/550.20180928</a>	DKD-R 7-2	
		Ausgabe:	01/2018
		Revision:	0
		Seite:	77 / 135

## Erster Fall: Die Einstellung der Empfindlichkeit erfolgt unabhängig von der Kalibrierung

### H1.1/A Bedingungen der Kalibrierung

<b>Gerät:</b>	<b>Elektronische Waage, Beschreibung und Kennzeichnung</b>
<b>Maximaler Wägebereich Max/ Teilungswert <math>d</math></b>	<b>220 g / 0,1 mg</b>
Temperaturkoeffizient	$K_T = 1,5 \times 10^{-6}/K$ (Handbuch des Herstellers); nur für die Berechnung der Messunsicherheit eines Wägeergebnisses erforderlich
Eingebaute Justiervorrichtung	Arbeitet automatisch nach Einschalten der Waage und bei $\Delta T \geq 3$ K. Nur für die Berechnung der Messunsicherheit eines Wägeergebnisses erforderlich. Status: aktiviert
<b>Justierung mittels Kalibrator</b>	<b>Nicht unmittelbar vor Kalibrierung eingestellt.</b>
<b>Temperatur während der Kalibrierung</b>	<b>21 °C zu Beginn der Kalibrierung gemessen</b>
<i>Luftdruck und relative Luftfeuchte (optional)</i>	<i>990 hPa, 50 %</i>
Raumbedingungen	Maximale Temperaturabweichung 5 K (Laborraum ohne Fenster). Falls sie zur Berechnung der Auftriebsunsicherheit gemäß Formel 7.1.2-5e verwendet wird, muss dies im Kalibrierschein angegeben werden. Sie ist für die Messunsicherheit eines Wägeergebnisses nicht relevant, wenn die integrierte Einstellvorrichtung aktiviert ist ( $\Delta T \geq 3$ K). In diesem Fall beträgt die maximale Temperaturänderung für die Abschätzung der Messunsicherheit eines Wägeergebnisses 3 K.
<b>Lasten/ Akklimationierung</b>	<b>Normalgewichte, Klasse E<sub>2</sub></b> , an Raumtemperatur angepasst ( <i>bei Option 2 wird eine Temperaturdifferenz von 2 K gegenüber der Raumtemperatur berücksichtigt</i> ).

### H1.2/A Messungen und Ergebnisse

<b>Wiederholbarkeit</b>	<b>Last 100 g (5-mal aufgebracht)</b>
Anforderungen gemäß Kapitel 5.1	100,000 6 g
Anzeige wird, wenn nötig, im unbelasteten Zustand auf Null zurückgesetzt; Anzeigen werden erfasst.	100,000 3 g
	100,000 5 g
	100,000 4 g
	100,000 5 g
<b>Standardabweichung</b>	<b>s = 0,00011 g</b>

Außermittige Belastung	Position der Last	Last 100 g
Anforderungen gemäß Kapitel 5.3 Anzeige wird vor Messbeginn auf Null gesetzt; Last wird zunächst in der Mitte aufgebracht und dann auf die anderen Positionen bewegt.	Mitte	100,000 6 g
	Vorne links	100,000 4 g
	Hinten links	100,000 5 g
	Hinten rechts	100,000 7 g
	Vorne rechts	100,000 5 g
<b>Maximale Abweichung</b>	$ \Delta_{\text{eccz}} _{\text{max}}$	<b>0,000 2 g</b>

### Abweichungen der Anzeige der Anzeige:

Allgemeine Voraussetzungen: Die in Kapitel 5.2 angegebenen Anforderungen; Gewichte sind relativ gleichmäßig über den Wägebereich verteilt. Jede Last wird einmal aufgebracht; diskontinuierliche, Belastung, nur aufwärts; falls erforderlich, wird die Anzeige bei Betrieb ohne Last auf Null zurückgesetzt.

Option 1: Die Luftdichte ist während der Justierung und während der Kalibrierung nicht bekannt (d.h. bei der Abweichung der Ablesungen wird keine Auftriebskorrektur vorgenommen)

Last $m_{\text{ref}}$	Anzeige $I$	Abweichung $E$
0,0000 g	0,000 0g	0,000 0 g
50,0000 g	50,000 4 g	0,000 4 g
99,9999 g	100,000 6 g	0,000 7 g
149,9999 g	150,000 9 g	0,001 0 g
220,0001 g	220,001 4 g	0,001 3 g

Option 2: Die Luftdichte  $\rho_{\text{as}}$  ist während der Justierung nicht bekannt und die Luftdichte  $\rho_{\text{acal}}$  während der Kalibrierung wird gemäß der vereinfachten CIPM-Formel berechnet (A1.1-1)

Zur Berechnung verwendete Messwerte:

Luftdruck  $p$ : 990 hPa

Relative Luftfeuchte RH: 50 %

Temperatur  $t$ : 21 °C

Luftdichte  $\rho_{\text{acal}}$ : 1,173 kg/m<sup>3</sup>

Berechnete Auftriebskorrektur  $\delta m_B$  gemäß Formel (4.2.4-4).

Für die Berechnung verwendeter Zahlenwert:

Dichte des Referenzgewichts  $\rho_{\text{cal}}$ : (7950 ± 70) kg/m<sup>3</sup>

Auftriebskorrektur  $\delta m_B$ : 2,138 x 10<sup>-8</sup>  $m_{\text{ref}}$

Die berechnete Auftriebskorrektur  $\delta m_B$  des Referenzgewichts  $m_{\text{ref}}$  der Last  $L$  gemäß Formel (4.2.4-4) ist vernachlässigbar, da die relative Auflösung der Waage in der Größenordnung von 10<sup>-6</sup> liegt und somit wesentlich größer ist als die Auftriebskorrektur. Es gilt obige Tabelle.

	Richtlinie zur Kalibrierung nichtselbsttätiger Waagen <a href="https://doi.org/10.7795/550.20180928">https://doi.org/10.7795/550.20180928</a>	DKD-R 7-2	
		Ausgabe:	01/2018
		Revision:	0
		Seite:	79 / 135

### H1.3/A Abweichungen der Anzeige und zugehörige Messunsicherheiten (Budget zugehöriger Messunsicherheiten)

Bedingungen, die beiden Optionen gemein sind:

- Die Messunsicherheit für die Nullstellung resultiert lediglich aus der Digitalisierung  $d_0$  und der Wiederholbarkeit  $s$ .
- Die außermittige Belastung wird bei der Kalibrierung gemäß (7.1.1-10) berücksichtigt.
- Der konventionelle Wert der Prüfgewichte (Klasse E<sub>2</sub>) wird bei den Kalibrierergebnissen berücksichtigt. Daher wird  $U(\delta m_c) = U/k$  gemäß Formel (7.1.2-2) berechnet.
- Die Drift der Gewichte wurde statistisch überwacht und für den Faktor  $k_D$  aus Formel (7.1.2-11) wurde der Wert 1,25 gewählt.
- Die Freiheitsgrade zur Berechnung des Erweiterungsfaktors  $k$  werden gemäß Anhang B3 und Tabelle G.2 in [1] hergeleitet. Im Beispiel ist der Einfluss der Messunsicherheit der aus 5 Messungen bestehenden Wiederholbarkeitsmessungen von Bedeutung.
- Die Angabe zur relativen Messunsicherheit ( $U(E)_{\text{rel}} = u(E)/L$ ) ist nicht obligatorisch, dient aber zur Darstellung der Merkmale der Messunsicherheiten.

Messunsicherheitsbudget für Option 1 (für die Abweichung der Ablesungen wird keine Auftriebskorrektur vorgenommen)

Zusätzliche Bedingung:

Die Waage wird nicht unmittelbar vor Kalibrierung justiert. Das Verfahren gemäß Option 1 wird angewendet, ohne Angaben zur Luftdichte. Für die durch den Luftauftrieb verursachte Messunsicherheit wird daher die Formel (7.1.2-5d) verwendet. Als Alternative wurde in der Tabelle die Formel (7.1.2-5e) verwendet, und somit eine Temperaturänderung von 5 K während des Gebrauchs vermutet.

Größe oder Einfluss	Last, Anzeige und Abweichung in g Messunsicherheiten in g					Formel
	0,000 0	50,000 0	99,999 9	149,999 9	220,000 1	
Last $m_{ref}$ / g	0,000 0	50,000 0	99,999 9	149,999 9	220,000 1	
Anzeige $I$ / g	0,000 0	50,000 4	100,000 6	150,000 9	220,001 4	
Abweichung der Anzeige $E$ / g	0,000 0	0,000 4	0,000 7	0,001 0	0,001 3	7.1-1
Wiederholbarkeit $u(\delta I_{rep})$ / g	0,000 114					7.1.1-5
Auflösung $u(\delta I_{dig0})$ / g	0,000 029					7.1.1-2a
Auflösung $u(\delta I_{digL})$ / g	0,000 000	0,000 029				7.1.1-3a
Außermittige Belastung $u(\delta I_{ecc})$ / g	0,000 000	0,000 029	0,000 058	0,000 087	0,000 127	7.1.1-10
Messunsicherheit der Anzeige $u(I)$ / g	0,000 118	0,000 124	0,000 134	0,000 149	0,000 175	7.1.1-12
Lasten $m_c$ / g	0,000 0	50,000 0	99,999 9	99,999 9 50,000 0	200,000 1 20,000 0	
Konventionelle Masse $u(\delta m_c)$ / g	0,000 000	0,000 015	0,000 025	0,000 040	0,000 062	7.1.2-2
Drift $u(\delta m_D)$ / g	0,000 000	0,000 022	0,000 036	0,000 058	0,000 089	7.1.2-11
Auftrieb $u(\delta m_B)$ / g	0,000 000	0,000 447	0,000 889	0,001 330	0,001 960	7.1.2-5d / Tabelle E2.1
Konvektion $u(\delta m_{conv})$ / g	In diesem Fall nicht relevant (Gewichte wurden akklimatisiert).					7.1.2-13
Messunsicherheit der Referenzgewicht $u(m_{ref})$ / g	0,000 000	0,000 448	0,000 890	0,001 332	0,001 963	7.1.2-14
Standardmessunsicherheit der Abweichung $u(E)$ / g	0,000 118	0,000 465	0,000 900	0,001 340	0,001 971	7.1.3-1a
$\nu_{eff}$ (Freiheitsgrade)	4	1104	15538	76345	357098	B3-1
<b>k (95,45 %)</b>	<b>2,87</b>	<b>2,00</b>	<b>2,00</b>	<b>2,00</b>	<b>2,00</b>	[1]
<b><math>U(E) = ku(E)</math> / g</b>	<b>0,000 34</b>	<b>0,000 93</b>	<b>0,001 80</b>	<b>0,002 68</b>	<b>0,003 94</b>	7.3-1
$U_{rel}(E)$ / %	----	0,001 86	0,001 80	0,001 79	0,001 79	
<i>Alternative: Auftriebsbedingte Messunsicherheit mit Formel (7.1.2-5e) anstatt (7.1.2-5d), d.h. Substitution des „Worst-Case-Ansatzes“ durch einen Wert, der aus den geschätzten Raumtemperaturänderungen von 5 K während des Gebrauchs hergeleitet wurde.</i>						
Auftrieb $u(\delta m_B)$ / g	0,000 000	0,000 103	0,000 201	0,000 304	0,000 446	7.1.2-5e
Messunsicherheit der Referenzgewicht $u(m_{ref})$ / g	0,000 000	0,000 107	0,000 205	0,000 312	0,000 459	7.1.2-14
Standardmessunsicherheit der Abweichung $u(E)$ / g	0,000 118	0,000 164	0,000 245	0,000 346	0,000 491	7.1.3-1a
$\nu_{eff}$ (Freiheitsgrade)	4	17	85	338	1377	B3-1
<b>k (95,45 %)</b>	<b>2,87</b>	<b>2,16</b>	<b>2,03</b>	<b>2,01</b>	<b>2,00</b>	[1]
<b><math>U(E) = ku(E)</math> / g</b>	<b>0,000 34</b>	<b>0,000 35</b>	<b>0,000 50</b>	<b>0,000 69</b>	<b>0,000 98</b>	7.3-1
$U_{rel}(E)$ / %	----	0,000 70	0,000 50	0,000 46	0,000 45	

An diesem Beispiel sieht man, dass sich die Messunsicherheit des Referenzgewichts deutlich reduziert, wenn man für den Auftrieb einen Messunsicherheitsbeitrag berücksichtigt, der auf den geschätzten Raumtemperaturänderungen während des Gebrauchs basiert, und nicht etwa durch Verwenden des konservativsten Ansatzes gemäß (7.1.2-5d).

Es wäre zulässig, im Kalibrierschein lediglich den größten Wert der erweiterten Messunsicherheit für alle angezeigten Abweichungen der Anzeige anzugeben:  $u(E) = 0,003\ 94\ \text{g}$  (oder alternativ  $0,000\ 98\ \text{g}$ ), ausgehend davon, dass  $k = 2,00$  und versehen mit dem Hinweis, dass die Überdeckungswahrscheinlichkeit mindestens 95 % beträgt.

Der Kalibrierschein muss den Nutzer darauf hinweisen, dass die im Kalibrierschein angegebene erweiterte Messunsicherheit nur dann anwendbar ist, wenn die Abweichung ( $E$ ) berücksichtigt wird.

Messunsicherheitsbudget für Option 2 (für die Werte der Abweichung der Anzeige wird eine Auftriebskorrektur vorgenommen)

*Zusätzliche Bedingung:*

*Die Waage wird nicht unmittelbar vor Kalibrierung justiert. Das Verfahren gemäß Option 2 wird angewendet, wobei die Bestimmung der Luftdichte und Auftriebskorrektur berücksichtigt wird. Für die durch den Luftauftrieb bedingte Messunsicherheit wird daher Formel (7.1.2-5a) verwendet.*

*Wie Option 2 oben gezeigt hat, ist die Auftriebskorrektur  $\delta m_B$  vernachlässigbar, da sie kleiner ist als die relative Auflösung der Waage; nichtsdestotrotz wird das Ergebnis der Berechnungen in der Tabelle unten angegeben. Nun wird die Unsicherheit  $u(\delta m_B)$  der Auftriebskorrektur unter Verwendung der Formel (7.1.2-5a) berechnet. Man beachte, dass die während der (unabhängig von der Kalibrierung vorgenommenen) Justierung herrschende Luftdichte nicht bekannt ist, so dass die zur Messunsicherheit beitragenden zeitlichen Luftdichteschwankungen geschätzt werden. Folglich wird die Messunsicherheit der Luftdichte hergeleitet, und zwar basierend auf Annahmen hinsichtlich der Druck-, Temperatur- und Feuchteänderungen, die am Aufstellort der Waage auftreten können.*

*Anhang A3 enthält Hinweise zur Abschätzung der Messunsicherheit der Luftdichte. Anstelle der allgemeinen Gleichung (A3-1) wird in dem Beispiel die auf (A3-2) basierende Näherung der Messunsicherheit verwendet, d.h. der einzig freie Parameter ist die Temperatur.*

*Bei einer Temperaturänderung von 5 K führt die Berechnung mit der Näherungsformel (A3-2) zu einer relativen Messunsicherheit von  $u(\rho_a)/\rho_a = 1,18 \times 10^{-2}$ , was bei einer Luftdichte von  $\rho_a = 1,173\ \text{kg/m}^3$  während der Kalibrierung zu einer Messunsicherheit von  $u(\rho_a) = 0,014\ \text{kg/m}^3$  führt. Dasselbe Ergebnis kann erzielt werden, wenn man die exakte Formel (A3-1) für die Luftdichte verwendet.*

*Zur Berechnung der relativen Messunsicherheit der Auftriebskorrektur werden die folgenden Zahlenwerte benutzt, unter Verwendung der Formel (7.1.2-5a):*

$$\begin{aligned} \text{Luftdichte } \rho_{a\text{Cal}}: & \quad (1,173 \pm 0,014)\ \text{kg/m}^3 \\ \text{Dichte der Referenzgewicht } \rho_{\text{Cal}}: & \quad (7950 \pm 70)\ \text{kg/m}^3 \end{aligned}$$

*Die Formel (7.1.2-5a) führt zu der relativen Messunsicherheit der Auftriebskorrektur von  $u_{\text{rel}}(\delta m_B) = 3,203 \times 10^{-8}$ .*

*Verglichen mit den anderen Messunsicherheitsbeiträgen des Referenzgewichts ist die*

relative Messunsicherheit der Auftriebskorrektur vernachlässigbar, das Ergebnis der Berechnung wird aber nichtsdestotrotz in der Tabelle unten angegeben.

Dieses Beispiel hat gezeigt, dass sowohl die berechnete Korrektur der Abweichung  $\delta m_B$  als auch die berechnete relative Messunsicherheit  $u(\delta m_B)$  der Auftriebskorrektur vernachlässigbar sind. Dies führt zu einem aktualisierten Messunsicherheitsbudget.

Es wird die Messunsicherheit  $u(\delta m_{conv})$  der Konvektionseffekte aufgrund nicht akklimatisierter Gewichte für eine Temperaturdifferenz von 2 K gezeigt. Die restlichen Messunsicherheitsbeiträge sind dieselben wie in der obigen Tabelle und werden in der Tabelle unten nicht wiederholt.

Größe oder Einfluss	Last, Anzeige und Abweichung in g					Formel
	Messunsicherheiten in g					
<b>Last <math>m_{ref}</math> / g</b>	<b>0,000 0</b>	<b>50,000 0</b>	<b>99,999 9</b>	<b>149,999 9</b>	<b>220,000 1</b>	
Korrektur $\delta m_B$ / g	0,000 0	0,000 001	0,000 002	0,000 003	0,000 005	4.2.4.3
<b>Anzeige I / g</b>	<b>0,000 0</b>	<b>50,000 4</b>	<b>100,000 6</b>	<b>150,000 9</b>	<b>220,001 4</b>	
<b>Abweichung der Anzeige E / g</b>	<b>0,000 0</b>	<b>0,000 4</b>	<b>0,000 7</b>	<b>0,001 0</b>	<b>0,001 3</b>	7.1-1
Auftrieb $u(\delta m_B)$ / g	0,000 0	0,00000 2	0,000 003	0,000 005	0,000 007	7.1.2-5a
Konvektion $u(\delta m_{conv})$ / g	0,000 0	0,000 029	0,000 046	0,000 075	0,000 092	7.1.2-13 / Tabelle F2.1
Messunsicherheit der Referenzgewicht $u(m_{ref})/g$	0,000 0	0,000 039	0,000 064	0,000 103	0,000 143	7.1.2-14
Standardmessunsicherheit der Abweichung $u(E)$ / g	0,000 118	0,000 130	0,000 149	0,000 181	0,000 226	7.1.3-1a
$\nu_{eff}$ (Freiheitsgrade)	4	6	11	25	62	B3-1
<b>k (95,45 %)</b>	<b>2,87</b>	<b>2,52</b>	<b>2,25</b>	<b>2,11</b>	<b>2,05</b>	[1]
<b><math>U(E) = ku(E)</math> / g</b>	<b>0,000 34</b>	<b>0,000 33</b>	<b>0,000 33</b>	<b>0,000 38</b>	<b>0,000 46</b>	7.3-1
$U_{rel}(E)$ / %	-----	0,000 66	0,000 33	0,000 25	0,000 21	

Dieses Beispiel zeigt, dass bei Wahl des konservativsten Ansatzes gemäß Formel (7.1.2-5d) der Beitrag des Auftriebs zur Standardmessunsicherheit signifikant ist.

Sofern Angaben zu den geschätzten, während des Gebrauchs auftretenden Änderungen der Raumtemperatur vorliegen und die Messunsicherheit des Luftauftriebs gemäß Formel (7.1.2-5e) berechnet wird, ist die Messunsicherheitsdifferenz der Abweichung weniger bedeutsam.

#### H1.4/A Messunsicherheit eines Wäageergebnisses (für Option 1)

Wie in Abschnitt 7.4. dargelegt, können die folgenden Angaben vom Kalibrierlaboratorium oder Waagennutzer erstellt werden. Abgesehen von der angenäherten Abweichung der Anzeige und der Messunsicherheit der angenäherten Abweichung, die Teil des Kalibrierscheins sein können, dürfen die Ergebnisse nicht Bestandteil des Kalibrierscheins sein. Die Angaben zur Messunsicherheit eines Wäageergebnisses werden normalerweise als Anhang zum Kalibrierschein oder aber anderweitig präsentiert, sofern die Inhalte klar von den Kalibrierergebnissen getrennt sind.

	Richtlinie zur Kalibrierung nichtselbsttätiger Waagen <a href="https://doi.org/10.7795/550.20180928">https://doi.org/10.7795/550.20180928</a>	DKD-R 7-2	
		Ausgabe:	01/2018
		Revision:	0
		Seite:	83 / 135

Zu den angenommenen oder vom Nutzer spezifizierten normalen Anwendungsbedingungen der Waage zählen:

- Eine eingebaute Justiervorrichtung ist vorhanden und aktiviert ( $\Delta T \geq 3 \text{ K}$ ).  
Änderungen der Raumtemperatur:  $\Delta T = 5 \text{ K}$ .
- Die Tara-Ausgleichsfunktion wird betätigt.
- Die Lasten sind nicht immer genau mittig positioniert.

Die Messunsicherheit eines Wäageergebnisses wird unter Verwendung einer linearen Näherung der Abweichung der Anzeige gemäß (C2.2-16) hergeleitet.

Die Messunsicherheit eines Wäageergebnisses wird nur für Option 1 (keine Auftriebskorrektur für die Abweichung der Ablesungen) dargestellt. Die angenäherte Abweichung der Anzeige gemäß (C2.2-16) und die Messunsicherheit der angenäherten Abweichung der Anzeige gemäß (C2.2-16d) unterscheiden sich zwischen den beiden Optionen nur unwesentlich, da sich die Unterschiede der zugrunde liegenden Gewichtungsfaktoren  $p_j = 1/u^2(E_j)$  lediglich im Bereich weniger ppm ( $10^{-6}$ ) bewegen und die Abweichungen der Anzeige bei beiden Optionen gleich sind (Auftriebskorrektur kleiner als die Auflösung des Instruments).

Um den Unterschied zur Anzeige  $I$  der Waage während der Kalibrierung zu verdeutlichen, werden die Bezeichnungen  $R$  und  $W$  eingeführt.

- $R$ : nach der Kalibrierung erzielte Ablesung beim Wiegen einer Last auf der kalibrierten Waage
- $W$ : Wäageergebnis

Hinweis: In der folgenden Tabelle werden die Ablesung  $R$  sowie alle Ergebnisse in g angegeben.

Größe oder Einfluss	Ableseung, Wäageergebnis und Abweichung in g Messunsicherheiten in g oder als relativer Wert	Formel
Abweichung der Anzeige $E_{\text{appr}}(R)$ für Brutto- oder Nettomesswerte: Näherung mittels einer geraden Linie durch Null	$E_{\text{appr}}(R) = 6,709 \times 10^{-6} R$	C2.2-16
<b>Messunsicherheit der angenäherten Abweichung der Anzeige</b>		
Standardmessunsicherheit der Abweichung $u(E_{\text{appr}})$	$u^2(E_{\text{appr}}) = 4,501 \times 10^{-11} u^2(R) + 1,543 \times 10^{-12} R^2$ <sup>10</sup>	C2.2-16d
Standardmessunsicherheit der Abweichung unter Vernachlässigung des Offsets	$u(E_{\text{appr}}) = 1,242 \times 10^{-6} R$	
<b>Messunsicherheiten durch Umwelteinflüsse</b>		
Temperaturdrift der Empfindlichkeit	$u_{\text{rel}}(\delta R_{\text{temp}}) = 1,299 \times 10^{-6}$	7.4.3-1
Auftrieb	$u_{\text{rel}}(\delta R_{\text{buoy}}) = 1,636 \times 10^{-6}$	7.4.3-4
Änderung der Eigenschaften aufgrund von Drift	In diesem Fall nicht relevant (eingebaute Justierung aktiviert und Drift zwischen den Kalibrierungen vernachlässigbar).	7.4.3-5
<b>Betriebsbedingte Messunsicherheiten</b>		
Tara-Ausgleichsfunktion	$u_{\text{rel}}(\delta R_{\text{Tare}}) = 1,072 \times 10^{-6}$	7.4.4 7.4.4-5
Kriechen, Umkehrspanne (Belastungszeit)	In diesem Fall nicht relevant (kurze Belastungszeit).	7.4.4-9a/b
Außermittige Belastung	$u_{\text{rel}}(\delta R_{\text{ecc}}) = 1,155 \times 10^{-6}$	7.4.4-10
<b>Messunsicherheit eines Wäageergebnisses</b>		
Standardmessunsicherheit, an den Ableseungen $u(E_{\text{appr}})$ vorzunehmende Korrekturen	$u(W) = \sqrt{(1,467 \times 10^{-8} g^2 + 8,390 \times 10^{-12} R^2)}$	7.4.5-1a 7.4.5-1b
Standardmessunsicherheit, an den Ableseungen $u(E_{\text{appr}})$ vorzunehmende Korrekturen	$U(W) = 2\sqrt{(1,467 \times 10^{-8} g^2 + 8,390 \times 10^{-12} R^2)}$	7.5.-2b
zu einer Gleichung erster Ordnung vereinfacht	$U(W) \approx 2,422 \times 10^{-4} g + 4,796 \times 10^{-6} R$	7.5.2-3d
<b>Globale Messunsicherheit eines Wäageergebnisses ohne Korrektur der Ableseungen</b>		
$U_{\text{gl}}(W) = U(W) +  E_{\text{appr}}(R) $	$U_{\text{gl}}(W) \approx 2,422 \times 10^{-4} g + 1,150 \times 10^{-5} R$	7.5.2-3a 7.5.2-3e

Die Bedingung in Bezug auf den beobachteten Chi-Quadrat-Wert gemäß (C2.2-2a) wurde mit positivem Ergebnis geprüft. Die erste lineare Regression berücksichtigt die Gewichtungsfaktoren  $p'_j$ , Gleichung (C2.2-18b).

<sup>10</sup>Der erste Term ist vernachlässigbar, da die sich Messunsicherheit  $u(R)$  der Ableseung in der Größenordnung von einigen g bewegt. Somit bewegt sich der erste Term in der Größenordnung von  $10^{-7} g^2$ , während der zweite Term Werte von bis zu  $15 g^2$  verkörpert.

	Richtlinie zur Kalibrierung nichtselbsttätiger Waagen <a href="https://doi.org/10.7795/550.20180928">https://doi.org/10.7795/550.20180928</a>	DKD-R 7-2	
		Ausgabe:	01/2018
		Revision:	0
		Seite:	85 / 135

Ausgehend von der globalen Messunsicherheit kann der Mindesteinwaagewert der Waage gemäß Anhang G hergeleitet werden.

Beispiel:

Anforderung an die Wägetoleranz: 1 %

Sicherheitsfaktor: 3

Das Mindesteinwaage nach Formel (G-9), unter Verwendung der obigen Gleichung für die globale Messunsicherheit, beträgt 0,072 9 g; d.h. der Nutzer muss eine Nettomaterialmenge wiegen, die 0,072 9 g übersteigt, um eine relative (globale) Messunsicherheit für eine relative Wägetoleranz von 1 % und einen Sicherheitsfaktor von 3 (entspricht einer relativen Wägetoleranz von 0,33 %) zu erreichen.

**Zweiter Fall: Die Einstellung der Empfindlichkeit erfolgt unmittelbar vor Kalibrierung**

## H1.1/B Bedingungen der Kalibrierung

<b>Waage:</b>	<b>Elektronische Waage, Beschreibung und Kennzeichnung</b>
<b>Maximale Höchstlast <math>L</math> / Teilungswert <math>d</math></b>	<b>220 g / 0,000 1 g</b>
Temperaturkoeffizient	$K_T = 1,5 \times 10^{-6} / \text{K}$ (Handbuch des Herstellers). Nur erforderlich für die Berechnung der Messunsicherheit eines Wäageergebnisses.
Eingebaute Justiervorrichtung	Arbeitet automatisch: nach Einschalten der Waage und wenn $\Delta T \geq 3 \text{ K}$ . Nur erforderlich für die Berechnung der Messunsicherheit eines Wäageergebnisses. Status: aktiviert.
<b>Justierung mittels Kalibrator</b>	<b>Unmittelbar vor Kalibrierung justiert (eingebaute Justiergewichte).</b>
<b>Temperatur während der Kalibrierung</b>	<b>21 °C zu Beginn der Kalibrierung gemessen.</b>
<i>Luftdruck und relative Luftfeuchte (optional)</i>	990 hPa, 50 %
Raumbedingungen	Maximale Temperaturabweichung 5 K (fensterloser Laborraum). Nicht relevant, wenn die eingebaute Justiervorrichtung aktiviert ist ( $\Delta T \geq 3 \text{ K}$ ). In diesem Fall beträgt die größte Temperaturänderung zur Abschätzung der Messunsicherheit eines Wäageergebnisses 3 K.
<b>Lasten / Akklimatisierung</b>	<b>Normalgewichte, Klasse E<sub>2</sub></b> , an die Raumtemperatur angepasst ( <i>Alternative: eine Temperaturdifferenz von 2 K gegenüber der Raumtemperatur wird berücksichtigt</i> ).

## H1.2/B Messungen und Ergebnisse

Option 1: Die Luftdichte ist während der Justierung/Kalibrierung nicht bekannt (d.h. es wird keine Auftriebskorrektur für die Abweichung der Ablesungen vorgenommen)

Die Wiederholbarkeitsmessung entfällt und die Ergebnisse der ersten Kalibrierung werden berücksichtigt. Der Messung der außermittigen Belastung wurde ebenfalls weggelassen und die Ergebnisse der ersten Kalibrierung berücksichtigt. Dies ist möglich, da lediglich

die Empfindlichkeit der Waage eingestellt wurde und ein Einfluss auf die Wiederholbarkeit und die außermittige Belastungsmessung nicht geschätzt werden kann. Die Luftdichte wird nicht berechnet.

<b>Abweichungen der Anzeige der Anzeige</b> In Kapitel 5.2. angegebene Anforderungen, Gewichte relativ gleichmäßig verteilt	Jede Last einmal aufgebracht; diskontinuierliche Belastung, nur aufwärts; Zurücksetzen der Anzeige bei Nichtbelastung auf Null, falls erforderlich. Aufgezeichnete Anzeigen:	
<b>Last <math>m_{ref}</math></b>	<b>Anzeige <math>I</math></b>	<b>Abweichung der Anzeige <math>E</math></b>
0,000 0 g	0,000 0 g	0,000 0 g
50,000 0 g	50,000 0 g	0,000 0 g
99,999 9 g	99,999 8 g	- 0,000 1 g
149,999 9 g	149,999 9 g	0,000 0 g
220,000 1 g	220,000 0 g	- 0,000 1 g

Option 2: Die Luftdichte  $\rho_{as}$  während der Justierung und die Luftdichte  $\rho_{aCal}$  während der Kalibrierung sind identisch, da unmittelbar vor der Kalibrierung eine Justierung durchgeführt wurde.

Die Luftdichte wird entsprechend der vereinfachten CIPM-Formel (A1.1-1) berechnet.

Zur Berechnung verwendete Messwerte:

Luftdruck $p$ :	990 hPa
Relative Luftfeuchte $RH$ :	50 %
Temperatur $t$ :	21 °C
Dichte $\rho_s$ und $\rho_{Cal}$ :	(7950 ± 70) kg/m <sup>3</sup>
Luftdichte $\rho_{aCal}$ :	1,173 kg/m <sup>3</sup>

Berechnete Auftriebskorrektur  $\delta m_B$  gemäß Formel (4.2.4-4).

Für die Berechnung verwendeter Zahlenwert:

Dichte des Referenzgewichts $\rho_{Cal}$ :	(7950 ± 70) kg/m <sup>3</sup>
Auftriebskorrektur $\delta m_B$ :	2,138 × 10 <sup>-8</sup> $m_{ref}$

Die berechnete Luftauftriebskorrektur  $\delta m_B$  des Referenzgewichts  $m_{ref}$  der Last  $L$  gemäß Formel (4.2.4-4) ist vernachlässigbar, da sich die relative Auflösung der Waage in der Größenordnung 10<sup>-6</sup> bewegt und somit wesentlich größer als die Auftriebskorrektur ist. Es gilt obige Tabelle.

### H1.3/B Abweichungen der Anzeige und zugehörige Messunsicherheiten (Budget zugehöriger Messunsicherheiten)

Bedingungen:

- Die Messunsicherheit für die Nullstellung resultiert lediglich in der Digitalumwandlung  $d_0$  und der Wiederholbarkeit  $s$ .
- Die außermittige Belastung wird bei der Kalibrierung gemäß (7.1.1-10) berücksichtigt.
- Bei den Kalibrierergebnissen wird die konventionelle Masse der Prüfgewichte (Klasse E<sub>2</sub>) berücksichtigt. Deshalb wird  $U(\delta m_c) = U/k$  gemäß Formel (7.1.2-2) berechnet.
- Die Drift der Gewichte wurde statistisch überwacht und für den Faktor  $k_D$  der Formel (7.1.2-10) wurde der Wert 1,25 gewählt.

- Die Freiheitsgrade zur Berechnung des Erweiterungsfaktors  $k$  werden gemäß Anhang B3 und Tabelle G.2 [1] abgeleitet. Im Beispiel ist der Einfluss der Messunsicherheit der aus 5 Messungen bestehenden Wiederholbarkeitsmessungen von Bedeutung.
- Die Angabe der relativen Messunsicherheit  $U(E)_{\text{rel}} = u(E) / m_{\text{ref}}$  ist nicht obligatorisch, dient aber zur Darstellung der Merkmale der Messunsicherheiten.

Messunsicherheitsbudget für Option 1 (eine Auftriebskorrektur für die Abweichung der Ablesungen wird nicht vorgenommen)

Zusätzliche Bedingung:

Die Waage wird unmittelbar vor der Kalibrierung justiert und es liegen keine Angaben über die Luftdichte zum Zeitpunkt der Kalibrierung vor. Daher ist Formel (7.1.2-5c) relevant.

Größe oder Einfluss	Last, Anzeige und Abweichung in g Messunsicherheiten in g					Formel
	0,000 0	50,000 0	99,999 9	149,999 9	220,000 1	
Last $m_{\text{ref}} / \text{g}$	0,000 0	50,000 0	99,999 9	149,999 9	220,000 1	
Anzeige $I / \text{g}$	0,000 0	50,000 0	99,999 8	149,999 9	220,000 0	
Abweichung der Anzeige $E / \text{g}$	0,000 0	0,000 0	-0,000 1	0,000 0	-0,000 1	7.1-1
Wiederholbarkeit $u(\delta I_{\text{rep}})$ $/ \text{g}$	0,000 114					7.1.1-5
Auflösung $u(\delta I_{\text{dig0}}) / \text{g}$	0,000 029					7.1.1-2a
Auflösung $u(\delta I_{\text{digL}}) / \text{g}$	0,000 0	0,000 029				7.1.1-3a
Außermittige Belastung $u(\delta I_{\text{ecc}}) / \text{g}$	0,000 0	0,000 029	0,000 058	0,000 087	0,000 127	7.1.1-10
Messunsicherheit der Anzeige $u(I) / \text{g}$	0,000 118	0,000 124	0,000 134	0,000 149	0,000 175	7.1.1-12
Lasten $m_c / \text{g}$	0,000 0	50,000 0	99,999 9	99,999 9 50,000 0	200,000 1 20,000 0	
Konventionelle Masse $u(\delta m_c) / \text{g}$	0,000 0	0,000 015	0,000 025	0,000 040	0,000 063	7.1.2-2
Drift $u(\delta m_D) / \text{g}$	0,000 0	0,000 022	0,000 036	0,000 058	0,000 090	7.1.2-10
Auftrieb $u(\delta m_B) / \text{g}$	0,000 000	0,000 014	0,000 022	0,000 036	0,000 055	7.1.2-5c / Tabelle E2.1
Konvektion $u(\delta m_{\text{conv}}) / \text{g}$	In diesem Fall nicht relevant (Gewichte werden akklimatisiert)					7.1.2-13
Messunsicherheit des Referenzgewichts $u(m_{\text{ref}}) / \text{g}$	0,000 00	0,000 03	0,000 049	0,000 079	0,000 123	7.1.2-14
Standardmessunsicherheit der Abweichung $u(E) / \text{g}$	0,000 118	0,000 128	0,000 143	0,000 169	0,000 214	7.1.3-1a
$U_{\text{eff}}$ (Freiheitsgrade)	4	6	9	19	49	B3-1
$k$ (95,45 %)	2,87	2,52	2,32	2,14	2,06	[1]
$U(E) = k u(E) / \text{g}$	0,000 34	0,000 32	0,000 33	0,000 36	0,000 44	7.3-1
$U_{\text{rel}}(E) / \%$	----	0,000 64	0,000 33	0,000 24	0,000 20	

Es wäre zulässig, im Kalibrierschein lediglich den größten Wert der erweiterten Messunsicherheit für alle angezeigten Abweichungen der Anzeige anzugeben:  $U(E) = 0,000 44 \text{ g}$ , ausgehend davon, dass  $k = 2,06$  und versehen mit dem Hinweis, dass

die Überdeckungswahrscheinlichkeit mindestens 95 % beträgt. Im Kalibrierschein muss der Nutzer darauf hingewiesen werden, dass die im Kalibrierschein angegebene erweiterte Messunsicherheit nur dann anwendbar ist, wenn die Abweichung  $E$  berücksichtigt wird.

Messunsicherheitsbudget für Option 2 (für die Werte der Abweichung der Anzeige wird eine Auftriebskorrektur vorgenommen)

*Zusätzliche Bedingung:*

*Die Waage wird unmittelbar vor Kalibrierung justiert. Das Verfahren gemäß Option 2 wird angewendet, wobei die Bestimmung der Luftdichte und Auftriebskorrektur berücksichtigt wird. Deshalb wird Formel (7.1.2-5a) für die durch den Luftauftrieb bedingte Messunsicherheit verwendet.*

*Da unmittelbar vor der Kalibrierung eine Justierung durchgeführt wurde, müssen die erwarteten Maximalwerte für die Druck-, Temperatur- und Feuchteänderungen, die am Aufstellort der Waage auftreten können, nicht berücksichtigt werden – im Gegensatz zu dem Szenario, in dem die Justierung unabhängig von der Kalibrierung durchgeführt wurde. Der einzige Faktor, der einen Beitrag zur Standardmessunsicherheit der Luftdichte leistet, entstammt der Messunsicherheit bei der Messung der Umweltparameter.*

*Die folgenden Zahlenwerte werden zur Berechnung der relativen Messunsicherheit der Auftriebskorrektur benutzt, unter Verwendung der Formel (7.1.2-5a):*

$$\begin{aligned} \text{Luftdichte } \rho_{\text{aCal}}: & \quad 1,173 \text{ kg/m}^3 \\ \text{Dichte der Referenzgewicht } \rho_{\text{Cal}}: & \quad (7950 \pm 70) \text{ kg/m}^3 \end{aligned}$$

*Darüber hinaus werden die folgenden Messunsicherheiten für die Temperatur-, Druck- und Feuchtemessung zur Berechnung der relativen Messunsicherheit der Luftdichte gemäß (A3-1) herangezogen:*

$$\begin{aligned} u(T) &= 0,2 \text{ K} \\ u(p) &= 50 \text{ Pa} \\ u(RH) &= 1 \% \end{aligned}$$

*Dies führt zu  $\frac{u(\rho_a)}{\rho_a} = 9,77 \times 10^{-4}$ , und  $u(\rho_a) = 0,00115 \text{ kg/m}^3$ .*

*Die Formel (7.1.2-5a) führt zu der relativen Messunsicherheit der Auftriebskorrektur von  $u(\delta m_B) = 3,014 \times 10^{-8}$*

*Als Alternative wird die durch nicht akklimatisierte Gewichte bedingte, zusätzliche Messunsicherheit der Konvektionseffekte  $u(\delta m_{\text{conv}})$  für eine Temperaturdifferenz von 2 K gezeigt.*

Größe oder Einfluss	Last, Anzeige und Abweichung in g					Formel
	Messunsicherheiten in g					
Last $m_{ref}$ / g	0,000 0	50,000 0	99,999 9	149,999 9	220,000 1	
Korrektur $\delta m_B$ / g	0,000 0	0,000 001	0,000 002	0,000 003	0,000 005	4.2.4-4
Anzeige $I$ / g	0,000 0	50,000 0	99,999 8	149,999 9	220,000 0	
Abweichung der Anzeige $E$ / g	0,000 0	0,000 0	-0,000 1	0,000 0	-0,000 1	
Auftrieb $u(\delta m_B)$ / g	0,000 0	0,000 001 5	0,000 003 0	0,000 004 5	0,000 006 6	7.1.2-5a
Konvektion $u(\delta m_{conv})$ / g	In diesem Fall nicht relevant (Gewichte werden akklimatisiert).					
Messunsicherheit des Referenzgewicht $u(m_{ref})$ / g	0,000 000	0,000 026	0,000 044	0,000 066	0,000 110	7.1.2-14
Standardmessunsicherheit der Abweichung $u(E)$ / g	0,000 118	0,000 127	0,000 141	0,000 163	0,000 207	7.1.3-1a
$\nu_{eff}$ (Freiheitsgrade)	4	6	9	16	43	B3-1
$k$ (95,45 %)	2,87	2,52	2,32	2,17	2,06	[1]
$U(E) = k u(E)$ / g	0,000 34	0,000 32	0,000 33	0,000 35	0,000 43	7.3-1
$U_{rel}(E)$ / %	----	0,000 64	0,000 33	0,000 23	0,000 20	
<i>Alternative: es wird die durch nicht akklimatisierte Gewichte bedingte, zusätzliche Messunsicherheit der Konvektionseffekte <math>u(\delta m_{conv})</math> für eine Temperaturdifferenz von 2 K gezeigt.</i>						
Konvektion $u(\delta m_{conv})$ / g	0,000 000	0,000 029	0,000 046	0,000 075	0,000 092	7.1.2-13
Messunsicherheit des Referenzgewicht $u(m_{ref})$ / g	0,000 000	0,000 031	0,000 051	0,000 079	0,000 122	7.1.2-14
Standardmessunsicherheit der Abweichung $u(E)$ / g	0,000 118	0,000 128	0,000 144	0,000 168	0,000 214	7.1.3-1a
$\nu_{eff}$ (Freiheitsgrade)	4	6	10	19	49	B3-1
$k$ (95,45 %)	2,87	2,52	2,28	2,14	2,06	[1]
$U(E) = k u(E)$ / g	0,000 34	0,000 32	0,000 33	0,000 36	0,000 44	7.3-1
$U_{rel}(E)$ / %	----	0,000 64	0,000 33	0,000 24	0,000 20	

Da die Messunsicherheit des Referenzgewichts  $u(m_{ref})$  im Vergleich zur Messunsicherheit der Anzeige  $u(I)$  sehr klein ist, sind die erweiterten Messunsicherheiten der Abweichung sowohl bei Verwendung von Option 1 als auch bei Verwendung von Option 2 beinahe identisch. In diesem Beispiel tragen die Bestimmung des Drucks und der Feuchte vor Ort, die zur Bestimmung der Auftriebskorrektur und zur Minderung des durch den Auftrieb bedingten Messunsicherheitsbeitrags dienen sollen, nicht wesentlich zur Verbesserung der Kalibrierergebnisse bei.

#### H1.4/B Messunsicherheit eines Wägeregebnisses (für Option 1)

Wie in Abschnitt 7.4. dargelegt, können die folgenden Angaben vom Kalibrierlaboratorium oder Waagennutzer erstellt werden. Abgesehen von der angenäherten Abweichung der Anzeige und der Messunsicherheit der angenäherten Abweichung, die Teil des Kalibrierscheins sein können, dürfen die Ergebnisse nicht Bestandteil des Kalibrierscheins sein. Die Angaben zur Messunsicherheit eines Wägeregebnisses werden normalerweise

	Richtlinie zur Kalibrierung nichtselbsttätiger Waagen <a href="https://doi.org/10.7795/550.20180928">https://doi.org/10.7795/550.20180928</a>	DKD-R 7-2	
		Ausgabe:	01/2018
		Revision:	0
		Seite:	90 / 135

als Anhang zum Kalibrierschein oder aber anderweitig präsentiert, sofern die Inhalte klar von den Kalibrierergebnissen getrennt sind.

Zu den angenommenen oder vom Nutzer spezifizierten normalen Anwendungsbedingungen der Waage zählen:

- Eine eingebaute Justiervorrichtung ist vorhanden und aktiviert ( $\Delta T \geq 3 \text{ K}$ )
- Änderung der Raumtemperatur:  $\Delta T = 5 \text{ K}$
- Die Tara-Ausgleichsfunktion wird betätigt
- Die Lasten sind nicht immer genau mittig positioniert

Die Messunsicherheit eines Wäageergebnisses wird unter Verwendung einer linearen Näherung der Abweichung der Anzeige gemäß (C2.2-16) abgeleitet.

Die Messunsicherheit eines Wäageergebnisses ist lediglich für Option 1 (ohne Auftriebskorrektur für die Abweichung der Ablesungen) dargestellt. Zwischen den beiden Optionen unterscheiden sich die angenäherte Abweichung der Anzeige gemäß (C2.2-16) und die Messunsicherheit der angenäherten Abweichung der Anzeige gemäß (C2.2-16d) nur unwesentlich, da sich die zugrundeliegenden Gewichtungsfaktoren  $p_j = 1/u^2(E_j)$  lediglich im Promillebereich ( $10^{-3}$ ) unterscheiden, und die Abweichungen der Anzeige der Anzeige bei beiden Optionen gleich sind (Auftriebskorrektur kleiner als die Auflösung der Waage).

Um den Unterschied zur Anzeige  $I$  der Waage während der Kalibrierung zu verdeutlichen, werden die Bezeichnungen  $R$  und  $W$  eingeführt.

$R$ : nach der Kalibrierung erzielte Ablesung beim Wiegen einer Last auf der kalibrierten Waage

$W$ : Wäageergebnis

Hinweis: In der folgenden Tabelle werden die Ablesung  $R$  sowie alle Ergebnisse in g angegeben.

Größe oder Einfluss	Ableseung, Wägeregebnis und Abweichung in kg Messunsicherheiten in g oder als relativer Wert	Formel
Abweichung der Anzeige $E_{\text{appr}}(R)$ für Brutto- oder Nettoablesungen: Näherung mittels einer geraden Linie durch Null	$E_{\text{appr}}(R) = -3,895 \times 10^{-7} R$	C2.2-16
<b>Messunsicherheit der angenäherten Abweichung</b>		
Standardmessunsicherheit der Abweichung $u(E_{\text{appr}})$	$u^2(E_{\text{appr}}) = 1,517 \times 10^{-13} u^2(R) + 4,015 \times 10^{-13} R^2$ <sup>11</sup>	C2.2-16d
Standardmessunsicherheit der Abweichung unter Vernachlässigung des Ausgleichs	$u(E_{\text{appr}}) = 6,337 \times 10^{-7} R$	
<b>Messunsicherheiten durch Umwelteinflüsse</b>		
Temperaturdrift der Empfindlichkeit	$u_{\text{rel}}(\delta R_{\text{temp}}) = 1,299 \times 10^{-6}$	7.4.3-1
Auftrieb	$u_{\text{rel}}(\delta R_{\text{buoy}}) = 1,636 \times 10^{-6}$	7.4.3-4
Änderung der Eigenschaften aufgrund von Drift	In diesem Fall nicht relevant (eingebaute Justierung aktiviert und Drift zwischen den Kalibrierungen vernachlässigbar)	7.4.3-5
<b>Betriebsbedingte Messunsicherheiten</b>		
Tara-Ausgleichsfunktion	$u_{\text{rel}}(\delta R_{\text{Tare}}) = 5,774 \times 10^{-7}$	7.4.4-5
Kriechen, Umkehrspanne (Belastungsdauer)	In diesem Fall nicht relevant (kurze Belastungsdauer).	7.4.4-9a/b
Außermittige Belastung	$u_{\text{rel}}(\delta R_{\text{ecc}}) = 1,154 \times 10^{-6}$	7.4.4-10
<b>Messunsicherheit eines Wägeregebnisses</b>		
Standardmessunsicherheit, an den Ablesungen $u(E_{\text{appr}})$ vorzunehmende Korrekturen	$u(W) = \sqrt{(1,466 \times 10^{-8} \text{ g}^2 + 6,433 \times 10^{-12} R^2)}$	7.4.5-1a 7.4.5-1b
Standardmessunsicherheit, an den Ablesungen $u(E_{\text{appr}})$ vorzunehmende Korrekturen	$U(W) = 2\sqrt{(1,466 \times 10^{-8} \text{ g}^2 + 6,433 \times 10^{-12} R^2)}$	7.5.1-2b
zu einer Gleichung erster Ordnung vereinfacht	$U(W) \approx 2,422 \times 10^{-4} \text{ g} + 4,090 \times 10^{-6} R$	7.5.2-3d
<b>Globale Messunsicherheit eines Wägeregebnisses ohne Korrektur der Ablesungen</b>		
$U_{\text{gl}}(W) = U(W) +  E_{\text{appr}}(R) $	$U_{\text{gl}}(W) \approx 2,422 \times 10^{-4} \text{ g} + 4,479 \times 10^{-6} R$	7.5.2-3a

Die Bedingung in Bezug auf den beobachteten Chi-Quadrat-Wert gemäß (C2.2-2a) wurde mit positivem Ergebnis geprüft. Die erste lineare Regression berücksichtigt die Gewichtungsfaktoren  $p'_j$ , Gleichung (C2.2-18b).

Ausgehend von der globalen Messunsicherheit kann der Mindesteinwaagewert der Waage gemäß Anhang G hergeleitet werden.

<sup>11</sup>Der erste Term ist vernachlässigbar, da sich die Messunsicherheit  $u(R)$  der Ablesung in der Größenordnung von einigen mg bewegt. Somit bewegt sich der erste Term in der Größenordnung von  $10^{-11} \text{ mg}^2$ , während der zweite Term Werte von bis zu  $10^{-7} \text{ mg}^2$  verkörpert.

	Richtlinie zur Kalibrierung nichtselbsttätiger Waagen <a href="https://doi.org/10.7795/550.20180928">https://doi.org/10.7795/550.20180928</a>	DKD-R 7-2	
		Ausgabe:	01/2018
		Revision:	0
		Seite:	92 / 135

Beispiel:

Anforderung an die Wägetoleranz: 1 %

Sicherheitsfaktor: 3

Das Mindesteinwaage nach Formel (G-9), unter Verwendung der obigen Gleichung für die globale Messunsicherheit, beträgt 0,0727 g; d.h. der Nutzer muss eine Nettomaterialmenge wiegen, die 0,0727 g übersteigt, um eine relative (globale) Messunsicherheit für eine relative Wägetoleranz von 1 % und einen Sicherheitsfaktor von 3 (entspricht einer relativen Wägetoleranz von 0,33 %) zu erreichen.

## H2 Waage mit einer Höchstlast von 60 kg, Mehrteilungswaage

**Vorbemerkung:**

Es wird die Kalibrierung einer Mehrteilungswaage mit einer Skaleneinteilung von 2 g / 5 g / 10 g demonstriert. Dieses Beispiel zeigt das komplette Standardverfahren zur Darstellung der Messergebnisse und der zugehörigen Messunsicherheiten, so wie es von den meisten Laboratorien ausgeführt wird. Darüber hinaus wird eine alternative Methode zur Berücksichtigung der Luftauftriebs- und Konvektionseffekte als Option 2 vorgestellt (in kursiver Schrift).

**Erster Fall: Die Einstellung der Empfindlichkeit erfolgt unabhängig von der Kalibrierung**

### H2.1/A Bedingungen der Kalibrierung

Waage	Elektronische nichtselbsttätige Waage, Beschreibung, Kennzeichnung
Obergrenzen der Teilwägebereiche <i>Max<sub>i</sub>/Teilungswerte d<sub>i</sub></i>	12 000 g / 2 g 30 000 g / 5 g 60 000 g / 10 g
Temperaturkoeffizient	$K_T = 2 \times 10^{-6} / K$ (Handbuch des Herstellers); lediglich notwendig zur Berechnung der Messunsicherheit eines Wäageergebnisses.
Eingebaute Justiervorrichtung	Arbeitet automatisch nach Einschalten der Waage und wenn $\Delta T \geq 3 K$ ; lediglich notwendig zur Berechnung der Messunsicherheit eines Wäageergebnisses. Status: aktiviert.
Justierung mittels Kalibrator	<b>Keine Justierung unmittelbar vor Kalibrierung.</b>
Temperatur während der Kalibrierung	<b>21 °C zu Beginn der Kalibrierung 23 °C am Ende der Kalibrierung.</b>
<i>Luftdruck und relative Luftfeuchte (optional)</i>	990 hPa, 50 %
Raumbedingungen	Maximale Temperaturänderung während des Gebrauchs 10 K (Laborraum mit Fenstern). Falls für die Messunsicherheit des Auftriebs gemäß Formel (7.1.2-5e) verwendet, muss dies im Kalibrierschein angegeben werden. Für die Messunsicherheit eines Wäageergebnisses nicht relevant, wenn die eingebaute Justiervorrichtung aktiviert ist ( $\Delta T \geq 3 K$ ). In diesem Fall

	Richtlinie zur Kalibrierung nichtselbsttätiger Waagen <a href="https://doi.org/10.7795/550.20180928">https://doi.org/10.7795/550.20180928</a>	DKD-R 7-2	
		Ausgabe:	01/2018
		Revision:	0
		Seite:	93 / 135

	beträgt die maximale Temperaturänderung zur Abschätzung der Messunsicherheit eines Wäageergebnisses 3 K.
<b>Lasten / Akklimatisierung</b>	<b>Normalgewichte, Klasse F<sub>2</sub></b> , an Raumtemperatur angepasst.

## H2.2/A Messungen und Ergebnisse

Wiederholbarkeit	Last 10 000 g wird 5-mal aufgebracht (über Teilwägebereich 1 wird von einer konstanten Standardabweichung ausgegangen)	Last 25 000 g wird 5-mal aufgebracht (über Teilwägebereich 2 und 3 wird von einer konstanten Standardabweichung ausgegangen)
In Kapitel 5.1 angegebene Anforderungen		
Anzeige wird im unbelasteten Zustand auf Null zurückgesetzt, sofern erforderlich	9 998 g	24 995 g
	10 000 g	25 000 g
	9 998 g	24 995 g
Durchführung der Wiederholbarkeitsmessungen in Intervall 1 und 2	10 000 g	24 995 g
	10 000 g	25 000 g
<b>Standardabweichung</b>	<b>s = 1,095 g</b>	<b>s = 2,739 g</b>

Außermittige Belastung	Position der Last	Last 20 000 g
In Kapitel 5.3 angegebene Anforderungen	Mitte	19 995 g
	Vorne links	19 995 g
	Hinten links	19 995 g
Anzeige wird vor Messbeginn auf Null gesetzt; Last wird zunächst in die Mitte gesetzt und dann auf die anderen Positionen weiterbewegt	Hinten rechts	19 990 g
	Vorne rechts	19 990 g
<b>Maximale Abweichung</b>	$ \Delta_{eccj} _{\max}$	<b>5 g</b>

### Abweichungen der Anzeige der Anzeige

Allgemeine Voraussetzungen: Die in Kapitel 5.2 angegebenen Anforderungen, die Gewichte sind relativ gleichmäßig über den Wägebereich verteilt.

Die Prüfgewichte werden jeweils einmal aufgebracht; diskontinuierliche Belastung, nur aufwärts; Anzeige wird bei Nichtbelastung auf Null zurückgesetzt, falls erforderlich.

Option 1: Die Luftdichte während der Justierung und Kalibrierung ist nicht bekannt (d.h. eine Auftriebskorrektur für die Abweichung der Ablesungen wird nicht vorgenommen)

Die in Kapitel 5.2 angegeben Anforderungen, Gewichte relativ gleichmäßig verteilt.	Last $m_{\text{ref}}$ ( $m_N$ )	Anzeige $I$	Messabweichung der Anzeige $E$
Die Prüfgewichte werden jeweils einmal aufgebracht; diskontinuierliche Belastung, nur aufwärts; Anzeige wird bei Betrieb ohne Last auf Null zurückgesetzt, falls erforderlich	0 g	0 g	0 g
	10 000 g	10 000 g	0 g
	20 000 g	19 995 g	-5 g
	40 000 g	39 990 g	-10 g
	60 000 g	59 990 g	-10 g

Option 2: Die Luftdichte  $\rho_{\text{as}}$  ist während der Justierung nicht bekannt und die Luftdichte  $\rho_{\text{aCal}}$  während der Kalibrierung wird gemäß der vereinfachten CIPM-Formel (A1.1-1) berechnet

Zur Berechnung verwendete Messwerte:

Luftdruck  $p$ : 990 hPa

Relative Luftfeuchte  $RH$ : 50 %

Temperatur  $t$ : 21 °C

Luftdichte  $\rho_{\text{aCal}}$ : 1,173 kg/m<sup>3</sup>

Berechnete Auftriebskorrektur  $\delta m_B$  gemäß Formel (4.2.4-4):

Zur Berechnung verwendeter Zahlenwert:

Dichte des Referenzgewichts  $\rho_{\text{Cal}}$ : (7950 ± 70) kg/m<sup>3</sup>

Auftriebskorrektur  $\delta m_B$ :  $2,138 \times 10^{-8} m_N$

Die berechnete Korrektur  $\delta m_B$  der Lasten  $m_N$  gemäß Formel (4.2.4-4) ist vernachlässigbar, da sich die relative Auflösung der Waage in der Größenordnung von  $10^{-4}$  bewegt und somit wesentlich größer ist als die Auftriebskorrektur. Es gilt obige Tabelle.

## H2.3/A Abweichungen der Anzeige und zugehörige Messunsicherheiten (Budget der zugehörigen Messunsicherheiten)

Bedingungen, die beiden Optionen gemein sind:

- Die Messunsicherheit der Abweichung bei Null umfasst lediglich die Messunsicherheit der Anzeige bei Betrieb ohne Last (Teilungswert  $d_0 = d_1 = 2$  g) und die Wiederholbarkeit ( $s$ ). Die Messunsicherheit der Anzeige bei Belastung wird bei Null nicht berücksichtigt.
- Bei der Kalibrierung wird die außermittige Belastung gemäß (7.1.1-10) berücksichtigt.
- Die Abweichung der Anzeige wird hergeleitet, indem der nominale Gewichtswert als Referenzwert benutzt wird; deshalb werden die maximal zulässigen Abweichungen ( $mpe$ ) der Prüfgewichte zur Herleitung des durch das Referenzgewicht bedingten Messunsicherheitsbeitrags herangezogen:  $u(\delta m_c)$  wird als  $u(\delta m_c) = Tol/\sqrt{3}$  gemäß Formel (7.1.2-3) berechnet.
- Die durchschnittliche Drift der Gewichte, die bei 2 Rekalibrierungen im zweijährlichem Abstand beobachtet wurde, betrug  $|D| \leq mpe/2$ . Deshalb wurde der durch die Drift der Gewichte bedingte Messunsicherheitsbeitrag als  $u(\delta m_D) = mpe / 2\sqrt{3}$  festgelegt.

Dies entspricht einem  $k_D$ -Faktor von 1,5 (unter Annahme des Worst-Case-Szenarios  $U = mpe / 3$ ).

- Die Gewichte werden mit einer Resttemperaturdifferenz von 2 K an die Umgebungstemperatur angepasst.
- Die Freiheitsgrade zur Berechnung des Erweiterungsfaktors  $k$  werden gemäß Anhang B3 und Tabelle G.2 in [1] hergeleitet. Im Beispiel ist der Einfluss der Messunsicherheit der aus 5 Messungen bestehenden Wiederholbarkeitsmessung von Bedeutung.
- Die Angabe zur relativen Messunsicherheit  $U(E)_{rel} = u(E)/L$  ist nicht obligatorisch, dient aber zur Darstellung der Merkmale der Messunsicherheiten.

*Messunsicherheitsbudget für Option 1 (für die Werte der Abweichung der Anzeige wird keine Auftriebskorrektur vorgenommen)*

Zusätzliche Bedingung:

Die Waage wird nicht unmittelbar vor Kalibrierung justiert. Es wird das Verfahren gemäß Option 1 benutzt, ohne Angaben zur Luftdichte. Für die durch den Luftauftrieb verursachte Messunsicherheit wird daher die Formel (7.1.2-5d) verwendet. Als Alternative wurde in der Tabelle die Formel (7.1.2-5e) verwendet, und somit eine Temperaturänderung von 10 K während des Gebrauchs vermutet.

Größe oder Einfluss	Last, Anzeige und Abweichung in g					Formel
	Abweichung in g					
Last $m_{ref}(m_N) / g$	0	10 000	20 000	40 000	60 000	
Anzeige $I / g$	0	10 000	19 995	39 990	59 990	
Abweichung $E / g$	0	0	- 5	- 10	- 10	7.1-1
Wiederholbarkeit $u(\delta l_{rep}) / g$	1,095		2,739			7.1.1-5
Auflösung $u(\delta l_{dig0}) / g$	0,577					7.1.1-2a
Auflösung $u(\delta l_{digL}) / g$	0,000	0,577	1,443	2,887	2,887	7.1.1-3a
Außermittige Belastung $u(\delta l_{ecc}) / g$	0,000	0,722	1,443	2,887	4,330	7.1.1-10
Messunsicherheit der Anzeige $u(I) / g$	1,238	1,545	3,464	4,950	5,909	7.1.1-12
Lasten $m_N / g$	0	10 000	20 000	20 000 20 000 20 000	20 000 20 000 20 000	
Gewichte $u(\delta m_c) / g$	0,000	0,092	0,173	0,346	0,554	7.1.2-3
Drift $u(\delta m_D) / g$	0,000	0,046	0,087	0,173	0,277	7.1.2-11
Auftrieb $u(\delta m_B) / g$	0,000	0,110	0,217	0,433	0,658	7.1.2-5d / Tabelle E2.1
Konvektion $u(\delta m_{conv}) / g$	In diesem Fall nicht relevant (nur relevant für $F_1$ und höher).					7.1.2-13
Messunsicherheit der Referenzgewicht $u(m_{ref}) / g$	0,000	0,151	0,290	0,581	0,904	7.1.2-14
Standardmessunsicherheit der Abweichung $u(E) / g$	1,238	1,552	3,476	4,984	5,978	7.1.3-1a
$\nu_{eff}$ (Freiheitsgrade)	6	16	10	43	90	B3-1
$k$ (95,45 %)	2,52	2,17	2,28	2,06	2,05	[1]
$U(E) = k u(E) / g$	3,120	3,369	7,926	10,266	12,254	7.3-1
$U_{rel}(E) / \%$	----	0,0337 %	0,0396 %	0,0257 %	0,0204 %	

*Alternative: Messunsicherheit aufgrund des Auftriebs mit Formel (7.1.2-5e) anstatt (7.1.2-5d), d.h. Substitution des „Worst-Case-Ansatzes“ durch einen Wert, der aus den geschätzten Raumtemperaturänderungen von 10 K während des Gebrauchs hergeleitet wurde.*

Auftrieb $u(\delta m_B)$ / g	0,000	0,046	0,089	0,178	0,276	7.1.2-5e
Messunsicherheit der Referenzgewicht $u(\delta m_{ref})$ / g	0,000	0,113	0,213	0,462	0,678	7.1.2-14
Standardmessunsicherheit der Abweichung $u(E)$ / g	1,238	1,549	3,471	4,968	5,948	7.1.3-1a
$\nu_{eff}$ (Freiheitsgrade)	6	16	10	43	88	B3-1
<b>k (95,45 %)</b>	<b>2,52</b>	<b>2,17</b>	<b>2,28</b>	<b>2,06</b>	<b>2,05</b>	[1]
<b><math>U(E) = ku(E)</math> / g</b>	<b>3,120</b>	<b>3,362</b>	<b>7,913</b>	<b>10,234</b>	<b>12,193</b>	7.3-1
$U_{rel}(E)$ / %	----	0,0336	0,0396	0,0256	0,0203	

An diesem Beispiel sieht man, dass sich die Messunsicherheit der Referenzgewichte deutlich reduziert, wenn man für den Auftrieb einen Messunsicherheitsbeitrag berücksichtigt, der auf den geschätzten Raumtemperaturänderungen während des Gebrauchs basiert, und nicht etwa durch Verwenden des konservativsten Ansatzes gemäß (7.1.2-5d). Da jedoch die Messunsicherheit der Referenzgewichte im Vergleich zur Messunsicherheit der Anzeige sehr klein ist, wird die Standardmessunsicherheit der Abweichung so gut wie gar nicht beeinflusst.

Es wäre zulässig, im Kalibrierschein lediglich den größten Wert der erweiterten Messunsicherheit für alle angezeigten Abweichungen der Anzeige anzugeben:  **$U(E) = 12,254$  g**, ausgehend davon, dass  **$k = 2,05$**  und versehen mit dem Hinweis, dass die Überdeckungswahrscheinlichkeit mindestens 95 % beträgt.

Im Kalibrierschein muss der Nutzer darauf hingewiesen werden, dass die im Kalibrierschein angegebene erweiterte Messunsicherheit nur dann anwendbar ist, wenn die Abweichung  $E$  berücksichtigt wird.

Messunsicherheitsbudget für Option 2 (für die Werte der Abweichung der Anzeige wird eine Auftriebskorrektur vorgenommen)

*Zusätzliche Bedingung:*

*Die Waage wird unmittelbar vor Kalibrierung nicht justiert. Das Verfahren gemäß Option 2 wird angewendet, wobei die Bestimmung der Luftdichte und Auftriebskorrektur berücksichtigt wird. Für die durch den Luftauftrieb bedingte Messunsicherheit wird daher Formel (7.1.2-5a) verwendet.*

*Man beachte, dass die während der (unabhängig von der Kalibrierung vorgenommenen) Justierung herrschende Luftdichte nicht bekannt ist, so dass die zur Messunsicherheit beitragenden zeitlichen Luftdichteschwankungen geschätzt werden. Folglich wird die Messunsicherheit der Luftdichte hergeleitet, und zwar basierend auf Annahmen hinsichtlich der Druck-, Temperatur- und Feuchteänderungen, die am Aufstellort der Waage auftreten können.*

*Anhang A3 enthält Hinweise zur Abschätzung der Messunsicherheit der Luftdichte. Anstelle der allgemeinen Gleichung (A3-1) wird in dem Beispiel die auf (A3-2) basierende Näherung der Messunsicherheit verwendet, d.h. der einzig freie Parameter ist die Temperatur.*

*Bei einer Temperaturänderung von 10 K führt die Berechnung mit der Näherungsformel*

(A3-2) zu einer relativen Messunsicherheit von  $u(\rho_a)/\rho_a = 1,55 \times 10^{-2}$ , was bei einer Luftdichte von  $\rho_a = 1,173 \text{ kg/m}^3$  während der Kalibrierung zu einer Messunsicherheit von  $u(\rho_a) = 0,018 \text{ kg/m}^3$  führt.

Zur Berechnung der relativen Messunsicherheit werden die folgenden Zahlenwerte benutzt, unter Verwendung der Formel (7.1.2-5a):

Luftdichte  $\rho_{a\text{Cal}}$ :  $(1,173 \pm 0,018) \text{ kg/m}^3$   
Dichte der Referenzgewicht  $\rho_{\text{Cal}}$ :  $(7950 \pm 70) \text{ kg/m}^3$

Formel (7.1.2-5a) führt zu einer relativen Messunsicherheit der Luftauftriebskorrektur von  $u_{\text{rel}}(\delta m_B) = 3,334 \times 10^{-8}$ .

Verglichen mit den anderen Messunsicherheitsbeiträgen des Referenzgewichts ist die relative Messunsicherheit der Auftriebskorrektur vernachlässigbar.

Dieses Beispiel hat gezeigt, dass sowohl die berechnete Korrektur der Abweichung  $\delta m_B$  als auch die berechnete relative Messunsicherheit der Auftriebskorrektur  $u_{\text{rel}}(\delta m_B)$  vernachlässigbar sind. Dies führt zu einem aktualisierten Messunsicherheitsbudget:

Größe oder Einfluss	Last, Anzeige und Abweichung in g					Formel
	Messunsicherheiten in g					
Last $m_{\text{ref}}(m_N) / \text{g}$	0	10 000	20 000	40 000	60 000	
Korrektur $\delta m_B / \text{g}$	0	0	0	0	0	4.2.4-4
Anzeige $I / \text{g}$	0	10000	19 995	39 990	59 990	
Abweichung der Anzeige $E / \text{g}$	0	0	- 5	- 10	- 10	7.1-1
Wiederholbarkeit $u(\delta l_{\text{rep}}) / \text{g}$	1,095		2,739			7.1.1-5
Auflösung $u(\delta l_{\text{dig0}}) / \text{g}$	0,577					7.1.1-2a
Auflösung $u(\delta l_{\text{digL}}) / \text{g}$	0,000	0,577	1,443	2,887	2,887	7.1.1-3a
Außermittige Belastung $u(\delta l_{\text{ecc}}) / \text{g}$	0,000	0,722	1,443	2,887	4,330	7.1.1-10
Messunsicherheit der Anzeige $u(I) / \text{g}$	1,238	1,545	3,464	4,950	5,909	7.1.1-12
Lasten $m_N / \text{g}$	0	10 000	20 000	20 000 20 000	20 000 20 000 20 000	
Gewichte $u(\delta m_c) / \text{g}$	0,000	0,092	0,173	0,346	0,554	7.1.2-3
Drift $u(\delta m_D) / \text{g}$	0,000	0,046	0,087	0,173	0,277	7.1.2-11
Auftrieb $u(\delta m_B) / \text{g}$	0,000	0,000	0,001	0,001	0,002	7.1.2-5a
Konvektion $u(\delta m_{\text{conv}}) / \text{g}$	In diesem Fall nicht relevant (nur relevant für $F_1$ und höher).					7.1.2-13
Messunsicherheit des Referenzgewichts $u(m_{\text{ref}}) / \text{g}$	0,000	0,103	0,194	0,387	0,620	7.1.2-14
Standardmessunsicherheit der Abweichung $u(E) / \text{g}$	1,238	1,549	3,470	4,965	5,941	7.1.3-1a
$U_{\text{eff}}$ (Freiheitsgrade)	6	15	10	43	88	B3-1
$k$ (95,45 %)	2,52	2,17	2,28	2,06	2,05	[1]
$U(E) = k u(E) / \text{g}$	3,120	3,360	7,910	10,228	12,180	7.3-1
$U_{\text{rel}}(E) / \%$	----	0,0360	0,0396	0,0256	0,0203	

*Anhand dieses Beispiels sieht man, dass der Beitrag des Auftriebs zur Standardmessunsicherheit unbedeutend ist. Darüber hinaus sind die Standardmessunsicherheiten der Abweichung bei Verwendung von Option 1 und Option 2 nahezu identisch, da die Messunsicherheit  $u(m_{ref})$  des Referenzgewichts im Vergleich zur Messunsicherheit ( $u(I)$ ) der Anzeige sehr klein ist. Die Bestimmung des Drucks und der Luftfeuchte vor Ort, die zusätzlich zur Temperaturmessung durchgeführt wird, welche wiederum der Korrektur des Auftriebs dient und den zugeordneten Messunsicherheitsbeitrag minimieren soll, trägt nicht wesentlich zur Verbesserung der Kalibrierergebnisse bei.*

## H2.4/A Messunsicherheit eines Wägeregebnisses (für Option 1)

Wie in Abschnitt 7.4 dargelegt, können die folgenden Angaben vom Kalibrierlaboratorium oder vom Waagennutzer erstellt werden. Abgesehen von der angenäherten Abweichung der Anzeige und der Messunsicherheit der angenäherten Abweichung, die Teil des Kalibrierscheins sein können, dürfen die Ergebnisse nicht Bestandteil des Kalibrierscheins sein. Die Angaben zur Messunsicherheit eines Wägeregebnisses werden normalerweise als Anhang zum Kalibrierschein oder aber anderweitig präsentiert, sofern die Inhalte klar von den Kalibrierergebnissen getrennt sind.

Zu den angenommenen oder vom Nutzer spezifizierten normalen Anwendungsbedingungen der Waage zählen:

- Eine eingebaute Justiervorrichtung ist vorhanden und aktiviert ( $\Delta T \geq 3$  K).
- Änderung der Raumtemperatur:  $\Delta T = 10$  K.
- Die Tara-Ausgleichsfunktion wird betätigt.
- Die Lasten sind nicht immer genau mittig positioniert.

Die Messunsicherheit eines Wägeregebnisses wird unter Verwendung einer linearen Näherung der Abweichung der Anzeige gemäß (C2.2-16) hergeleitet.

Die Messunsicherheit eines Wägeregebnisses ist lediglich für Option 1 (ohne Auftriebskorrektur für die Abweichung der Ablesungen) dargestellt. Zwischen den beiden Optionen unterscheiden sich die angenäherte Abweichung der Anzeige gemäß (C2.2-16) und die Messunsicherheit der angenäherten Abweichung der Anzeige gemäß (C2.2-16d) nur unwesentlich, da sich die zugrundeliegenden Gewichtungsfaktoren  $p_j = 1/u^2(E_j)$  lediglich im Promillebereich ( $10^{-3}$ ) unterscheiden, und die Abweichungen der Anzeige bei beiden Optionen gleich sind (Auftriebskorrektur kleiner als die Auflösung des Instruments).

Der Auftrieb gemäß Kapitel 7.4.3.2 wird nicht berücksichtigt, da die Abschätzung der Unsicherheit bei der Kalibrierung gezeigt hat, dass dieser Einfluss vernachlässigbar ist.

Um den Unterschied zur Anzeige  $I$  der Waage während der Kalibrierung zu verdeutlichen, werden die Bezeichnungen  $R$  und  $W$  eingeführt.

- $R$ : nach der Kalibrierung erzielte Ablesung beim Wiegen einer Last auf der kalibrierten Waage
- $W$ : Wägeregebnis

Hinweis: In der folgenden Tabelle werden die Ablesung  $R$  sowie alle Ergebnisse in g angegeben.

Größe oder Einfluss	Ableseung, Wägeregebnis und Abweichung in g Messunsicherheiten in g oder als relativer Wert		Formel
Abweichung der Anzeige $E_{\text{appr}}(R)$ für Brutto- oder Nettoablesungen: Näherung mittels einer geraden Linie durch Null	$E_{\text{appr}}(R) = -1,717 \times 10^{-4} R$		C2.2-16
<b>Messunsicherheit der angenäherten Abweichung der Anzeige</b>			
Standardmessunsicherheit der Abweichung $u(E_{\text{appr}})$	$u^2(E_{\text{appr}}) = 2,950 \times 10^{-8} u^2(R) + 4,172 \times 10^{-9} R^2$ <sup>12</sup>		C2.2-16d
Standardmessunsicherheit der Abweichung unter Vernachlässigung des Offsets	$u(E_{\text{appr}}) = 6,459 \times 10^{-5} R$		
<b>Messunsicherheiten durch Umwelteinflüsse</b>			
Temperaturdrift der Empfindlichkeit	$u_{\text{rel}}(\delta R_{\text{temp}}) = 1,732 \times 10^{-6}$		7.4.3-1
Auftrieb	In diesem Fall nicht relevant.		7.4.3-2
Änderung der Eigenschaften aufgrund von Drift	In diesem Fall nicht relevant (die eingebaute Justier Vorrichtung ist aktiviert und die Drift zwischen den Kalibrierungen vernachlässigbar)		7.4.3-5
<b>Betriebsbedingte Messunsicherheiten</b>			
Tara-Ausgleichsfunktion	$u_{\text{rel}}(\delta R_{\text{Tare}}) = 1,444 \times 10^{-4}$		7.4.4-5
Kriechen, Umkehrspanne (Belastungsdauer)	In diesem Fall nicht relevant (kurze Belastungsdauer).		7.4.4-9a/b
Außer mittige Belastung	$u_{\text{rel}}(\delta R_{\text{ecc}}) = 1,443 \times 10^{-4}$		7.4.4-10
<b>Messunsicherheit eines Wägeregebnisses, für Teilwägebereiche (PWI)</b>			
Standardmessunsicherheit, an den Aablesungen $E_{\text{appr}}$ vorzunehmende Korrekturen	PWI 1	$u(W) = \sqrt{(1,867 \text{ g}^2 + 4,589 \times 10^{-8} R^2)}$	7.4.5-1b
	PWI 2	$u(W) = \sqrt{(9,917 \text{ g}^2 + 4,589 \times 10^{-8} R^2)}$	
	PWI 3	$u(W) = \sqrt{(16,167 \text{ g}^2 + 4,589 \times 10^{-8} R^2)}$	
Erweiterte Messunsicherheit, an den Aablesungen $E_{\text{appr}}$ vorzunehmende Korrekturen	PWI 1	$U(W) = 2\sqrt{(1,867 \text{ g}^2 + 4,589 \times 10^{-8} R^2)}$	7.5.1-2b
	PWI 2	$U(W) = 2\sqrt{(9,917 \text{ g}^2 + 4,589 \times 10^{-8} R^2)}$	
	PWI 3	$U(W) = 2\sqrt{(16,167 \text{ g}^2 + 4,589 \times 10^{-8} R^2)}$	
Zu einer Gleichung erster Ordnung vereinfacht	PWI 1	$U(W) \approx 2,733 \text{ g} + 2,574 \times 10^{-4} R$	7.5.2-3f
	PWI 2	$U(W) \approx 10,190 \text{ g} + 3,434 \times 10^{-4} (R - 12000 \text{ g})$	
	PWI 3	$U(W) \approx 20,311 \text{ g} + 3,923 \times 10^{-4} (R - 30000 \text{ g})$	
<b>Globale Messunsicherheit eines Wägeregebnisses ohne Korrektur der Aablesungen</b>			
$U_{\text{gl}}(W) = U(W) +  E_{\text{appr}}(R) $	PWI 1	$U_{\text{gl}}(W) \approx 2,733 \text{ g} + 4,291 \times 10^{-4} R$	7.5.2-3a
	PWI 2	$U_{\text{gl}}(W) \approx 10,190 \text{ g} + 5,151 \times 10^{-4} (R - 12000 \text{ g})$	
	PWI 3	$U_{\text{gl}}(W) \approx 20,311 \text{ g} + 5,641 \times 10^{-4} (R - 30000 \text{ g})$	

<sup>12</sup>Der erste Term ist vernachlässigbar, da sich die Messunsicherheit  $u(R)$  der Aablesung in der Größenordnung von einigen g bewegt. Somit bewegt sich der erste Term in der Größenordnung von  $10^{-7} \text{ g}^2$ , während der zweite Term Werte von bis zu  $15 \text{ g}^2$  verkörpert.

	Richtlinie zur Kalibrierung nichtselbsttätiger Waagen <a href="https://doi.org/10.7795/550.20180928">https://doi.org/10.7795/550.20180928</a>	DKD-R 7-2	
		Ausgabe:	01/2018
		Revision:	0
		Seite:	100 / 135

Die Bedingung in Bezug auf den beobachteten Chi-Quadrat-Wert gemäß (C2.2-2a) wurde mit positivem Ergebnis geprüft. Die lineare Regression wurde unter Berücksichtigung der Gewichtungsfaktoren  $p'_j$  aus Gleichung (C2.2-18b) durchgeführt.

Ausgehend von der globalen Messunsicherheit kann der Mindesteinwaagewert der Waage gemäß Anhang G hergeleitet werden.

Beispiel:

Anforderung an die Wägetoleranz: 1 %

Sicherheitsfaktor: 2

Das Mindestgewicht nach Formel (G-9), unter Verwendung der obigen Gleichung für die globale Messunsicherheit im PWI 1, beträgt 598 g; d.h. der Nutzer muss eine Nettomaterialmenge wiegen, die 598 g übersteigt, um eine relative (globale) Messunsicherheit für eine relative Wägetoleranz von 1 % und einen Sicherheitsfaktor von 2 (entspricht einer relativen Wägetoleranz von 0,5 %) zu erreichen.

**Zweiter Fall: Einstellung der Empfindlichkeit wird unmittelbar vor Kalibrierung ausgeführt**

**H2.1/B Bedingungen der Kalibrierung**

Waage	<b>Elektronische nichtselbsttätige Waage, Beschreibung und Kennzeichnung</b>
<b>Obergrenzen der Teilwägebereiche <math>Max_i</math> / Teilungswerte <math>d_i</math></b>	<b>12 000 g / 2 g 30 000 g / 5 g 60 000 g / 10 g</b>
Temperaturkoeffizient	$K_T = 2 \times 10^{-6} / K$ (Handbuch des Herstellers); lediglich zur Berechnung der Messunsicherheit eines Wäageergebnisses erforderlich.
Eingebaute Justiervorrichtung	Arbeitet automatisch nach Einschalten der Waage und wenn $\Delta T \geq 3 K$ ; nur erforderlich für die Berechnung der Messunsicherheit eines Wäageergebnisses. Status: aktiviert.
<b>Justierung mittels Kalibrator</b>	<b>Unmittelbar vor Kalibrierung justiert (eingebaute Justiergewichte).</b>
<b>Temperatur während der Kalibrierung</b>	<b>23 °C zu Beginn der Kalibrierung 24 °C am Ende der Kalibrierung</b>
<i>Luftdruck und relative Luftfeuchte (optional)</i>	990 hPa, 50 %
Raumbedingungen	Maximale Temperaturänderung während des Gebrauchs 10 K (fensterloser Raum). Nicht relevant, wenn die eingebaute Justiervorrichtung aktiviert ist ( $\Delta T \geq 3 K$ ). In diesem Fall beträgt die größte Temperaturänderung zur Abschätzung der Messunsicherheit eines Wäageergebnisses 3 K.
<b>Lasten / Akklimatisierung</b>	<b>Normalgewichte, Klasse F<sub>2</sub></b> , an die Raumtemperatur angepasst.

## H2.2/B Messungen und Ergebnisse

<b>Wiederholbarkeit</b>	<b>Last 10 000 g</b> wird 5-mal aufgebracht (über Teilwägebereich 1 wird von einer konstanten Standardabweichung ausgegangen)	<b>Last 25 000 g</b> wird 5-mal aufgebracht (über Teilwägebereich 2 und 3 wird von einer konstanten Standardabweichung ausgegangen)
In Kapitel 5.1 angegebene Anforderungen		
Anzeige wird im unbelasteten Zustand auf Null zurückgesetzt, falls erforderlich	10 000 g	25 000 g
	10 000 g	25 000 g
Durchführung der Wiederholbarkeitsmessung in Intervall 1 und 2	9 998 g	25000 g
	10 000 g	24995 g
	10 000 g	25 000 g
<b>Standardabweichung</b>	<b>s = 0,894 g</b>	<b>s = 2,236 g</b>

<b>Außermittige Belastung</b>	<b>Position der Last</b>	<b>Last 20 000 g</b>
In Kapitel 5.3 angegebene Anforderungen	Mitte	20 000 g
	Vorne links	20 000 g
	Hinten links	20 000 g
	Hinten rechts	20 000 g
	Vorne rechts	19 995 g
Anzeige wird vor Messungsbeginn auf Null gesetzt; Last wird zunächst in der Mitte aufgebracht und dann auf die anderen Positionen bewegt		
<b>Maximale Abweichung</b>	$ \Delta_{\text{ecc}i} _{\text{max}}$	<b>5 g</b>

### Abweichungen der Anzeige der Anzeige

Allgemeine Voraussetzungen: Die in Kapitel 5.2 angegebenen Anforderungen, Gewichte sind relativ gleichmäßig über den Wägebereich verteilt.

Jede Last wird einmal aufgebracht; diskontinuierliche Belastung, nur aufwärts; falls erforderlich, wird die Anzeige bei Nichtbelastung auf Null zurückgesetzt.

Option 1: Die während der Justierung/Kalibrierung herrschende Luftdichte ist nicht bekannt (d.h. eine Auftriebskorrektur für die Abweichung der Ablesungen wird nicht vorgenommen).

In Kapitel 5.2 angegebene Anforderungen, Gewichte relativ gleichmäßig verteilt.	<b>Last <math>m_{\text{ref}}</math> (<math>m_N</math>)</b>	<b>Anzeige <math>I</math></b>	<b>Messabweichung der Anzeige <math>E</math></b>
	0 g	0 g	0 g
Prüfgewichte werden jeweils einmal aufgebracht; diskontinuierliche Belastung, nur aufwärts; Anzeige wird bei Betrieb ohne Last auf Null zurückgesetzt, sofern erforderlich	10 000 g	10 000 g	0 g
	20 000 g	20 000 g	0 g
	40 000 g	40 000 g	0 g
	60 000 g	60 000 g	0 g

Option 2: Die Luftdichte  $\rho_{as}$  während der Justierung und die Luftdichte  $\rho_{aCal}$  während der Kalibrierung sind identisch, da unmittelbar vor Kalibrierung eine Justierung durchgeführt wurde

Die Luftdichte wird gemäß der vereinfachten CIPM-Formel (A1.1-1) berechnet:

Für die Berechnung verwendete Messwerte:

Luftdruck  $p$ : 990 hPa

Relative Luftfeuchte RH: 50 %

Temperatur  $t$ : 23 °C

Luftdichte  $\rho_{aCal}$ : 1,165 kg/m<sup>3</sup>

Berechnete Auftriebskorrektur  $\delta m_B$  gemäß Formel (4.2.4-4):

Zur Berechnung verwendeter Zahlenwert

Dichte der Referenzgewicht  $\rho_{Cal}$ : (7950 ± 70) kg/m<sup>3</sup>

Auftriebskorrektur  $\delta m_B$ : 2,762 × 10<sup>-8</sup> m<sub>N</sub>

Die berechnete Auftriebskorrektur  $\delta m_B$  der Lasten  $m_{ref}$  gemäß Formel (4.2.4-4) ist vernachlässigbar, da die relative Auflösung der Waage in der Größenordnung von 10<sup>-4</sup> liegt und somit wesentlich größer ist als die Auftriebskorrektur. Es gilt obige Tabelle.

## H2.3/B Abweichungen der Anzeige und zugehörige Messunsicherheiten (Budget zugehöriger Messunsicherheiten)

Bedingungen, die beiden Optionen gemein sind:

- Die Messunsicherheit der Abweichung bei Null umfasst lediglich die Messunsicherheit der Anzeige bei Betrieb ohne Last (Teilungswert  $d_0 = d_1 = 2$  g) und die Wiederholbarkeit  $s$ . Die Messunsicherheit der Anzeige bei Belastung wird bei Null nicht berücksichtigt.
- Bei der Kalibrierung wird die außermittige Belastung gemäß (7.1.1-10) berücksichtigt.
- Die Abweichung der Anzeige wird hergeleitet, indem der nominale Gewichtswert als Referenzwert benutzt wird; deshalb werden die maximal zulässigen Abweichungen ( $mpe$ ) der Prüfgewichte zur Herleitung des durch das Referenzgewicht bedingten Messunsicherheitsbeitrags herangezogen:  $u(\delta m_c)$  wird als  $u(\delta m_c) = Tol/\sqrt{3}$  gemäß Formel (7.1.2-3) berechnet.
- Die mittlere Drift der Gewichte, die bei 2 Rekalibrierungen im zweijährlichem Abstand beobachtet wurde, betrug  $|D| \leq mpe/2$ . Deshalb wurde der durch die Drift der Gewichte bedingte Messunsicherheitsbeitrag als  $u(\delta m_D) = mpe/2\sqrt{3}$  festgelegt. Dies entspricht einem  $k_D$ -Faktor von 1,5 (unter Annahme des Worst-Case-Szenarios  $U = mpe / 3$ ).
- Die Gewichte werden mit einer Resttemperaturdifferenz von 2 K zur Umgebungstemperatur akklimatisiert.
- Die Freiheitsgrade zur Berechnung des Erweiterungsfaktors  $k$  werden gemäß Anhang B3 und Tabelle G.2 in [1] hergeleitet. Im Beispiel ist der Einfluss der Messunsicherheit der aus 5 Messungen bestehenden Wiederholbarkeitsmessung von Bedeutung.
- Die Angabe der relativen Messunsicherheit  $U(E)_{rel} = U(E)/m_{ref}$  ist nicht obligatorisch, dient aber zur Darstellung der Merkmale der Messunsicherheiten.

Messunsicherheitsbudget für Option 1 (eine Auftriebskorrektur für die Abweichung der Ablesungen wird nicht vorgenommen)

Zusätzliche Bedingung:

Die Waage wird unmittelbar vor Kalibrierung justiert. Das Verfahren gemäß Option 1 wird verwendet, ohne Angaben zur Luftdichte. Daher wird Formel (7.1.2-5c) für die durch den Luftauftrieb bedingte Messunsicherheit verwendet.

Größe oder Einfluss	Last, Anzeige und Abweichung in g					Formel
	Messunsicherheiten in g					
Last $m_{\text{ref}}(m_N) / \text{g}$	0	10 000	20 000	40 000	60 000	
Anzeige $I / \text{g}$	0	10 000	20 000	40 000	60 000	
Abweichung der Anzeige $E / \text{g}$	0	0	0	0	0	7.1-1
Wiederholbarkeit $u(\delta_{\text{rep}}) / \text{g}$	0,894		2,236			7.1.1-5
Auflösung $u(\delta_{\text{dig0}}) / \text{g}$	0,577					7.1.1-2a
Auflösung $u(\delta_{\text{digL}}) / \text{g}$	0,000	0,577	1,443	2,887	2,887	7.1.1-3a
Außermittige Belastung $u(\delta_{\text{ecc}}) / \text{g}$	0,000	0,722	1,443	2,887	4,330	7.1.1-10
Messunsicherheit der Anzeige $u(I) / \text{g}$	1,065	1,410	3,082	4,690	5,694	7.1.1-12
Lasten $m_N / \text{g}$	0	10 000	20 000	20 000 20 000	20 000 20 000 20 000	
Gewichte $u(\delta m_c) / \text{g}$	0,000	0,092	0,173	0,346	0,554	7.1.2-3
Drift $u(\delta m_D) / \text{g}$	0,000	0,046	0,087	0,173	0,277	7.1.2-11
Auftrieb $u(\delta m_B) / \text{g}$	0,000	0,023	0,043	0,087	0,139	7.1.2-5c
Konvektion $u(\delta m_{\text{conv}}) / \text{g}$	In diesem Fall nicht relevant (nur relevant für $F_1$ und höher).					7.1.2-13
Messunsicherheit des Referenzgewichts $u(m_{\text{ref}}) / \text{g}$	0,000	0,106	0,198	0,397	0,635	7.1.2-14
Standardmessunsicherheit der Abweichung $u(E) / \text{g}$	1,065	1,414	3,089	4,707	5,739	7.1.3-1a
$\nu_{\text{eff}}$ (Freiheitsgrade)	8	25	14	78	172	B3-1
$k$ (95,45 %)	2,37	2,11	2,20	2,05	2,025	[1],
$U(E) = k u(E) / \text{g}$	2,523	2,983	6,795	9,650	11,601	7.3-1
$U_{\text{rel}}(E) / \%$	----	0,0298	0,0340	0,0241	0,0193	

Es wäre zulässig, im Kalibrierschein lediglich den größten Wert der erweiterten Messunsicherheit für alle angezeigten Abweichungen der Anzeige anzugeben:  $U(E) = 11,601 \text{ g}$ , ausgehend davon, dass  $k = 2,025$  und versehen mit dem Hinweis, dass die Überdeckungswahrscheinlichkeit mindestens 95 % beträgt.

Im Kalibrierschein muss der Nutzer darauf hingewiesen werden, dass die im Kalibrierschein angegebene erweiterte Messunsicherheit nur dann anwendbar ist, wenn die Abweichung  $E$  berücksichtigt wird.

Messunsicherheitsbudget für Option 2 (eine Auftriebskorrektur für die Abweichung der Ablesungen wird vorgenommen)

Zusätzliche Bedingung:

Die Waage wird unmittelbar vor der Kalibrierung justiert. Das Verfahren gemäß Option 2 wird angewendet, wobei die Bestimmung der Luftdichte und Auftriebskorrektur

berücksichtigt wird. Für die durch den Luftauftrieb bedingte Messunsicherheit wird daher Formel (7.1.2-5a) verwendet.

Da unmittelbar vor der Kalibrierung eine Justierung durchgeführt wurde, müssen die erwarteten Maximalwerte für die Druck-, Temperatur- und Feuchteänderungen, die am Aufstellort der Waage auftreten können, nicht berücksichtigt werden – im Gegensatz zu dem Szenario, in dem die Justierung unabhängig von der Kalibrierung durchgeführt wurde. Der einzige Faktor, der einen Beitrag zur Standardmessunsicherheit der Luftdichte leistet, entstammt der Messunsicherheit bei der Messung der Umweltparameter.

Die folgenden Zahlenwerte werden zur Berechnung der relativen Messunsicherheit der Auftriebskorrektur genutzt, unter Verwendung der Formel (7.1.2-5a):

$$\begin{aligned} \text{Luftdichte } \rho_{\text{aCal}}: & 1,165 \text{ kg/m}^3 \\ \text{Dichte der Referenzgewicht } \rho_{\text{Cal}}: & (7950 \pm 70) \text{ kg/m}^3 \end{aligned}$$

Darüber hinaus werden die folgenden Messunsicherheiten für die Temperatur-, Druck- und Feuchtemessung zur Berechnung der relativen Messunsicherheit der Luftdichte gemäß (A3-1) herangezogen:

$$\begin{aligned} u(T) &= 0,2 \text{ K} \\ u(p) &= 50 \text{ Pa} \\ u(RH) &= 1 \% \end{aligned}$$

Dies führt zu  $\frac{u(\rho_a)}{\rho_a} = 9,77 \times 10^{-4}$ , und  $u(\rho_a) = 0,00114 \text{ kg/m}^3$ .

Die Formel (7.1.2-5a) führt zu einer relativen Messunsicherheit der Auftriebskorrektur von  $u_{\text{rel}}(\delta m_B) = 3,892 \times 10^{-8}$ .

Im Vergleich zu den anderen Beiträgen zur Messunsicherheit des Referenzgewichtes ist die relative Messunsicherheit der Auftriebskorrektur vernachlässigbar.

Dieses Beispiel hat gezeigt, dass sowohl die berechnete Korrektur der Abweichung  $\delta m_B$  als auch die berechnete relative Messunsicherheit der Auftriebskorrektur  $u_{\text{rel}}(\delta m_B)$  vernachlässigbar sind. Dies führt zu einem aktualisierten Messunsicherheitsbudget:

Größe oder Einfluss	Last, Anzeige und Abweichung in g Messunsicherheiten in g					Formel
	0	10 000	20 000	40 000	60 000	
Last $m_{\text{ref}}(m_{\text{N}}) / \text{g}$	0	10 000	20 000	40 000	60 000	
Korrektur $\delta m_{\text{B}} / \text{g}$	0	0	0	0	0	4.2.4-4
Anzeige $I / \text{g}$	0	10 000	20 000	40 000	60 000	
Abweichung der Anzeige $E / \text{g}$	0	0	0	0	0	7.1-1
Wiederholbarkeit $u(\delta l_{\text{rep}}) / \text{g}$	0,894		2,236			7.1.1-5
Auflösung $u(\delta l_{\text{dig0}}) / \text{g}$	0,577					7.1.1-2a
Auflösung $u(\delta l_{\text{digL}}) / \text{g}$	0,000	0,577	1,443	2,887	2,887	7.1.1-3a
Außermittige Belastung $u(\delta l_{\text{ecc}}) / \text{g}$	0,000	0,722	1,443	2,887	4,330	7.1.1-10
Messunsicherheit der Anzeige $u(I) / \text{g}$	1,065	1,410	3,082	4,690	5,694	7.1.1-12
Lasten $m_{\text{N}} / \text{g}$	0	10 000	20 000	20 000 20 000 20 000	20 000 20 000 20 000	
Gewichte $u(\delta m_{\text{c}}) / \text{g}$	0,000	0,092	0,173	0,346	0,554	7.1.2-3
Drift $u(\delta m_{\text{D}}) / \text{g}$	0,000	0,046	0,087	0,173	0,277	7.1.2-11
Auftrieb $u(\delta m_{\text{B}}) / \text{g}$	0,000	0,000	0,001	0,001	0,002	7.1.2-5c
Konvektion $u(\delta m_{\text{conv}}) / \text{g}$	In diesem Fall nicht relevant (nur relevant für $F_1$ und höher).					7.1.2-13
Messunsicherheit des Referenzgewichts $u(m_{\text{ref}}) / \text{g}$	0,000	0,103	0,194	0,387	0,620	7.1.2-14
Standardmessunsicherheit der Abweichung $u(E) / \text{g}$	1,065	1,414	3,089	4,706	5,727	7.1.3-1a
$\nu_{\text{eff}}$ (Freiheitsgrade)	8	25	14	78	172	B3-1
$k$ (95,45 %)	2,37	2,11	2,20	2,05	2,025	[1]
$U(E) = k u(E) / \text{g}$	2,523	2,983	6,794	9,648	11,598	7.3-1
$U_{\text{rel}}(E) / \%$	----	0,0301	0,0340	0,0241	0,0193	

Die erweiterten Messunsicherheiten der Abweichung sind bei Verwendung des Standardverfahrens und bei Verwendung der Option nahezu identisch, da die Messunsicherheit des Referenzgewichts  $u(m_{\text{ref}})$  im Vergleich zur Messunsicherheit der Anzeige  $u(I)$  sehr klein ist. Die Bestimmung des Drucks und der Luftfeuchte vor Ort, die zur Bestimmung der Auftriebskorrektur dient und den auftriebsbedingten Messunsicherheitsbeitrag minimieren soll, trägt in diesem Beispiel nicht wesentlich zur Verbesserung der Kalibrierergebnisse bei.

## H2.4/B Unsicherheit eines Wägeregebnisses (für Option 1)

Wie in Abschnitt 7.4. dargelegt, können die folgenden Angaben vom Kalibrierlaboratorium oder Waagennutzer erstellt werden. Abgesehen von der angenäherten Abweichung der Anzeige und der Messunsicherheit der angenäherten Abweichung, die Teil des Kalibrierscheins sein können, dürfen die Ergebnisse nicht Bestandteil des Kalibrierscheins sein. Die Angaben zur Messunsicherheit eines Wägeregebnisses werden normalerweise als Anhang zum Kalibrierschein oder aber anderweitig präsentiert, sofern die Inhalte klar von den Kalibrierergebnissen getrennt sind.

Zu den angenommenen oder vom Nutzer spezifizierten normalen Anwendungsbedingungen der Waage zählen:

- Eine eingebaute Justiervorrichtung ist vorhanden und aktiviert ( $\Delta T \geq 3 \text{ K}$ )
- Änderungen der Raumtemperatur:  $\Delta T = 10 \text{ K}$
- Die Tara-Ausgleichsfunktion wird betätigt.
- Die Lasten sind nicht immer genau mittig positioniert.

Die Messunsicherheit eines Wäageergebnisses wird unter Verwendung einer linearen Näherung der Abweichung der Anzeige gemäß (C2.2-16) abgeleitet.

Die Messunsicherheit eines Wäageergebnisses ist lediglich für Option 1 (ohne Auftriebskorrektur für die Abweichung der Ablesungen) dargestellt. Zwischen den beiden Optionen unterscheiden sich die angenäherte Abweichung der Anzeige gemäß (C2.2-16) und die Messunsicherheit der angenäherten Abweichung der Anzeige gemäß (C2.2-16d) nur unwesentlich, da sich die Abweichungen der zugrundeliegenden Gewichtungsfaktoren ( $p_j = 1/u^2(E_j)$ ) lediglich im Promillebereich bewegen, und die Abweichungen der Anzeige der Anzeige bei beiden Optionen gleich sind (Auftriebskorrektur kleiner als die Auflösung des Instruments).

Um den Unterschied zur Anzeige der Waage ( $I$ ) während der Kalibrierung zu verdeutlichen, werden die Bezeichnungen  $R$  und  $W$  eingeführt.

$R$ : nach der Kalibrierung erzielte Ablesung beim Wiegen einer Last auf der kalibrierten Waage

$W$ : Wäageergebnis

Hinweis: In der folgenden Tabelle werden die Ablesung ( $R$ ) sowie alle Ergebnisse in g angegeben.

Größe oder Einfluss	Ablesung, Wäageergebnis und Abweichung in kg Messunsicherheiten in g oder als relativer Wert		Formel
Abweichung der Anzeige $E_{\text{appr}}(R)$ für Brutto- oder Nettoablesungen: Näherung mittels einer geraden Linie durch Null	$E_{\text{appr}}(R) = 0$		C2.2-16
<b>Messunsicherheit der angenäherten Abweichung der Anzeige</b>			
Standardmessunsicherheit der Abweichung $u(E_{\text{appr}})$	$u^2(E_{\text{appr}}) = 0 \times u^2(R) + 3,651 \times 10^{-9} R^2$		C2.2-16d
Standardmessunsicherheit der Messabweichung unter Vernachlässigung des Offsets	$u(E_{\text{appr}}) = 6,043 \times 10^{-5} R$		
<b>Messunsicherheiten durch Umwelteinflüsse</b>			
Temperaturdrift der Empfindlichkeit	$u_{\text{rel}}(\delta R_{\text{temp}}) = 1,732 \times 10^{-6}$		7.4.3-1
Auftrieb	In diesem Fall nicht relevant.		7.4.3-2
Veränderung der Justierung aufgrund von Drift	In diesem Fall nicht relevant (eingebaute Justierung aktiviert und Drift zwischen den Kalibrierungen vernachlässigbar)		7.4.3-5
<b>Betriebsbedingte Messunsicherheiten</b>			
Tara-Ausgleichsfunktion	$u_{\text{rel}}(\delta R_{\text{Tare}}) = 0$		7.4.4-5
Kriechen, Umkehrspanne (Belastungsdauer)	In diesem Fall nicht relevant (kurze Belastungsdauer).		7.4.4-9a/b
Außermittige Belastung	$u_{\text{rel}}(\delta R_{\text{ecc}}) = 1,443 \times 10^{-4}$		7.4.4-10
<b>Messunsicherheit eines Wäageergebnisses, für Teilwäagebereiche(PWI)</b>			
Standardmessunsicherheit, an den Ablesungen $u(E_{\text{appr}})$ vorzunehmende Korrekturen	PWI 1	$u(W) = \sqrt{(1,467 \text{ g}^2 + 2,449 \times 10^{-8} R^2)}$	7.4.5-1b
	PWI 2	$u(W) = \sqrt{(7,417 \text{ g}^2 + 2,449 \times 10^{-8} R^2)}$	
	PWI 3	$u(W) = \sqrt{(13,667 \text{ g}^2 + 2,449 \times 10^{-8} R^2)}$	
Erweiterte Messunsicherheit, an den Ablesungen $u(E_{\text{appr}})$ vorzunehmende Korrekturen	PWI 1	$U(W) = 2\sqrt{(1,467 \text{ g}^2 + 2,449 \times 10^{-8} R^2)}$	7.5.1-2b
	PWI 2	$U(W) = 2\sqrt{(7,417 \text{ g}^2 + 2,449 \times 10^{-8} R^2)}$	
	PWI 3	$U(W) = 2\sqrt{(13,667 \text{ g}^2 + 2,449 \times 10^{-8} R^2)}$	
Zu einer Gleichung erster Ordnung vereinfacht	PWI 1	$U(W) \approx 2,422 \text{ g} + 1,706 \times 10^{-4} R$	7.5.2-3f
	PWI 2	$U(W) \approx 6,616 \text{ g} + 2,355 \times 10^{-4} (R - 12000 \text{ g})$	
	PWI 3	$U(W) \approx 11,951 \text{ g} + 2,744 \times 10^{-4} (R - 30000 \text{ g})$	
<b>Globale Messunsicherheit eines Wäageergebnisses ohne Korrektur der Ablesungen</b>			
$U_{\text{gl}}(W) = U(W) +  E_{\text{appr}}(R) $	PWI 1	$U_{\text{gl}}(W) \approx 2,422 \text{ g} + 1,706 \times 10^{-4} R$	7.5.2-3a
	PWI 2	$U_{\text{gl}}(W) \approx 6,616 \text{ g} + 2,355 \times 10^{-4} (R - 12000 \text{ g})$	
	PWI 3	$U_{\text{gl}}(W) \approx 11,951 \text{ g} + 2,744 \times 10^{-4} (R - 30000 \text{ g})$	

Die Bedingung in Bezug auf den beobachteten Chi-Quadrat-Wert gemäß (C2.2-2a) wurde

	Richtlinie zur Kalibrierung nichtselbsttätiger Waagen <a href="https://doi.org/10.7795/550.20180928">https://doi.org/10.7795/550.20180928</a>	DKD-R 7-2	
		Ausgabe:	01/2018
		Revision:	0
		Seite:	108 / 135

mit positivem Ergebnis geprüft. Die lineare Regression wurde unter Berücksichtigung der Gewichtungsfaktoren ( $p'_j$ ) aus Gleichung (C2.2-18b) durchgeführt.

Ausgehend von der globalen Messunsicherheit kann der Mindesteinwaagewert der Waage gemäß Anhang G hergeleitet werden.

Beispiel:

Anforderung an die Wägetoleranz: 1 %

Sicherheitsfaktor: 2

Das Mindesteinwaage nach Formel (G-9), unter Verwendung der obigen Gleichung für die globale Messunsicherheit im PWI 1, beträgt 502 g; d.h. der Nutzer muss eine Nettomaterialmenge wiegen, die 502 g übersteigt, um eine relative (globale) Messunsicherheit für eine relative Wägetoleranz von 1 % und einen Sicherheitsfaktor von 2 (entspricht einer relativen Wägetoleranz von 0,5 %) zu erreichen.

### H3 Waage mit einer Höchstlast von 30 000 kg, Teilungswert 10 kg

**Vorbemerkung:**

Es wird die Kalibrierung einer Brückenwaage für Straßenfahrzeuge demonstriert. In diesem Beispiel wird das komplette Standardverfahren zur Darstellung der Messergebnisse und der dazugehörigen Messunsicherheiten gezeigt, so wie es auch von den meisten Laboratorien durchgeführt wird.

Die Lasten sollten vorzugsweise nur aus Normalgewichten bestehen, die nachweislich auf die SI-Einheit Masse rückführbar sind.

Dieses Beispiel zeigt die Verwendung von Normalgewichten und Ersatzlasten. Die zu kalibrierende Waage wird als Komparator zur Justierung der Substitutionslast genutzt, so dass diese in etwa die gleiche Anzeige hervorruft wie die entsprechende, aus Normalgewichten bestehende Last.

	Richtlinie zur Kalibrierung nichtselbsttätiger Waagen <a href="https://doi.org/10.7795/550.20180928">https://doi.org/10.7795/550.20180928</a>	DKD-R 7-2	
		Ausgabe:	01/2018
		Revision:	0
		Seite:	109 / 135

## Erster Fall: Die Einstellung der Empfindlichkeit erfolgt unabhängig von der Kalibrierung

(Waagenzustand: wie vorgefunden)

### H3.1/A Bedingungen der Kalibrierung

Waage:	<b>Elektronische nichtselbsttätige Waage, Beschreibung und Kennzeichnung</b> , mit OIML R76-Konformitätszertifikat oder EN 45501-Bauartzulassung, allerdings nicht verifiziert
<b>Höchstlast <math>Max</math> / Teilungswert <math>d</math></b>	<b>30 000 kg / 10 kg</b>
Lastaufnehmer	3 m breit, 10 m lang, 4 Auflagepunkte
Installation	Draußen, in freier Luft, im Schatten
Temperaturkoeffizient	$K_T = 2 \times 10^{-6}/K$ (Handbuch des Herstellers); lediglich notwendig zur Berechnung der Messunsicherheit eines Wägeergebnisses.
Eingebaute Justiervorrichtung	Nicht vorhanden.
Justierung mittels Kalibrator	Nicht unmittelbar vor Kalibrierung justiert.
<b>Teilungswert zur Messung</b>	<b>Höhere Auflösung (Service-Modus), <math>d_T = 1</math> kg</b>
Dauer der Messungen	Von 9 bis 13 Uhr (mit Blick auf mögliche, durch Kriechen oder Umkehrspanne verursachte Auswirkungen kann diese Information hilfreich sein)
<b>Temperatur während der Kalibrierung</b>	<b>17°C zu Beginn der Kalibrierung</b> <b>20°C am Ende der Kalibrierung</b>
<i>Luftdruck und Umgebungsbedingungen während der Kalibrierung (optional)</i>	1 010 hPa $\pm$ 5 hPa ; kein Regen, kein Wind
Lasten	Normalgewichte: <ul style="list-style-type: none"> <li>• 10 quaderförmige Normalgewichte, Gusseisen, je 1 000 kg, zertifiziert für Klasse M<sub>1</sub> Toleranz von <math>mpe = 50</math> g (OIML R111 [4])</li> </ul> Ersatzlasten aus Stahl oder Gusseisen: <ul style="list-style-type: none"> <li>• 2 Stahlcontainer gefüllt mit losem Stahl oder Gusseisen, von denen jeder <math>\approx</math> 2 000 kg wiegt;</li> <li>• 2 Stahlcontainer gefüllt mit losem Stahl oder Gusseisen, von denen jeder <math>\approx</math> 3 000 kg wiegt;</li> <li>• Anhänger zum Tragen der Normalgewichte oder Stahlcontainer, Gewicht eingestellt auf <math>\approx</math> 10 000 kg;</li> <li>• kleine Metallteile zur Justierung der Ersatzlasten.</li> </ul> Hilfsmittel zum Heben und Manövrieren der Normalgewichte und Ersatzlasten: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Gabelstapler, Gewicht <math>\approx</math> 4500 kg, Höchstlast 6 000 kg zum Bewegen von Normalgewichten und Ersatzlasten;</li> <li>• Fahrzeug mit Anhänger und Kran, Höchstlast 10 000 kg, zum Transport und Bewegen von Normalgewichten und Ersatzlasten.</li> </ul>

### H3.2/A Messungen und Ergebnisse

<b>Wiederholbarkeit</b>	<b>Last ≈ 10 420 kg:</b> Gabelstapler mit 2 Stahlcontainern, abwechselnd fortbewegt von beiden Seiten des Lastträgers, Last nach Augenmaß zentriert	<b>Last ≈ 24 160 kg:</b> <i>Beladenes Fahrzeug, abwechselnd fortbewegt von beiden Seiten des Lastträgers, Last nach Augenmaß zentriert (alternativ oder zusätzlich durchgeführt)</i>
Die in Kapitel 5.1 angegebenen Anforderungen		
Anzeige wird im unbelasteten Zustand auf Null zurückgesetzt, falls nötig	10 405 kg	24 145 kg
	10 414 kg	24 160 kg
Nach Entlastung lagen die Anzeigen der unbelasteten Waage zwischen 0 und 2 kg	10 418 kg	24 172 kg
	10 412 kg	24 152 kg
	10 418 kg	24 156 kg
	10 425 kg	24 159 kg
<b>Standardabweichung</b>	<b>s = 6,74 kg</b>	<b>s = 9,03 kg</b>

<b>Außermittige Belastung</b>	<b>Position der Last</b>	<b>Last ≈ 10 420 kg:</b> Gabelstapler mit 2 Stahlcontainern
Die in Kapitel 5.3 angegebenen Anforderungen	Mitte	10 420 kg
Anzeige wird vor Messungsbeginn auf Null gesetzt; Last wird zunächst mittig positioniert und dann auf die anderen Positionen weiterbewegt	Vorne links	10 407 kg
	Hinten links	10 435 kg
	Hinten rechts	10 433 kg
	Vorne rechts	10 413 kg
<b>Maximale Differenz zwischen der Mittelanzeige und den außermittigen Anzeigen</b> (in den vier Ecken)	$ \Delta I_{\text{ecci}} _{\text{max}}$	<b>15 kg</b>

<b>Außermittige Belastung</b> (alternativ oder zusätzlich durchgeführt mit rollenden Lasten)	<b>Position der Last</b>	<b>Last ≈ 24 160 kg:</b> schwerstes und konzentriertestes verfügbares Fahrzeug
Die in Kapitel 5.3 angegebenen Anforderungen	Links	24 160 kg
Anzeige wird vor Messungsbeginn und vor Richtungswechsel auf Null gesetzt;	Mitte	24 157 kg
	Rechts	24 181 kg
	(Richtung ändern) Rechts	24 177 kg
	Mitte	24 157 kg
	Links	24 162 kg
<b>Maximale Differenz zwischen der Mittelanzeige und den zwei außermittigen Anzeigen</b> (entlang der Längsachse)	$ \Delta I_{\text{ecci}} _{\text{max}}$	<b>24 kg</b>

### Abweichungen der Anzeige

Standardverfahren: Die in Kapitel 5.2 angegebenen Anforderungen, Gewichte sind relativ gleichmäßig verteilt.

Lasten gebildet durch Substitution, mit 10 000 kg Normalgewichten (10 Gewichte à 1000 kg) und 2 Ersatzlasten ( $L_{\text{sub1}}$  und  $L_{\text{sub2}}$ ), von der jede ungefähr 10 000 kg wiegt (der Anhänger und die Summe aus 4 Containern). Die Lasten werden einmal aufgebracht; kontinuierliche Belastung nur aufwärts. Dies kann dazu führen, dass die Ergebnisse Kriech- und Hystereseeffekte enthalten, reduziert jedoch die Menge der Lasten, die auf den Lastenträger aufzubringen bzw. vom Lastenträger zu entfernen sind.

Die Anzeigen nach Entfernen der Standardgewichte werden aufgezeichnet, Korrekturen werden aber nicht vorgenommen; alle Lasten werden in angemessener Weise rund um das Zentrum des Lastaufnehmers angeordnet.

Aufgezeichnete Anzeigen:

LAST				
Normalgewichte $m_N$	Substitutionslasten $L_{\text{sub}}$	Gesamtlast $L_T = m_N + L_{\text{sub}}$	Anzeige $I$	Messabweichung der Anzeige $E$
0 kg	0 kg	0 kg	0 kg	0 kg
5 000 kg $\frac{1}{2} m_{\text{ref}}$	0 kg	5 000 kg	5 002 kg $I(\frac{1}{2} m_{\text{ref}})$	2 kg
10 000 kg $m_{\text{ref}}$	0 kg	10 000 kg	10 010 kg $I(m_{\text{ref}})$	10 kg
0 kg	10 000 kg $L_{\text{sub1}}$	10 000 kg	10 010 kg $I(L_{\text{sub1}})$	10 kg
5 000 kg $\frac{1}{2} m_{\text{ref}}$	10 000 kg $L_{\text{sub1}}$	15 000 kg	15 015 kg $I(\frac{1}{2} m_{\text{ref}} + L_{\text{sub1}})$	15 kg
10 000 kg $m_{\text{ref}}$	10 000 kg $L_{\text{sub1}}$	20 000 kg	20 018 kg $I(m_{\text{ref}} + L_{\text{sub1}})$	18 kg
0 kg	20 010 kg $L_{\text{sub1}} + L_{\text{sub2}}$	20 010 kg	20 028 kg $I(L_{\text{sub1}} + L_{\text{sub2}})$	18 kg
5 000 kg $\frac{1}{2} m_{\text{ref}}$	20 010 kg $L_{\text{sub1}} + L_{\text{sub2}}$	25 010 kg	25 035 kg $I(\frac{1}{2} m_{\text{ref}} + L_{\text{sub1}} + L_{\text{sub2}})$	25 kg
10 000 kg $m_{\text{ref}}$	20 010 kg $L_{\text{sub1}} + L_{\text{sub2}}$	30 010 kg	30 040 kg $I(m_{\text{ref}} + L_{\text{sub1}} + L_{\text{sub2}})$	30 kg
0 kg	0 kg	0 kg	4 kg	4 kg $E_0$

Sowohl die während der Justierung herrschende Luftdichte ( $\rho_{\text{as}}$ ) als auch die Luftdichte während der Kalibrierung ( $\rho_{\text{aCal}}$ ) sind unbekannt.

Für die Abweichung der Ablesungen wird keine Auftriebskorrektur vorgenommen. Bei Verwendung von Normalgewichten der Klasse  $M_1$  wird die relative Messunsicherheit für den Auftriebseffekt gemäß (7.1.2-5d) berechnet und beträgt  $1,6 \times 10^{-5}$  (da die Waage nicht unmittelbar vor Kalibrierung justiert wird). Die Messunsicherheit ist klein genug, somit erübrigt sich eine auf Ist-Daten der Luftdichte basierende aufwendigere Berechnung dieser Messunsicherheitskomponente (die Messunsicherheit des Auftriebs ist kleiner als der Teilungswert des hochauflösenden Modus ( $d_T$ ) und somit vernachlässigbar).

Der Grenzwert der Dichte für Normalgewichte der Klasse  $M_1$  beträgt  $\rho \geq 4\,400 \text{ kg m}^{-3}$  [4]. Diese Grenze kann auch für Ersatzlasten berücksichtigt werden. In diesem Fall ist die

geschätzte relative Messunsicherheit für den Auftriebseffekt der Ersatzlasten die gleiche wie oben (für die Normalgewichte) und klein genug; eine auf Ist-Daten basierende, aufwendigere Berechnung dieser Messunsicherheitskomponente ist überflüssig.

Anmerkung: Bei der Abschätzung der Dichte von Ersatzlasten müssen auch alle inneren Hohlräume berücksichtigt werden, die zur Atmosphäre hin nicht geöffnet sind (zum Beispiel bei Tanks und ähnlichen Behältnissen). Es ist erforderlich, die Dichte einer solchen Last als Ganzes zu schätzen und nicht etwa davon auszugehen, dass sie die gleiche Dichte hat wie das Material, aus dem sie gefertigt ist.

### H3.3/A Abweichungen und zugehörige Messunsicherheiten (Budget der zugehörigen Messunsicherheiten)

Bedingungen:

- Die Messunsicherheit der Abweichung bei Null umfasst lediglich die Messunsicherheit der Anzeige bei Nichtbelastung (Teilungswert  $d = 1$  kg) und die Wiederholbarkeit ( $s$ ). Die Messunsicherheit der Anzeige bei Belastung wird bei Null nicht berücksichtigt.
- Die außermittige Belastung wird gemäß (7.1.1-10) bei der Kalibrierung berücksichtigt, da sie während der Messung auf Abweichung der Anzeige nicht auszuschließen ist. Wenn beide Messungen der außermittigen Belastung durchgeführt wurden, so ist das Ergebnis mit dem größten relativen Wert zu verwenden.
- Bei der Herleitung der Abweichung der Anzeige wird das Nominalgewicht als Referenzwert genutzt, folglich werden die maximal zulässigen Abweichungen ( $mpe$ ) der Prüfgewichte zur Herleitung des durch das Referenzgewicht bedingten Messunsicherheitsbeitrages berücksichtigt:  $u(\delta m_c)$  berechnet sich als  $u(\delta m_c) = mpe/\sqrt{3}$  gemäß Formel (7.1.2-3). Für jedes 1000 kg-Normalgewicht beträgt  $u(\delta m_c) = 50/\sqrt{3} \approx 29$  g.
- Liegen keine Informationen zur Drift vor, wird der Wert von  $D$  wie folgt gewählt:  $D = mpe$ . Gemäß Formel (7.1.2-11) gilt für jedes 1000 kg-Normalgewicht:  $mpe = \pm 50$  g und  $u(\delta m_c) = 50/\sqrt{3} \approx 29$  g.
- Die Waage wird unmittelbar vor der Kalibrierung nicht justiert. Es wird das Standardverfahren verwendet, ohne Angaben zur Luftdichte. Daher wird Formel (7.1.2-5d) für die durch den Luftauftrieb bedingte Messunsicherheit verwendet.
- Während der Kalibrierung verbleibt die Last für einen längeren Zeitraum auf dem Lastträger. Ausgehend von Kapitel 7.1.1, in dem dargelegt wird, dass zusätzliche Messunsicherheitsbeiträge gegebenenfalls zu berücksichtigen sind, werden die Kriech- und Hystereseeffekte in den Ergebnissen gemäß Formel (7.4.4-7) berechnet und in die Messunsicherheit der Anzeige einbezogen.
- Die Gewichte werden mit einer Resttemperaturdifferenz von 5 K an die Umgebungstemperatur angepasst. Die Konvektionseffekte spielen keine Rolle (in der Regel sind sie lediglich für Gewichte der Klasse  $F_1$  oder höher relevant).
- Die Freiheitsgrade für die Berechnung des Erweiterungsfaktors ( $k$ ) werden gemäß Anhang B3 und Tabelle G.2 [1] hergeleitet. Im Beispiel ist der Einfluss der Messunsicherheit des aus 6 Messungen bestehenden Wiederholbarkeitsmessung von Bedeutung.
- Die Angabe zur relativen Messunsicherheit ( $U(E)_{rel} = U(E)/m_{ref}$ ) ist nicht obligatorisch, dient aber zur Darstellung der Merkmale der Messunsicherheiten

Größe oder Einfluss	Last, Anzeige, Abweichung und Messunsicherheiten in kg					Formel
	0	5 000	10 000	10 000*)	15 000	
<b>Gesamtlast</b> $L_T = m_N + L_{subj} / \text{kg}$	0	5 000	10 000	$L_{sub1}$	15 000	
<b>Anzeige <math>I / \text{kg}</math></b>	0	5 002	10 010	10 010	15 015	
<b>Abweichung der Anzeige</b> $E / \text{kg}$	0	2	10	10	15	7.1-1
Wiederholbarkeit $u(\delta I_{rep}) / \text{kg}$	6,74					7.1.1-5
Auflösung $u(\delta I_{dig}) / \text{kg}$	0,29					7.1.1-2a
Auflösung $u(\delta I_{digL}) / \text{kg}$	0,00	0,29				7.1.1-3a
Außermittige Belastung $u(\delta I_{ecc}) / \text{kg}$	0,00	2,08	4,16	4,16	6,24	7.1.1-10
Kriechen / Umkehrspanne $u_{rel}(\delta I_{time}) / \text{kg}$	0,00	0,38	0,77	0,77	1,16	7.4.4-7
Messunsicherheit der Anzeige $u(I) / \text{kg}$	6,75	7,08	7,97	7,97	9,27	7.1.1-12
<b>Normalgewichte <math>m_N / \text{kg}</math></b>	0	5 000	10 000	0	5 000	
Messunsicherheit $u(\delta m_c) / \text{kg}$	0,00	0,14	0,29	0,00	0,14	7.1.2-3
Drift $u(\delta m_D) / \text{kg}$	0,00	0,14	0,29	0,00	0,14	7.1.2-11
Auftrieb $u(\delta m_B) / \text{kg}$	0,00	0,08	0,16	0,00	0,08	7.1.2-5d
Konvektion $u(\delta m_{conv}) / \text{kg}$	In diesem Fall nicht relevant					7.1.2-13
Messunsicherheit des Referenzgewichts $u(m_{ref}) / \text{kg}$	0,00	0,22	0,44	0,00	0,22	7.1.2-14
<b>Ersatzlasten <math>L_{subj} / \text{kg}</math></b>	0	0	0	10 000 $L_{sub1} = m_{ref} + \Delta I_1$	10 000 $L_{sub1}$	
Messunsicherheit $u(L_{subj}) / \text{kg}$	0,00	0,00	0,00	11,28	11,28	7.1.2-15b
Auftrieb $u(\delta m_B) / \text{kg}$	0,00	0,00	0,00	0,16	0,16	7.1.2-5d
Konvektion $u(\delta m_{conv}) / \text{kg}$	In diesem Fall nicht relevant					
Messunsicherheit der Ersatzlasten $u(L_{subj}) / \text{kg}$	0,00	0,00	0,00	11,28	11,28	7.1.2-15b 7.1.2-14
Standardmessunsicherheit der Abweichung $u(E) / \text{kg}$	6,75	7,08	7,98	-----	14,60	7.1.3-1c
$\nu_{eff}$ (Freiheitsgrade)	5	6	9	-----	109	B3-1
<b><math>k</math> (95,45 %)</b>	<b>2,65</b>	<b>2,52</b>	<b>2,32</b>	-----	<b>2,02</b>	[1]
<b><math>U(E) = ku(E) / \text{kg}</math></b>	<b>18</b>	<b>18</b>	<b>19</b>	-----	<b>29</b>	7.3-1
$U_{rel}(E) / \%$	----	0,36	0,19	-----	0,20	

(fortlaufend)

Größe oder Einfluss	Last, Anzeige, Abweichung und Messunsicherheiten in kg				Formel
	20 000	20 010 <sup>*)</sup>	25 010	30 010	
<b>Gesamtlast</b> $L_T = m_N + L_{subj} / \text{kg}$	$m_{ref2} + L_{sub2}$				
<b>Anzeige <math>I / \text{kg}</math></b>	20 018 $I(m_{ref2} + L_{sub2})$	20 028 $I(L_{sub1} + L_{sub2})$	25 035	30 040	
<b>Abweichung der Anzeige <math>E / \text{kg}</math></b>	18	18 $\Delta I_2 = 10$	25	30	7.1-1
Wiederholbarkeit $u(\delta l_{rep}) / \text{kg}$	6,74				7.1.1-5
Auflösung $u(\delta l_{dig0}) / \text{kg}$	0,29				7.1.1-2a
Auflösung $u(\delta l_{digL}) / \text{kg}$	0,29				7.1.1-3a
Außermittige Belastung $u(\delta l_{ecc}) / \text{kg}$	8,32	8,32	10,40	12,48	7.1.1-10
Kriechen / Umkehrspanne $u_{rel}(\delta t_{time}) / \text{kg}$	1,54	1,54	1,93	2,31	7.4.4-7
Messunsicherheit der Anzeige $u(I) / \text{kg}$	10,82	10,82	12,54	14,38	7.1.1-12
<b>Normalgewichte <math>m_N / \text{kg}</math></b>	10 000	0	5 000	10 000	
Messunsicherheit $u(\delta m_c) / \text{kg}$	0,29	0,00	0,14	0,29	7.1.2-3
Drift $u(\delta m_D) / \text{kg}$	0,29	0,00	0,14	0,29	7.1.2-11
Auftrieb $u(\delta m_B) / \text{kg}$	0,16	0,00	0,08	0,16	7.1.2-5d
Konvektion $u(\delta m_{conv}) / \text{kg}$	In diesem Fall nicht relevant				7.1.2-13
Messunsicherheit der Referenzgewicht $u(m_{ref}) / \text{kg}$	0,44	0,00	0,22	0,44	7.1.2-14
<b>Ersatzlasten <math>L_{subj} / \text{kg}</math></b>	10 000 $L_{sub1}$	20 010 $L_{sub1} + L_{sub2} = 2m_{ref1} + \Delta I_2$	20 010 $L_{sub1} + L_{sub2}$	20 010 $L_{sub1} + L_{sub2}$	
Messunsicherheit $u(L_{subj}) / \text{kg}$	11,28	19,02	19,02	19,02	7.1.2-15b
Auftrieb $u(\delta m_B) / \text{kg}$	0,16	0,32	0,32	0,32	7.1.2-5d
Konvektion $u(\delta m_{conv}) / \text{kg}$	In diesem Fall nicht relevant				
Messunsicherheit der Ersatzlasten $u(L_{subj}) / \text{kg}$	11,28	19,02	19,02	19,02	7.1.2-15b 7.1.2-14
Standardmessunsicherheit der Abweichung $u(E) / \text{kg}$	15,64	-----	22,79	23,85	7.1.3-1c
$\nu_{eff}$ (Freiheitsgrade)	144	-----	653	783	B3-1
<b><math>k</math> (95,45 %)</b>	2,02	-----	2,00	2,00	[1]
<b><math>U(E) = ku(E) / \text{kg}</math></b>	32	-----	46	48	7.3-1
$U_{rel}(E) / \%$	0,16	-----	0,18	0,16	

\*) Die in dieser Spalte aufgeführten Werte (für denselben Gesamtlastwert wie in der vorhergehenden Spalte, nachdem die Normalgewichte durch Ersatzlasten ersetzt wurden) werden nicht im Kalibrierschein angegeben, aber in den folgenden Spalten verwendet. Damit dies nicht vergessen wird, wird in dieser Spalte keine Fettschrift verwendet und die letzten 5 Zellen bleiben leer.

Es wäre zulässig, im Kalibrierschein lediglich den größten Wert der erweiterten Messunsicherheit für alle angezeigten Abweichungen der Anzeige anzugeben:  $u(E) = 48 \text{ kg}$ , ausgehend davon, dass  $k = 2$  und versehen mit dem Hinweis, dass die

	Richtlinie zur Kalibrierung nichtselbsttätiger Waagen <a href="https://doi.org/10.7795/550.20180928">https://doi.org/10.7795/550.20180928</a>	DKD-R 7-2	
		Ausgabe:	01/2018
		Revision:	0
		Seite:	115 / 135

Überdeckungswahrscheinlichkeit mindestens 95 % beträgt.

Im Kalibrierschein sollte der Nutzer darauf hingewiesen werden, dass die im Kalibrierschein angegebene erweiterte Messunsicherheit nur dann anzuwenden ist, wenn die Abweichung ( $E$ ) berücksichtigt wird.

### H3.4/A Messunsicherheit eines Wäageergebnisses

Wie in Abschnitt 7.4. dargelegt, können die folgenden Angaben vom Kalibrierlaboratorium oder Waagennutzer erstellt werden. Abgesehen von der angenäherten Abweichung der Anzeige und der Messunsicherheit der angenäherten Abweichung, die Teil des Kalibrierscheins sein können, dürfen die Ergebnisse nicht Bestandteil des Kalibrierscheins sein. Die Angaben zur Messunsicherheit eines Wäageergebnisses werden normalerweise als Anhang zum Kalibrierschein oder aber anderweitig präsentiert, sofern die Inhalte klar von den Kalibrierergebnissen getrennt sind.

Zu den angenommenen oder vom Nutzer spezifizierten normalen Anwendungsbedingungen der Waage zählen:

Änderungen der Temperatur:  $\Delta T = 40$  K  
Die Lasten sind nicht immer genau mittig positioniert  
Die Tara-Ausgleichsfunktion wird betätigt  
Belastungsdauer: normal, was bedeutet, dass sie kürzer ist als bei der Kalibrierung  
Ablösungen in normaler Auflösung,  $d = 10$  kg

Bei 30 000 kg beträgt die Abweichung der Anzeige 30 kg und dieser Wert wird bei der durch die Drift bedingten Veränderung bei der Justierung berücksichtigt.

Um den Unterschied zur Anzeige der Waage ( $I$ ) während der Kalibrierung zu verdeutlichen, werden die Bezeichnungen  $R$  und  $W$  eingeführt.

$R$ : nach der Kalibrierung erzielte Ablesung beim Wiegen einer Last auf der kalibrierten Waage

$W$ : Wäageergebnis

Hinweis: In der folgenden Tabelle werden die Ablesung ( $R$ ) sowie alle Ergebnisse in kg angegeben.

Größe oder Einfluss	Ableseung, Wägeregebnis und Abweichung in kg Messunsicherheiten in g oder als relativer Wert	Formel
Abweichung der Anzeige $E_{\text{appr}}(R)$ für Brutto- oder Nettoablesungen: Näherung mittels einer geraden Linie durch Null	$E_{\text{appr}}(R) = 9,379 \times 10^{-4} R$	C2.2-16
<b>Messunsicherheit der angenäherten Abweichung der Anzeige</b>		
Standardmessunsicher- heit der Abweichung $u(E_{\text{appr}})$	$u(E_{\text{appr}}) = \sqrt{8,797 \times 10^{-7} u^2(R) + 1,316 \times 10^{-7} R^2}$	C2.2-16d
Standardmessunsicher- heit der Abweichung unter Vernachlässigung des Offsets	$u(E_{\text{appr}}) = 3,627 \times 10^{-4} R$	
<b>Messunsicherheiten durch Umwelteinflüsse</b>		
Temperaturdrift der Empfindlichkeit	$u_{\text{rel}}(\delta R_{\text{temp}}) = \frac{2 \times 10^{-6} \times 40}{\sqrt{12}} = 2,309 \times 10^{-5}$	7.4.3-1
Auftrieb	In diesem Fall nicht relevant.	7.4.3-3
Veränderung bei Justierung aufgrund von Drift (Veränderung von $E(\text{Max})$ über 1 Jahr = 30 kg)	$u_{\text{rel}}(\delta R_{\text{adj}}) =  30  / (30000\sqrt{3}) = 5,774 \times 10^{-4}$	7.4.3-6
<b>Betriebsbedingte Messunsicherheiten</b>		
Tara-Ausgleichsfunktion	$u_{\text{rel}}(\delta R_{\text{Tare}}) = 3,457 \times 10^{-4}$	7.4.4-5
Kriechen, Umkehrspanne (Belastungsdauer)	In diesem Fall nicht relevant (kurze Belastungsdauer).	7.4.4-7
Außermittige Belastung	$u_{\text{rel}}(\delta R_{\text{ecc}}) = 8,311 \times 10^{-4}$	7.4.4-10
<b>Messunsicherheit eines Wägeregebnisses</b>		
Standardmessunsicher- heit, an den Ableseungen $E_{\text{appr}}$ vorzunehmende Korrekturen	$u(W) = \sqrt{(62,133 \text{ kg}^2 + 1,276 \times 10^{-6} R^2)}$	7.4.5-1a 7.4.5-1b
Erweiterte Messunsicherheit, an den Ableseungen $E_{\text{appr}}$ vorzunehmende Korrekturen	$U(W) = 2\sqrt{(62,133 \text{ kg}^2 + 1,276 \times 10^{-6} R^2)}$	7.5.1-2b
zu einer Gleichung erster Ordnung vereinfacht	$U(W) \approx 16 \text{ kg} + 1,79 \times 10^{-3} R$	7.5.2-3d
<b>Globale Messunsicherheit eines Wägeregebnisses ohne Korrektur der Ableseungen</b>		
$U_{\text{gl}}(W) = U(W) +  E_{\text{appr}}(R) $	$U_{\text{gl}}(W) \approx 16 \text{ kg} + 2,73 \times 10^{-3} R$	7.5.2-3a

Die Bedingung in Bezug auf den beobachteten Chi-Quadrat-Wert gemäß (C2.2-2a) wurde mit positivem Ergebnis geprüft. Die lineare Regression berücksichtigt die Gewichtungsfaktoren ( $p'_j$ ), Gleichung (C2.2-18b).

Ausgehend von der globalen Messunsicherheit kann der Mindesteinwaagewert für die Waage gemäß Anhang G abgeleitet werden.

	Richtlinie zur Kalibrierung nichtselbsttätiger Waagen <a href="https://doi.org/10.7795/550.20180928">https://doi.org/10.7795/550.20180928</a>	DKD-R 7-2	
		Ausgabe:	01/2018
		Revision:	0
		Seite:	117 / 135

Beispiel:

Anforderung an die Wägetoleranz: 1 %

Sicherheitsfaktor: 1

Die Mindestwaage gemäß Formel (G-9), unter Verwendung der obigen Gleichung für die globale Messunsicherheit, beträgt 2 169 kg; d.h. die vom Nutzer zu wiegende Nettomaterialmenge muss mehr als 2 169 kg betragen, um eine relative (globale) Messunsicherheit für eine Wägetoleranzanforderung von 1 % und einen Sicherheitsfaktor von 1 zu erzielen.

Ist ein Sicherheitsfaktor enthalten, so kann für diesen die Stufe 2 gewählt werden. Aufgrund der großen globalen Messunsicherheit ist ein höherer Sicherheitsfaktor unter Umständen nicht realisierbar.

Die Mindestwaage gemäß Formel (G-9), unter Verwendung der obigen Gleichung für die globale Messunsicherheit, beträgt 6 950 kg; d.h. die vom Nutzer zu wiegende Nettomaterialmenge muss mehr als 6 950 kg betragen, um eine relative (globale) Messunsicherheit für eine Wägetoleranzanforderung von 1 % und einen Sicherheitsfaktor von 2 zu erzielen (entspricht einer relativen Wägetoleranz von 0,50 %).

	Richtlinie zur Kalibrierung nichtselbsttätiger Waagen <a href="https://doi.org/10.7795/550.20180928">https://doi.org/10.7795/550.20180928</a>	DKD-R 7-2	
		Ausgabe:	01/2018
		Revision:	0
		Seite:	118 / 135

### Zweiter Fall: Die Einstellung der Empfindlichkeit wird unmittelbar vor Kalibrierung vorgenommen

(Zuvor wurden an der Waage Reparatur- und Wartungsarbeiten durchgeführt)

#### H3.1/B Bedingungen der Kalibrierung

Waage:	<b>Elektronische nichtselbsttätige Waage, Beschreibung und Kennzeichnung</b> , mit OIML R76-Konformitätszertifikat oder EN 45501-Bauartzulassung, allerdings nicht verifiziert
<b>Höchstlast <math>M_{max}</math> / Teilungswert <math>d</math></b>	<b>30 000 kg / 10 kg</b>
Lastaufnehmer	3 m breit, 10 m lang, 4 Auflagepunkte
Installation	Draußen, in freier Luft, im Schatten
Temperaturkoeffizient	$K_T = 2 \times 10^{-6}/K$ (Handbuch des Herstellers); lediglich notwendig zur Berechnung der Messunsicherheit eines Wäageergebnisses.
Eingebaute Justiervorrichtung	Nicht vorhanden.
Justierung mittels Kalibrator	Unmittelbar vor Kalibrierung justiert.
<b>Für die Messungen verwendeter Teilungswert</b>	<b>Höhere Auflösung (Service-Modus), <math>d_T = 1</math> kg</b>
Dauer der Messungen	Von 14h bis 18h
<b>Temperatur während der Kalibrierung</b>	<b>22°C zu Beginn der Kalibrierung 18°C am Ende der Kalibrierung</b>
<i>Luftdruck während der Kalibrierung</i>	<i>1 010 hPa <math>\pm</math> 5 hPa; kein Regen, kein Wind</i>
Lasten	Normalgewichte: <ul style="list-style-type: none"> <li>• 10 quaderförmige Normalgewichte, Gusseisen, je 1 000 kg, zertifiziert für Klasse M<sub>1</sub> Toleranz von <math>mpe = 50</math> g (OIML R111 [4])</li> </ul> Substitutionslasten aus Stahl oder Gusseisen: <ul style="list-style-type: none"> <li>• 2 Stahlcontainer gefüllt mit losem Stahl oder Gusseisen, von denen jeder <math>\approx</math> 2 000 kg wiegt;</li> <li>• 2 Stahlcontainer gefüllt mit losem Stahl oder Gusseisen, von denen jeder <math>\approx</math> 3 000 kg wiegt;</li> <li>• Anhänger zum Tragen der Normalgewichte oder Stahlcontainer, Gewicht eingestellt auf <math>\approx</math> 10 000 kg;</li> <li>• kleine Metallteile zur Justierung der Ersatzlasten.</li> </ul> Hilfsmittel zum Heben und Manövrieren der Normalgewichte und Ersatzlasten: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Gabelstapler, Gewicht <math>\approx</math> 4 500 kg, Höchstlast 6 000 kg zum Bewegen von Normalgewichten und Ersatzlasten;</li> <li>• Fahrzeug mit Anhänger und Kran, Höchstlast 10 000 kg, zum Transport und Bewegen von Normalgewichten und Ersatzlasten.</li> </ul>

### H3.2/B Messungen und Ergebnisse

<p><b>Wiederholbarkeit</b></p> <p>Die in Kapitel 5.1 angegebenen Anforderungen</p> <p>Anzeige wird bei Betrieb ohne Last auf Null zurückgesetzt, falls nötig</p> <p>Nach Entlastung lagen die Anzeigen der unbelasteten Waage zwischen 0 und 2 kg</p>	<p><b>Last ≈ 10 420 kg:</b> Gabelstapler mit 2 Stahlcontainern (oder der leere Anhänger), abwechselnd fortbewegt von beiden Seiten des Lastträgers, Last nach Augenmaß zentriert</p>	<p><b>Last ≈ 24 160 kg:</b> Beladenes Fahrzeug (oder beladener Anhänger), abwechselnd fortbewegt von beiden Seiten des Lastträgers, Last nach Augenmaß zentriert (alternativ oder zusätzlich durchgeführt)</p>
	10 415 kg	24 155 kg
	10 418 kg	24 160 kg
	10 422 kg	24 162 kg
	10 416 kg	24 152 kg
	10 422 kg	24 156 kg
	10 419 kg	24 159 kg
<b>Standardabweichung</b>	<b>s = 2,94 kg</b>	<b>s = 3,67 kg</b>

<p><b>Außermittige Belastung</b></p> <p>Die in Kapitel 5.3 angegebenen Anforderungen</p> <p>Anzeige wird vor Messungsbeginn auf Null gesetzt; Last wird zunächst mittig positioniert und dann auf die anderen Positionen weiterbewegt</p>	<b>Position der Last</b>	<b>Last ≈ 10 420 kg:</b> Gabelstapler mit 2 Stahlcontainern
	Mitte	10 420 kg
	Vorne links	10 417 kg
	Hinten links	10 423 kg
	Hinten rechts	10 425 kg
	Vorne rechts	10 425 kg
<b>Maximale Differenz zwischen der Mittelanzeige und den außermittigen Anzeigen (in den vier Ecken)</b>	$ \Delta_{\text{ecci}} _{\text{max}}$	<b>5 kg</b>

<p><b>Außermittige Belastung (alternativ oder zusätzlich durchgeführt mit rollenden Lasten)</b></p> <p>Die in Kapitel 5.3 angegebenen Anforderungen</p> <p>Anzeige wird vor Messungsbeginn und vor Richtungswechsel auf Null gesetzt;</p>	<b>Position der Last</b>	<b>Last ≈ 24 160 kg:</b> das schwerste und konzentrierteste verfügbare Fahrzeug
	Links	24 151 kg
	Mitte	24 160 kg
	Rechts	24 169 kg
	(Richtung ändern) Rechts	24 167 kg
	Mitte	24 160 kg
	Links	24 150 kg
<b>Maximale Differenz zwischen der Mittelanzeige und den zwei außermittigen Anzeigen (entlang der Längsachse)</b>	$ \Delta_{\text{ecci}} _{\text{max}}$	<b>10 kg</b>

### Abweichungen der Anzeige

Standardverfahren: Die in Kapitel 5.2 angegebenen Anforderungen, Gewichte sind relativ gleichmäßig verteilt.

Lasten gebildet durch Substitution, mit 10 000 kg Normalgewichten (10 Gewichte à 1000 kg) und 2 Ersatzlasten ( $L_{\text{sub1}}$  und  $L_{\text{sub2}}$ ), von der jede ungefähr 10 000 kg wiegt (der Anhänger und die Summe aus 4 Containern). Die Lasten werden einmal aufgebracht; kontinuierliche Belastung nur aufwärts. Dies kann dazu führen, dass die Ergebnisse Kriech- und Hystereseeffekte enthalten, reduziert jedoch die Menge der Lasten, die auf den Lastenträger aufzubringen bzw. vom Lastenträger zu entfernen sind.

Die Anzeigen nach Entfernen der Normalgewichte werden aufgezeichnet, Korrekturen werden aber nicht vorgenommen; alle Lasten werden in angemessener Weise rund um das Zentrum des Lastaufnehmers angeordnet.

Aufgezeichnete Anzeigen:

LAST				
Normalgewichte $m_N$	Substitutionslasten $L_{\text{sub}}$	Gesamtlast $L_T = m_N + L_{\text{sub}}$	Anzeige $I$	Messabweichung der Anzeige $E$
0 kg	0 kg	0 kg	0 kg	0 kg
5 000 kg $\frac{1}{2} m_{\text{ref}}$	0 kg	5 000 kg	5 002 kg $I(\frac{1}{2} m_{\text{ref}})$	2 kg
10 000 kg $m_{\text{ref}}$	0 kg	10 000 kg	10 005 kg $I(m_{\text{ref}})$	5 kg
0 kg	10 000 kg $L_{\text{sub1}}$	10 000 kg	10 005 kg $I(L_{\text{sub1}})$	5 kg
5 000 kg $\frac{1}{2} m_{\text{ref}}$	10 000 kg $L_{\text{sub1}}$	15 000 kg	15 007 kg $I(\frac{1}{2} m_{\text{ref}} + L_{\text{sub1}})$	7 kg
10 000 kg $m_{\text{ref}}$	10 000 kg $L_{\text{sub1}}$	20 000 kg	20 008 kg $I(m_{\text{ref}} + L_{\text{sub1}})$	8 kg
0 kg	20 010 kg $L_{\text{sub1}} + L_{\text{sub2}}$	20 010 kg	20 018 kg $I(L_{\text{sub1}} + L_{\text{sub2}})$	8 kg
5 000 kg $\frac{1}{2} m_{\text{ref}}$	20 010 kg $L_{\text{sub1}} + L_{\text{sub2}}$	25 010 kg	25 020 kg $I(\frac{1}{2} m_{\text{ref}} + L_{\text{sub1}} + L_{\text{sub2}})$	10 kg
10 000 kg $m_{\text{ref}}$	20 010 kg $L_{\text{sub1}} + L_{\text{sub2}}$	30 010 kg	30 022 kg $I(m_{\text{ref}} + L_{\text{sub1}} + L_{\text{sub2}})$	12 kg
0 kg	0 kg	0 kg	4 kg	4 kg $E_0$

Sowohl die während der Justierung herrschende Luftdichte ( $\rho_{\text{as}}$ ) als auch die Luftdichte während der Kalibrierung ( $\rho_{\text{aCal}}$ ) sind unbekannt.

Für die Abweichung der Ablesungen wird keine Auftriebskorrektur vorgenommen. Bei Verwendung von Normalgewichten der Klasse M<sub>1</sub> wird die relative Messunsicherheit für den Auftriebseffekt gemäß (7.1.2-5c) berechnet und beträgt  $7,2 \times 10^{-6}$  (da die Waage unmittelbar vor Kalibrierung justiert wird). Die Messunsicherheit ist klein genug; eine auf Ist-Daten der Luftdichte basierende aufwendigere Berechnung dieser Messunsicherheitskomponente ist überflüssig (die Messunsicherheit des Auftriebs ist kleiner als der Teilungswert des hochauflösenden Modus ( $d_T$ ) und somit vernachlässigbar).

Der Grenzwert der Dichte für Normalgewichte der Klasse  $M_1$  beträgt  $\rho \geq 4\,400\text{ kg m}^{-3}$  [4]. Diese Grenze kann auch für Ersatzlasten berücksichtigt werden. In diesem Fall ist die geschätzte relative Messunsicherheit für den Auftriebseffekt der Ersatzlasten die gleiche wie oben (für die Normalgewichte) und klein genug; eine auf Ist-Daten basierende, aufwendigere Berechnung dieser Messunsicherheitskomponente ist überflüssig.

Anmerkung: Bei der Abschätzung der Dichte von Ersatzlasten müssen auch alle inneren Hohlräume berücksichtigt werden, die zur Atmosphäre hin nicht geöffnet sind (zum Beispiel bei Tanks und ähnlichen Behältnissen). Es ist erforderlich, die Dichte einer solchen Last als Ganzes zu schätzen und nicht etwa davon auszugehen, dass sie die gleiche Dichte hat wie das Material, aus dem sie gefertigt ist

### H3.3/B Abweichungen der Anzeige und zugehörige Messunsicherheiten (Budget der zugehörigen Messunsicherheiten)

Bedingungen:

- Die Messunsicherheit der Abweichung bei Null umfasst lediglich die Messunsicherheit der Anzeige bei Betrieb ohne Last (Teilungswert  $d = 1\text{ kg}$ ) und die Wiederholbarkeit ( $s$ ). Die Messunsicherheit der Anzeige bei Belastung wird bei Null nicht berücksichtigt.
- Die außermittige Belastung wird gemäß (7.1.1-10) bei der Kalibrierung berücksichtigt, da sie während der Messung der Abweichung der Anzeige nicht auszuschließen ist. Wurden beide Messungen der außermittigen Belastung durchgeführt, so ist das Ergebnis mit dem größten relativen Wert zu verwenden.
- Bei der Herleitung der Abweichung der Anzeige wird das Nominalgewicht als Referenzwert genutzt, folglich werden die maximal zulässigen Abweichungen ( $mpe$ ) der Prüfgewichte zur Herleitung des durch das Referenzgewicht bedingten Messunsicherheitsbeitrages berücksichtigt:  $u(\delta m_c)$  berechnet sich als  $u(\delta m_c) = mpe/\sqrt{3}$  gemäß Formel (7.1.2-3). Für jedes 1 000-kg-Normalgewicht beträgt  $u(\delta m_c) = 50/\sqrt{3} \approx 29\text{ g}$ .
- Liegen keine Informationen zur Drift vor, wird der Wert von  $D$  wie folgt gewählt:  $D = mpe$ . Gemäß Formel (7.1.2-11) gilt für jedes 1 000-kg-Normalgewicht:  $mpe = \pm 50\text{ g}$  und  $u(\delta m_c) = 50/\sqrt{3} \approx 29\text{ g}$ . Liegen keine Angaben zur Drift vor, wird folgender Wert für  $D$  gewählt:  $D = mpe$ .
- Die Waage wird unmittelbar vor der Kalibrierung justiert. Es wird das Standardverfahren verwendet, ohne Angaben zur Luftdichte. Für die durch den Luftauftrieb bedingte Messunsicherheit wird daher Formel (7.1.2-5c) benutzt.
- Während der Kalibrierung verbleibt die Last für einen längeren Zeitraum auf dem Lastenträger. Basierend auf Kapitel 7.1.1, welches besagt, dass zusätzliche Unsicherheitsbeiträge ggf. berücksichtigt werden müssen, werden Kriech- und Hystereseeffekte in den Ergebnissen gemäß Formel (7.4.4-7) berechnet und in die Messunsicherheit der Anzeige einbezogen.
- Die Gewichte werden mit einer Resttemperaturdifferenz von 5 K an die Umgebungstemperatur angepasst. Die Konvektionseffekte sind nicht von Bedeutung (in der Regel sind sie nur für Gewichte der Klasse F1 oder höher relevant).
- Die Freiheitsgrade für die Berechnung des Erweiterungsfaktors ( $k$ ) werden gemäß Anhang B3 und Tabelle G.2 [1] hergeleitet. Im Beispiel ist der Einfluss der Messunsicherheit des aus 6 Messungen bestehenden Wiederholbarkeitsmessungen von Bedeutung.
- Die Angabe zur relativen Messunsicherheit ( $U(E)_{\text{rel}} = U(E)/m_{\text{ref}}$ ) ist nicht obligatorisch, dient aber zur Darstellung der Merkmale der Messunsicherheiten.

Größe oder Einfluss	Last, Anzeige, Abweichung und Messunsicherheiten in kg					Formel
	0	5 000	10 000	10 000*)	15 000	
<b>Gesamtlast</b> $L_T = m_N + L_{subj} / \text{kg}$	0	5 000	10 000	10 000*)	15 000	
<b>Anzeige <math>I / \text{kg}</math></b>	0	5 002	10 005	10 005	15 007	
<b>Abweichung der Anzeige</b> $E / \text{kg}$	0	2	5	5	7	7.1-1
Wiederholbarkeit $u(\delta l_{rep}) / \text{kg}$	2,94					7.1.1-5
Auflösung $u(\delta l_{dig0}) / \text{kg}$	0,29					7.1.1-2a
Auflösung $u(\delta l_{digL}) / \text{kg}$	0,00	0,29				7.1.1-3a
Außermittige Belastung $u(\delta l_{ecc}) / \text{kg}$	0,00	0,69	1,39	1,39	2,08	7.1.1-10
Kriechen / Umkehrspanne $u_{rel}(\delta l_{time}) / \text{kg}$	0,00	0,39	0,77	0,77	1,16	7.4.4-7
Messunsicherheit der Anzeige $u(I) / \text{kg}$	2,96	3,08	3,37	3,37	3,81	7.1.1-12
<b>Normalgewichte <math>m_N / \text{kg}</math></b>	0	5 000	10 000	0	5 000	
Messunsicherheit $u(\delta m_c) / \text{kg}$	0,00	0,14	0,29	0,00	0,14	7.1.2-3
Drift $u(\delta m_D) / \text{kg}$	0,00	0,14	0,29	0,00	0,14	7.1.2-11
Auftrieb $u(\delta m_B) / \text{kg}$	0,00	0,04	0,07	0,00	0,04	7.1.2-5c
Konvektion $u(\delta m_{conv}) / \text{kg}$	In diesem Fall nicht relevant					7.1.2-13
Messunsicherheit der Referenzgewicht $u(m_{ref}) / \text{kg}$	0,00	0,21	0,42	0,00	0,21	7.1.2-14
<b>Ersatzlasten</b> $L_{subj} / \text{kg}$	0	0	0	10 000	10 000	
Messunsicherheit $u(L_{subj}) / \text{kg}$	0,00	0,00	0,00	$L_{subj} = m_{ref} + \Delta l_1$ 4,78	$L_{subj}$ 4,78	7.1.2-15b
Auftrieb $u(\delta m_B) / \text{kg}$	0,00	0,00	0,00	0,07	0,07	7.1.2-4
Konvektion $u(\delta m_{conv}) / \text{kg}$	In diesem Fall nicht relevant					
Messunsicherheit der Ersatzlasten $u(L_{subj}) / \text{kg}$	0,00	0,00	0,00	4,78	4,78	7.1.2-15b 7.1.2-4
Standardmessunsicherheit der Abweichung $u(E) / \text{kg}$	2,96	3,08	3,39	-----	6,12	7.1.3-1c
$\nu_{eff}$ (Freiheitsgrade)	5	6	8	-----	93	B3-1
<b><math>k</math> (95,45 %)</b>	<b>2,65</b>	<b>2,52</b>	<b>2,32</b>	-----	<b>2,03</b>	[1]
<b><math>U(E) = ku(E)/\text{kg}</math></b>	<b>8</b>	<b>8</b>	<b>8</b>	-----	<b>12</b>	7.3-1
$U_{rel}(E) / \%$	----	0,16	0,08	-----	0,08	

(fortlaufend)

Größe oder Einfluss	Last, Anzeige, Abweichung und Messunsicherheiten in kg				Formel
	20 000	20 010 <sup>*)</sup>	25 010	30 010	
<b>Gesamtlast</b> $L_T = m_N + L_{subj} / \text{kg}$	$m_{ref2} + L_{sub2}$				
<b>Anzeige <math>I / \text{kg}</math></b>	<b>20 008</b>	20 018	<b>25 020</b>	<b>30 022</b>	
	$I(m_{ref2} + L_{sub2})$	$I(L_{sub1} + L_{sub2})$			
<b>Abweichung der Anzeige</b> <b><math>E / \text{kg}</math></b>	<b>8</b>	8	<b>10</b>	<b>12</b>	7.1-1
		$\Delta I_2 = 10$			
Wiederholbarkeit $u(\delta I_{rep}) / \text{kg}$	2,94				7.1.1-5
Auflösung $u(\delta I_{dig0}) / \text{kg}$	0,29				7.1.1-2a
Auflösung $u(\delta I_{digL}) / \text{kg}$	0,29				7.1.1-3a
Außermittige Belastung $u(\delta I_{ecc}) / \text{kg}$	2,77	2,77	3,47	4,16	7.1.1-10
Kriechen / Umkehrspanne $u_{rel}(\delta I_{time}) / \text{kg}$	1,54	1,54	1,93	2,31	7.4.4-7
Messunsicherheit der Anzeige $u(I) / \text{kg}$	4,34	4,34	4,95	5,61	7.1.1-12
<b>Normalgewichte <math>m_N / \text{kg}</math></b>	<b>10 000</b>	0	<b>5 000</b>	<b>10 000</b>	
Messunsicherheit $u(\delta m_c) / \text{kg}$	0,29	0,00	0,14	0,29	7.1.2-3
Drift $u(\delta m_D) / \text{kg}$	0,29	0,00	0,14	0,29	7.1.2-11
Auftrieb $u(\delta m_B) / \text{kg}$	0,07	0,00	0,04	0,07	7.1.2-5c
Konvektion $u(\delta m_{conv}) / \text{kg}$	In diesem Fall nicht relevant				7.1.2-13
Messunsicherheit der Referenzgewicht $u(m_{ref}) / \text{kg}$	0,42	0,00	0,21	0,42	7.1.2-14
<b>Ersatzlasten <math>L_{subj} / \text{kg}</math></b>	<b>10 000</b>	20 010	<b>20 010</b>	<b>20 010</b>	
	$L_{sub1}$	$L_{sub1} + L_{sub2} = 2$ $m_{ref1} + \Delta I_2$	$L_{sub1} + L_{sub2}$	$L_{sub1} + L_{sub2}$	
Messunsicherheit $u(L_{subj}) / \text{kg}$	4,78	7,80	7,80	7,80	7.1.2-15a
Auftrieb $u(\delta m_B) / \text{kg}$	0,07	0,14	0,14	0,14	7.1.2-5c
Konvektion $u(\delta m_{conv}) / \text{kg}$	In diesem Fall nicht relevant				7.1.2-13
Messunsicherheit der Ersatzlasten $u(L_{subj}) / \text{kg}$	4,78	7,80	7,80	7,80	7.1.2-15a 7.1.2-4
Standardmessunsicherheit der Abweichung $u(E) / \text{kg}$	6,47	-----	9,24	9,62	7.1.3-1a
$\nu_{eff}$ (Freiheitsgrade)	117	-----	486	569	B3-1
<b><math>k</math> (95,45 %)</b>	<b>2,02</b>	-----	<b>2,01</b>	<b>2,00</b>	[1]
<b><math>U(E) = ku(E) / \text{kg}</math></b>	<b>13</b>	-----	<b>19</b>	<b>19</b>	7.3-1
$U_{rel}(E) / \%$	0,06	-----	0,07	0,06	

\*) Die in dieser Spalte aufgeführten Werte (für denselben Gesamtlastwert wie in der vorhergehenden Spalte, nachdem die Normalgewichte durch Ersatzlasten ersetzt wurden) werden nicht im Kalibrierschein angegeben, aber in den folgenden Spalten verwendet. Damit dies nicht vergessen wird, wird in dieser Spalte keine Fettschrift verwendet und die letzten 5 Zellen bleiben leer

Es wäre zulässig, im Kalibrierschein lediglich den größten Wert der erweiterten Messunsicherheit für alle angezeigten Abweichungen der Anzeige anzugeben:  **$U(E) = 19 \text{ kg}$** ,

	Richtlinie zur Kalibrierung nichtselbsttätiger Waagen <a href="https://doi.org/10.7795/550.20180928">https://doi.org/10.7795/550.20180928</a>	DKD-R 7-2	
		Ausgabe:	01/2018
		Revision:	0
		Seite:	124 / 135

ausgehend davon, dass  $k = 2$  und versehen mit dem Hinweis, dass die Überdeckungswahrscheinlichkeit mindestens 95 % beträgt.

Im Kalibrierschein sollte der Nutzer darauf hingewiesen werden, dass die im Kalibrierschein angegebene erweiterte Messunsicherheit nur dann anzuwenden ist, wenn die Abweichung ( $E$ ) berücksichtigt wird.

### H3.4/B Messunsicherheit eines Wäageergebnisses

Wie in 7.4 dargestellt, können die folgenden Angaben vom Kalibrierlaboratorium oder vom Waagennutzer erstellt werden. Abgesehen von der angenäherten Abweichung der Anzeige und der Messunsicherheit der angenäherten Abweichung, die Teil des Kalibrierscheins sein können, dürfen die Ergebnisse nicht Bestandteil des Kalibrierscheins sein. Die Angaben zur Messunsicherheit eines Wäageergebnisses werden normalerweise als Anhang zum Kalibrierschein oder aber anderweitig präsentiert, sofern die Inhalte klar von den Kalibrierergebnissen getrennt sind.

Zu den angenommenen oder vom Nutzer spezifizierten normalen Anwendungsbedingungen der Waage zählen:

Änderungen der Temperatur  $\Delta T = 40 \text{ K}$   
Lasten werden nicht immer sorgfältig in der Mitte platziert  
Tara-Ausgleichsfunktion ausgeführt  
Belastungsdauer: normal, was kürzer ist als bei der Kalibrierung  
Ablösungen in normaler Auflösung,  $d = 10 \text{ kg}$

Bei Änderung der Einstellung aufgrund von Drift, wird davon ausgegangen, dass bei 30 000 kg die Abweichung 15 kg beträgt. Hierbei handelt es sich um die maximal zulässige Abweichung ( $mpe$ ) bei der anfänglichen Verifizierung; sie wird zugrunde gelegt, da sich die Waage nach Wartung und Reparatur in einem guten Zustand befindet.

Um den Unterschied zur Anzeige der Waage ( $I$ ) während der Kalibrierung zu verdeutlichen, werden die Bezeichnungen  $R$  und  $W$  eingeführt.

$R$ : nach der Kalibrierung erzielte Ablesung beim Wiegen einer Last auf der kalibrierten Waage

$W$ : Wäageergebnis

Hinweis: In der folgenden Tabelle werden die Ablesung ( $R$ ) sowie alle Ergebnisse kg angegeben.

Größe oder Einfluss	Ableseung, Wägeregebnis und Abweichung in kg Messunsicherheiten in g oder als relativer Wert	Formel
Abweichung der Anzeige $E_{\text{appr}}(R)$ für Brutto- oder Nettoablesungen: Näherung mittels einer geraden Linie durch Null	$E_{\text{appr}}(R) = 4,280 \times 10^{-4} R$	C2.2-16
<b>Messunsicherheit der angenäherten Anzeigeabweichung</b>		
Standardmessunsicher- heit der Abweichung $u(E_{\text{appr}})$	$u^2(E_{\text{appr}}) = 1,832 \times 10^{-7} u^2(R) + 2,204 \times 10^{-8} R^2$	C2.2-16d
Standardmessunsicher- heit der Abweichung unter Vernachlässigung des Offsets	$u(E_{\text{appr}}) = 1,485 \times 10^{-4} R$	
<b>Durch Umwelteinflüsse bedingte Messunsicherheiten</b>		
Temperaturdrift der Empfindlichkeit	$u_{\text{rel}}(\delta R_{\text{temp}}) = \frac{2 \times 10^{-6} \times 40}{\sqrt{12}} = 2,309 \times 10^{-5}$	7.4.3-1
Auftrieb	In diesem Fall nicht relevant.	7.4.3-2
Veränderung der Justierung aufgrund von Drift (Änderung von $E(\text{Max})$ über 1 Jahr = 15 kg)	$u_{\text{rel}}(\delta R_{\text{adj}}) =  15  / (30000\sqrt{3}) = 2,887 \times 10^{-4}$	7.4.3-6
<b>Betriebsbedingte Messunsicherheiten</b>		
Tara-Ausgleichsfunktion	$u_{\text{rel}}(\delta R_{\text{Tare}}) = 1,154 \times 10^{-4}$	7.4.4-5
Kriechen, Umkehrspanne (Belastungsdauer)	In diesem Fall nicht relevant (kurze Belastungsdauer).	7.4.4-7
Außermittige Belastung	$u_{\text{rel}}(\delta R_{\text{ecc}}) = 2,770 \times 10^{-4}$	7.4.4-10
<b>Messunsicherheit eines Wägeregebnisses</b>		
Standardmessunsicher- heit, an den Ableseungen $E_{\text{appr}}$ vorzunehmende Korrekturen	$u(W) = \sqrt{(25,333 \text{ kg}^2 + 1,960 \times 10^{-7} R^2)}$	7.4.5-1a 7.4.5-1b
Erweiterte Messunsicherheit, an den Ableseungen $E_{\text{appr}}$ vorzunehmende Korrekturen	$U(W) = 2\sqrt{(25,333 \text{ kg}^2 + 1,960 \times 10^{-7} R^2)}$	7.5.1-2b
Zu einer Gleichung erster Ordnung vereinfacht	$U(W) \approx 10,067 \text{ kg} + 6,113 \times 10^{-4} R$	7.5.2-3d
<b>Globale Messunsicherheit eines Wägeregebnisses ohne Korrektur der Ableseungen</b>		
$U_{\text{gl}}(W) = U(W) +  E_{\text{appr}}(R) $	$U_{\text{gl}}(W) \approx 10 \text{ kg} + 1,04 \times 10^{-3} R$	7.5.2-3a

Die Bedingung in Bezug auf den beobachteten Chi-Quadrat-Wert gemäß (C2.2-2a) wurde mit positivem Ergebnis geprüft. Die lineare Regression berücksichtigt die Gewichtungsfaktoren ( $p'_j$ ), Gleichung (C2.2-18b).

Ausgehend von der globalen Messunsicherheit kann der Mindesteinwaagewert für die Waage gemäß Anhang G abgeleitet werden.

	Richtlinie zur Kalibrierung nichtselbsttätiger Waagen <a href="https://doi.org/10.7795/550.20180928">https://doi.org/10.7795/550.20180928</a>	DKD-R 7-2	
		Ausgabe:	01/2018
		Revision:	0
		Seite:	126 / 135

Beispiel:

Anforderung an die Wägetoleranz: 1 %

Sicherheitsfaktor: 1

Das Mindesteinwaage gemäß Formel (G-9), unter Verwendung der obigen Gleichung für die globale Messunsicherheit, beträgt 1 123 kg; d.h. die vom Nutzer zu wiegende Nettomenge an Material muss mehr als 1 123 kg betragen, um eine relative (globale) Messunsicherheit für eine Wägetoleranzanforderung von 1 % und einen Sicherheitsfaktor von 1 zu erzielen.

Ist ein Sicherheitsfaktor enthalten, so kann für diesen die Stufe 2 gewählt werden. Aufgrund der großen globalen Messunsicherheit ist ein höherer Sicherheitsfaktor unter Umständen nicht realisierbar.

Das Mindesteinwaage gemäß Formel (G-9), unter Verwendung der obigen Gleichung für die globale Messunsicherheit, beträgt 2 542 kg; d.h. die vom Nutzer zu wiegende Nettomaterialmenge muss mehr als 2 542 kg betragen, um eine relative (globale) Messunsicherheit für eine Wägetoleranzanforderung von 1 % und einen Sicherheitsfaktor von 2 zu erzielen (entspricht einer relativen Wägetoleranz von 0,50 %).

**H3.5 Weitere Angaben zum Beispiel: Details des Ersatzlastverfahren (4.3.3)**

So weit möglich, sollte die Ersatzlast unbedingt den gleichen Wert anzeigen wie die Standardlast (so wie es im zweiten Fall, für die Anzeige von 10 005 kg gezeigt wurde).

Um dies zu erreichen, kann die Ersatzlast durch das Hinzufügen oder Entfernen von kleinen Metallteilen so lange angepasst werden, bis man die gleiche Ablesung (10 005 kg) erhält. Der der ersten Ersatzlast zugeordnete Wägewert beträgt:  $L_{\text{sub1}} = m_N = 10\,000\text{ kg}$ .

Anmerkung: Es kann sowohl  $m_N$  als auch  $m_{\text{ref}}$  benutzt werden ( $m_{\text{ref}} = m_N$ ).

Der Fall, in dem die Anpassung der Ersatzlast zum Erzielen der Ablesungen von 20 008 kg nicht möglich war, wird ebenfalls in der Tabelle dargestellt. Der der zweiten Ersatzlast zugeordnete Wägewert beträgt:  $L_{\text{sub2}} = m_N + I(L_{\text{sub2}}) - I(m_N) = 10\,000\text{ kg} + 20\,018\text{ kg} - 20\,008\text{ kg} = 10\,010\text{ kg}$ , und die Gesamtersatzlast ( $L_{\text{sub}}$ ) beträgt  $L_{\text{sub}} = L_{\text{sub1}} + L_{\text{sub2}} = 20\,010\text{ kg}$ .

**H4 Bestimmung der Fehlernäherungsfunktion**

**Vorbemerkung:**

Dieses Beispiel zeigt das grundlegende Verfahren zur Bestimmung der Koeffizienten der Kalibrierfunktion und die Auswertung der zugehörigen Messunsicherheiten gemäß Beschreibung in Anhang C.

	Richtlinie zur Kalibrierung nichtselbsttätiger Waagen <a href="https://doi.org/10.7795/550.20180928">https://doi.org/10.7795/550.20180928</a>	DKD-R 7-2	
		Ausgabe:	01/2018
		Revision:	0
		Seite:	127 / 135

#### H4.1 Bedingungen der Kalibrierung

Waage	Elektronische Waage
Höchstlast <i>Max</i> / Teilungswert <i>d</i>	400 g / 0,000 1 g
Justierung durch den Kalibrierer	Justierung unmittelbar vor Kalibrierung (eingebaute Justiergewichte).
Raumbedingungen	Temperatur 23 °C Luftdichte $\rho_{aCal}=1,090 \text{ kg/m}^3$ , $u(\rho_{aCal}) = 0,004 \text{ kg/m}^3$
Lasten / Akklimationierung	Normalgewichte, Klasse E <sub>2</sub> , an die Raumtemperatur angepasst: $\delta m_{conv} = 0$ ; $u(\delta m_{conv}) = 0$

#### H4.2 Messungen und Kalibrierergebnisse

Wiederholbarkeitsmessung durchgeführt bei 200 g	$s(l) = 0,052 \text{ mg}$	7.1.1-5
Messung der außermittigen Be- lastung durchgeführt bei 200 g	$ \Delta l_{ecc} _{\max} = 0,10 \text{ mg}$ $u_{rel}(l_{ecc}) = 0,000 144$	7.1.1-11
Kalibriermethode	Aufbringen der Lasten in zunehmenden Schritten, mit Entlastung zwischen den einzelnen Schritten. Anzahl der Messpunkte $n = 9$ . Anzahl der Durchläufe $N = 3$ .	
Durch die Wiederholbarkeit bedingte Messunsicherheit	$u(\delta l_{rep}) = s(I_j) / \sqrt{N} = 0,030 \text{ mg}$	7.1.1-6

#### H4.3 Abweichungen der Anzeige und zugehörige Messunsicherheiten (Budget der zugehörigen Messunsicherheiten)

Bedingungen:

- Die Unsicherheit der Abweichung bei Null beinhaltet die Messunsicherheit der Anzeige bei Nichtbelastung und die Wiederholbarkeit.
- Die außermittige Belastung wird bei der Kalibrierung gemäß (7.1.1-10) berücksichtigt.
- Die Abweichung der Anzeige wird hergeleitet, indem der Kalibrierwert als Referenzwert genutzt wird; der durch das Referenzgewicht bedingte Messunsicherheitsbeitrag ist im Kalibrierschein angegeben  $u(\delta m_c) = U/2$ .
- Darüber hinaus ist auch die Luftdichte zum Zeitpunkt der Kalibrierung ( $\rho_{a1}$ ) bekannt.
- Die Drift der Gewichte wird mittels anschließender Rekalibrierungen geschätzt.

Die Ergebnisse lauten:

$m_N$	$m_c / \text{g}$	$U(\delta m_c) / \text{mg}$	$u(\delta m_D) / \text{mg}$
50 g	50,000 006	0,030	0,005
100 g	99,999 987	0,050	0,010
200 g	200,000 013	0,090	0,015
200 g*	199,999 997	0,090	0,015

$$\rho_{Cal}=8000 \text{ kg/m}^3, u(\rho_{Cal})=60 \text{ kg/m}^3$$

Die Kalibrierung wurde bei einer Luftdichte von  $\rho_{a1}=1,045 \text{ kg/m}^3$  ausgeführt.

Gemäß Gleichung (4.2.4-4) ist  $\delta m_B = 0$ , folglich ist  $m_{ref} = m_c$ .

- Die Gewichte werden an die Umgebungstemperatur angepasst, die Temperaturänderung während der Waagenkalibrierung kann vernachlässigt werden.
- Die Waage wird unmittelbar vor der Kalibrierung justiert und die zum Zeitpunkt der Kalibrierung herrschende Luftdichte wird bestimmt.
- Die Messunsicherheit des Luftauftriebs wird bestimmt durch

$$u^2(\delta m_B) = m_N^2 u_{rel}^2(\delta m_B)$$

mittels (7.1.2-5b).

Man beachte, dass der Beitrag in diesem Beispiel negativ ist; aus diesem Grunde wird der Beitrag zur Varianz anstelle der Messunsicherheit angegeben.

### Lasten von 0 g bis 200 g

Größe oder Einfluss	Last und Anzeige in g					Formel
	Abweichung und Messunsicherheiten in mg					
Last $m_{ref}$ / g	0	50,000 006	99,999 987	149,999 993	200,000 013	
Anzeige $I$ / g (Mittelwert)	0,000 000	50,000 067	100,000 100	150,000 233	200,000 267	
Abweichung der Anzeige $E$ / mg	0,000	0,061	0,113	0,240	0,254	7.1-1
Wiederholbarkeit $s$ / mg	0,030					7.1.1-6
Auflösung $u(\delta I_{dig0})$ / mg	0,029					7.1.1-2a
Auflösung $u(\delta I_{digL})$ / mg	0,000	0,029				7.1.1-3a
Außermittige Belastung $u(\delta I_{ecc})$ / mg	0,000	0,007	0,014	0,022	0,029	7.1.1-10
Messunsicherheit der Anzeige $u(I)$ / mg	0,042	0,051	0,053	0,055	0,058	7.1.1-12
Lasten $m_N$ / g	0	50	100	100 50	200	
Gewichte $u(\delta m_c)$ / mg	0,000	0,015	0,025	0,040	0,045	7.1.2-3
Drift $u(\delta m_D)$ / mg	0,000	0,005	0,010	0,015	0,015	7.1.2-11
Auftrieb $u^2(\delta m_B)$ / mg <sup>2</sup>	0,000	-4,83×10 <sup>-5</sup>	-1,93×10 <sup>-4</sup>	-4,35×10 <sup>-4</sup>	-7,73×10 <sup>-4</sup>	7.1.2-5b
Konvektion $u(\delta m_{conv})$ / mg	In diesem Fall nicht relevant.					7.1.2-13
Messunsicherheit des Referenzgewichts $u(m_{ref})$ / mg	0,000	0,014	0,023	0,037	0,038	7.1.2-14
Standardmessunsicherheit der Abweichung $u(E)$ / mg	0,042	0,053	0,058	0,067	0,070	7.1.3-1a

**Lasten von 250 g bis 400 g**

Größe oder Einfluss	Last und Anzeige in g Abweichung und Messunsicherheiten in mg				Formel
	250,000 019	300,000 000	350,000 006	400,000 010	
Last $m_{\text{ref}} (m_N) / \text{g}$	250,000 019	300,000 000	350,000 006	400,000 010	
Anzeige $I / \text{g}$	250,000 100	300,000 200	350,000 267	400,000 400	
Abweichung der Anzeige $E / \text{mg}$	0,081	0,200	0,261	0,390	7.1-1
Wiederholbarkeit $s / \text{mg}$	0,030				7.1.1-6
Auflösung $u(\delta l_{\text{dig0}}) / \text{mg}$	0,029				7.1.1-2a
Auflösung $u(\delta l_{\text{digL}}) / \text{mg}$	0,000	0,029			7.1.1-3a
Außermittige Belastung $u(\delta l_{\text{ecc}}) / \text{mg}$	0,036	0,043	0,051	0,058	7.1.1-10
Messunsicherheit der Anzeige $u(I) / \text{mg}$	0,062	0,067	0,072	0,077	7.1.1-12
Lasten $m_N / \text{g}$	50 200	100 200	50 100 200	200 200 *	
Gewichte $u(\delta m_c) / \text{mg}$	0,060	0,070	0,085	0,090	7.1.2-3
Drift $u(\delta m_c) / \text{mg}$	0,020	0,025	0,030	0,030	7.1.2-11
Auftrieb $u^2(\delta m_B) / \text{mg}^2$	$-1,21 \times 10^{-3}$	$-1,74 \times 10^{-3}$	$-2,37 \times 10^{-3}$	$-3,09 \times 10^{-3}$	7.1.2-5b
Konvektion $u(\delta m_{\text{conv}}) / \text{mg}$	In diesem Fall nicht relevant.				7.1.2-13
Messunsicherheit des Referenzgewichts $u(m_{\text{ref}}) / \text{mg}$	0,053	0,062	0,076	0,077	7.1.2-14
Standardmessunsicherheit der Abweichung $u(E) / \text{mg}$	0,082	0,091	0,104	0,109	7.1.3-1a

Aus den Kalibrierergebnissen wird die Kalibrierfunktion  $E = f(I)$  bestimmt.

Als Beispiel wird das lineare Regressionsmodell  $E = a_1 I$  berücksichtigt.

Der Koeffizient  $a_1$  wird durch Gleichung C2.2-6 bestimmt.

Tabelle H4.1 zeigt die Matrix  $\mathbf{X}$  und den Vektor  $\mathbf{e}$ . Die entsprechende Kovarianzmatrix  $\mathbf{U}(\mathbf{e})$ , die durch (C2.2-3a) bestimmt wird, ist Tabelle H4.4 zu entnehmen.

Tabelle H4.2 zeigt die Kovarianzmatrix  $\mathbf{U}(m_{\text{ref}})$ , die durch (C2.2-3b) bestimmt wird, wobei sich der Spaltenvektor  $(s_{m_{\text{ref}}})$  aus den Messunsicherheiten des Referenzgewichts ( $u(m_{\text{ref}})$ ) ergibt.

Tabelle H4.3 zeigt die Kovarianzmatrix  $\mathbf{U}(I_{\text{cal}})$ , bei der es sich um eine Diagonalmatrix handelt, die auf der Diagonale die quadratischen Werte von  $\mathbf{U}(I_{\text{cal}})$  hat.

Im ersten Schritt wird für  $\mathbf{U}(mod)$  ( $s_m = 0$ ) kein Beitrag berücksichtigt.

Die Anzahl der Prüfpunkte beträgt  $n = 9$  und die der Parameter  $n_{\text{par}} = 1$ , somit gilt für die Freiheitsgrade  $\nu = n - n_{\text{par}} = 8$ .

**Tabelle H4.1: Matrix  $X$  und Vektor  $e$**

$X / g$	$e / mg$
0	0,000
50,000 067	0,061
100,000 100	0,213
150,000 233	0,274
200,000 267	0,254
250,000 100	0,181
300,000 200	0,200
350,000 267	0,261
400,000 400	0,390

**Tabelle H4.2: Kovarianzmatrix  $U(m_{ref})$**

0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,000	$2,017 \times 10^{-4}$	$3,274 \times 10^{-4}$	$5,294 \times 10^{-4}$	$5,457 \times 10^{-4}$	$7,503 \times 10^{-4}$	$8,736 \times 10^{-4}$	$1,077 \times 10^{-3}$	$1,091 \times 10^{-3}$
0,000	$3,274 \times 10^{-4}$	$5,316 \times 10^{-4}$	$8,596 \times 10^{-4}$	$8,860 \times 10^{-4}$	$1,218 \times 10^{-3}$	$1,418 \times 10^{-3}$	$1,749 \times 10^{-3}$	$1,772 \times 10^{-3}$
0,000	$5,294 \times 10^{-4}$	$8,596 \times 10^{-4}$	$1,390 \times 10^{-3}$	$1,433 \times 10^{-3}$	$1,970 \times 10^{-3}$	$2,294 \times 10^{-3}$	$2,829 \times 10^{-3}$	$2,865 \times 10^{-3}$
0,000	$5,457 \times 10^{-4}$	$8,860 \times 10^{-4}$	$1,433 \times 10^{-3}$	$1,477 \times 10^{-3}$	$2,030 \times 10^{-3}$	$2,364 \times 10^{-3}$	$2,915 \times 10^{-3}$	$2,953 \times 10^{-3}$
0,000	$7,503 \times 10^{-4}$	$1,218 \times 10^{-3}$	$1,970 \times 10^{-3}$	$2,030 \times 10^{-3}$	$2,792 \times 10^{-3}$	$3,250 \times 10^{-3}$	$4,009 \times 10^{-3}$	$4,060 \times 10^{-3}$
0,000	$8,736 \times 10^{-4}$	$1,418 \times 10^{-3}$	$2,294 \times 10^{-3}$	$2,364 \times 10^{-3}$	$3,250 \times 10^{-3}$	$3,785 \times 10^{-3}$	$4,668 \times 10^{-3}$	$4,728 \times 10^{-3}$
0,000	$1,077 \times 10^{-3}$	$1,749 \times 10^{-3}$	$2,829 \times 10^{-3}$	$2,915 \times 10^{-3}$	$4,009 \times 10^{-3}$	$4,668 \times 10^{-3}$	$5,756 \times 10^{-3}$	$5,831 \times 10^{-3}$
0,000	$1,091 \times 10^{-3}$	$1,772 \times 10^{-3}$	$2,865 \times 10^{-3}$	$2,953 \times 10^{-3}$	$4,060 \times 10^{-3}$	$4,728 \times 10^{-3}$	$5,831 \times 10^{-3}$	$5,906 \times 10^{-3}$

**Tabelle H4.3: Kovarianzmatrix matrix  $U(I_{cal})$**

$1,735 \times 10^{-3}$	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,000	$2,620 \times 10^{-3}$	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,000	0,000	$2,776 \times 10^{-3}$	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,000	0,000	0,000	$3,037 \times 10^{-3}$	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,000	0,000	0,000	0,000	$3,401 \times 10^{-3}$	0,000	0,000	0,000	0,000
0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	$3,870 \times 10^{-3}$	0,000	0,000	0,000
0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	$4,443 \times 10^{-3}$	0,000	0,000
0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	$5,120 \times 10^{-3}$	0,000
0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	$5,901 \times 10^{-3}$

**Tabelle H4.4: Kovarianzmatrix  $U(e)$ ,  $s_m = 0$**

$1,735 \times 10^{-3}$	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,000	$2,822 \times 10^{-3}$	$3,274 \times 10^{-4}$	$5,294 \times 10^{-4}$	$5,457 \times 10^{-4}$	$7,503 \times 10^{-4}$	$8,736 \times 10^{-4}$	$1,077 \times 10^{-3}$	$1,091 \times 10^{-3}$
0,000	$3,274 \times 10^{-4}$	$3,308 \times 10^{-3}$	$8,596 \times 10^{-4}$	$8,860 \times 10^{-4}$	$1,218 \times 10^{-3}$	$1,418 \times 10^{-3}$	$1,749 \times 10^{-3}$	$1,772 \times 10^{-3}$
0,000	$5,294 \times 10^{-4}$	$8,596 \times 10^{-4}$	$4,427 \times 10^{-3}$	$1,433 \times 10^{-3}$	$1,970 \times 10^{-3}$	$2,294 \times 10^{-3}$	$2,829 \times 10^{-3}$	$2,865 \times 10^{-3}$
0,000	$5,457 \times 10^{-4}$	$8,860 \times 10^{-4}$	$1,433 \times 10^{-3}$	$4,878 \times 10^{-3}$	$2,030 \times 10^{-3}$	$2,364 \times 10^{-3}$	$2,915 \times 10^{-3}$	$2,953 \times 10^{-3}$
0,000	$7,503 \times 10^{-4}$	$1,218 \times 10^{-3}$	$1,970 \times 10^{-3}$	$2,030 \times 10^{-3}$	$6,662 \times 10^{-3}$	$3,250 \times 10^{-3}$	$4,009 \times 10^{-3}$	$4,060 \times 10^{-3}$
0,000	$8,736 \times 10^{-4}$	$1,418 \times 10^{-3}$	$2,294 \times 10^{-3}$	$2,364 \times 10^{-3}$	$3,250 \times 10^{-3}$	$8,228 \times 10^{-3}$	$4,668 \times 10^{-3}$	$4,728 \times 10^{-3}$
0,000	$1,077 \times 10^{-3}$	$1,749 \times 10^{-3}$	$2,829 \times 10^{-3}$	$2,915 \times 10^{-3}$	$4,009 \times 10^{-3}$	$4,668 \times 10^{-3}$	$1,088 \times 10^{-2}$	$5,831 \times 10^{-3}$
0,000	$1,091 \times 10^{-3}$	$1,772 \times 10^{-3}$	$2,865 \times 10^{-3}$	$2,953 \times 10^{-3}$	$4,060 \times 10^{-3}$	$4,728 \times 10^{-3}$	$5,831 \times 10^{-3}$	$1,181 \times 10^{-2}$

#### H4.4 Ergebnisse

Bei Verwendung von (C2.2-6) und (C2.2-9) lautet das Ergebnis

$$a_1 = 0,00083 \text{ mg/g}$$

Die Kovarianzmatrix  $U(\hat{a})$  beträgt

$$5,109 \times 10^{-8} \text{ (mg/g)}^2$$

Folglich ist

$$u(a_1) = 0,00023 \text{ mg/g}$$

Aus (C2.2-8)

$$\chi_{\text{obs}}^2 = 12,5$$

Da der Chi-Quadrat-Test (C2.2-2a) in diesem Fall versagt, wird ein Messunsicherheitsbeitrag ( $s_m$ ) hinzugefügt.

Unter der Berücksichtigung, dass  $s_m = 0,05 \text{ mg}$  ist, ergibt sich die entsprechende Kovarianzmatrix  $U(mod)$  durch eine 9x9-Diagonalmatrix mit  $s_m^2 = 0,05^2$  auf der Diagonalen. Tabelle H.4.5 zeigt die entsprechende Kovarianzmatrix  $U(e)$ .

**Tabelle H4.5: Kovarianzmatrix  $U(e)$  ausgewertet mit  $s_m = 0,05 \text{ mg}$**

$4,235 \times 10^{-3}$	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,000	$5,322 \times 10^{-3}$	$3,274 \times 10^{-4}$	$5,294 \times 10^{-4}$	$5,457 \times 10^{-4}$	$7,503 \times 10^{-4}$	$8,736 \times 10^{-4}$	$1,077 \times 10^{-3}$	$1,091 \times 10^{-3}$
0,000	$3,274 \times 10^{-4}$	$5,808 \times 10^{-3}$	$8,596 \times 10^{-4}$	$8,860 \times 10^{-4}$	$1,218 \times 10^{-3}$	$1,418 \times 10^{-3}$	$1,749 \times 10^{-3}$	$1,772 \times 10^{-3}$
0,000	$5,294 \times 10^{-4}$	$8,596 \times 10^{-4}$	$6,927 \times 10^{-3}$	$1,433 \times 10^{-3}$	$1,970 \times 10^{-3}$	$2,294 \times 10^{-3}$	$2,829 \times 10^{-3}$	$2,865 \times 10^{-3}$
0,000	$5,457 \times 10^{-4}$	$8,860 \times 10^{-4}$	$1,433 \times 10^{-3}$	$7,378 \times 10^{-3}$	$2,030 \times 10^{-3}$	$2,364 \times 10^{-3}$	$2,915 \times 10^{-3}$	$2,953 \times 10^{-3}$
0,000	$7,503 \times 10^{-4}$	$1,218 \times 10^{-3}$	$1,970 \times 10^{-3}$	$2,030 \times 10^{-3}$	$9,162 \times 10^{-3}$	$3,250 \times 10^{-3}$	$4,009 \times 10^{-3}$	$4,060 \times 10^{-3}$
0,000	$8,736 \times 10^{-4}$	$1,418 \times 10^{-3}$	$2,294 \times 10^{-3}$	$2,364 \times 10^{-3}$	$3,250 \times 10^{-3}$	$1,073 \times 10^{-2}$	$4,668 \times 10^{-3}$	$4,728 \times 10^{-3}$
0,000	$1,077 \times 10^{-3}$	$1,749 \times 10^{-3}$	$2,829 \times 10^{-3}$	$2,915 \times 10^{-3}$	$4,009 \times 10^{-3}$	$4,668 \times 10^{-3}$	$1,338 \times 10^{-2}$	$5,831 \times 10^{-3}$
0,000	$1,091 \times 10^{-3}$	$1,772 \times 10^{-3}$	$2,865 \times 10^{-3}$	$2,953 \times 10^{-3}$	$4,060 \times 10^{-3}$	$4,728 \times 10^{-3}$	$5,831 \times 10^{-3}$	$1,431 \times 10^{-2}$

Die neuen Ergebnisse sind

$$a_1 = 0,00084 \text{ mg/g}$$

Die Kovarianzmatrix beträgt

$$5,637 \times 10^{-8} \text{ (mg/g)}^2$$

folglich ist

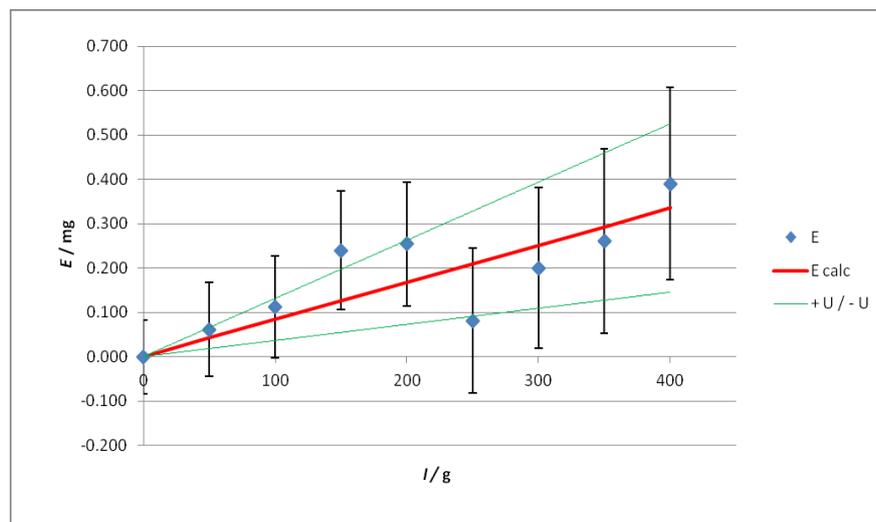
$$u(a_1) = 0,00024 \text{ mg/g}$$

und

$$\chi_{\text{obs}}^2 = 7,3$$

In diesem Fall ist der Chi-Quadrat-Test (C2.2-2a) erfolgreich. Die graphische Darstellung des Ergebnisses wird in Abbildung H4-1 gezeigt.

**Abbildung H4-1: Gemessene Abweichungen der Anzeige  $E$  und lineare Anpassungsfunktion mit den zugehörigen Unsicherheitsbändern**



Die den Kalibrierpunkten zugeordneten Residuen und Messunsicherheiten werden mittels (C2.2-7) bzw. (C2.2-11) berechnet und sind in Tabelle H.4.6 aufgelistet.

**Tabelle H4.6: Berechnete Abweichung, Residuen und den Kalibrierpunkten zugeordnete Messunsicherheiten**

$I / g$	$E / mg$	$E_{appr} / mg$	Residuum $v / mg$	$u(E_{appr}) / mg$	$U(E_{appr}) / mg$	Residual Test (C2.2-2b)
0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	JA
50,000 067	0,061	0,042	-0,019	0,012	0,024	JA
100,000 200	0,113	0,084	-0,029	0,024	0,047	JA
150,000 267	0,240	0,126	-0,114	0,036	0,071	NEIN
200,000 267	0,254	0,168	-0,086	0,047	0,095	JA
250,000 200	0,081	0,210	0,129	0,059	0,119	NEIN
300,000 200	0,200	0,252	0,052	0,071	0,142	JA
350,000 267	0,261	0,293	0,032	0,083	0,166	JA
400,000 400	0,390	0,335	-0,055	0,095	0,190	JA

Folgt man der alternativen Methode gemäß (C2.2-2b), die wesentlich restriktiver ist, dann versagt der „residual test“ gemäß Tabelle H.4.6 in zwei Punkten.

Um eine Anpassung („goodness of fit“) gemäß Bedingung (C2.2-2b) zu erzielen, ist die Berücksichtigung eines Beitrages ( $s_m = 0,25$ ) erforderlich und daher wird eine neue Matrix  $U(e)$  berechnet; diese ist in Tabelle H.4.7 angegeben.

**Tabelle H4.7: Kovarianzmatrix  $U(e)$  ausgewertet mit  $s_m = 0,25$  mg**

$6,423 \times 10^{-2}$	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,000	$6,532 \times 10^{-2}$	$3,274 \times 10^{-4}$	$5,294 \times 10^{-4}$	$5,457 \times 10^{-4}$	$7,503 \times 10^{-4}$	$8,736 \times 10^{-4}$	$1,077 \times 10^{-3}$	$1,091 \times 10^{-3}$
0,000	$3,274 \times 10^{-4}$	$6,581 \times 10^{-2}$	$8,596 \times 10^{-4}$	$8,860 \times 10^{-4}$	$1,218 \times 10^{-3}$	$1,418 \times 10^{-3}$	$1,749 \times 10^{-3}$	$1,772 \times 10^{-3}$
0,000	$5,294 \times 10^{-4}$	$8,596 \times 10^{-4}$	$6,693 \times 10^{-2}$	$1,433 \times 10^{-3}$	$1,970 \times 10^{-3}$	$2,294 \times 10^{-3}$	$2,829 \times 10^{-3}$	$2,865 \times 10^{-3}$
0,000	$5,457 \times 10^{-4}$	$8,860 \times 10^{-4}$	$1,433 \times 10^{-3}$	$6,738 \times 10^{-2}$	$2,030 \times 10^{-3}$	$2,364 \times 10^{-3}$	$2,915 \times 10^{-3}$	$2,953 \times 10^{-3}$
0,000	$7,503 \times 10^{-4}$	$1,218 \times 10^{-3}$	$1,970 \times 10^{-3}$	$2,030 \times 10^{-3}$	$6,916 \times 10^{-2}$	$3,250 \times 10^{-3}$	$4,009 \times 10^{-3}$	$4,060 \times 10^{-3}$
0,000	$8,736 \times 10^{-4}$	$1,418 \times 10^{-3}$	$2,294 \times 10^{-3}$	$2,364 \times 10^{-3}$	$3,250 \times 10^{-3}$	$7,073 \times 10^{-2}$	$4,668 \times 10^{-3}$	$4,728 \times 10^{-3}$
0,000	$1,077 \times 10^{-3}$	$1,749 \times 10^{-3}$	$2,829 \times 10^{-3}$	$2,915 \times 10^{-3}$	$4,009 \times 10^{-3}$	$4,668 \times 10^{-3}$	$7,338 \times 10^{-2}$	$5,831 \times 10^{-3}$
0,000	$1,091 \times 10^{-3}$	$1,772 \times 10^{-3}$	$2,865 \times 10^{-3}$	$2,953 \times 10^{-3}$	$4,060 \times 10^{-3}$	$4,728 \times 10^{-3}$	$5,831 \times 10^{-3}$	$7,431 \times 10^{-2}$

Das Ergebnis dieses Ansatzes ist

$$a_1 = 0,00084 \text{ mg/g}$$

Die Kovarianzmatrix beträgt

$$1,745 \times 10^{-7} \text{ (mg/g)}^2$$

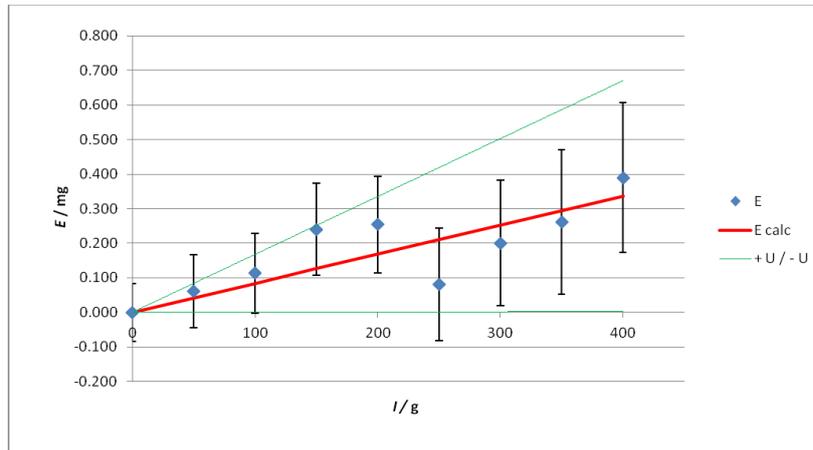
Folglich ist

$$u(a_1) = 0,00042 \text{ mg/g}$$

Die graphische Darstellung der Ergebnisse wird in Abbildung H4-2 gezeigt. Die berechneten Residuen und die den Kalibrierungspunkten zugeordneten

Messunsicherheiten werden in Tabelle 4.8 aufgeführt.

**Abbildung H4-2: Gemessene Abweichungen der Anzeige  $E$  und lineare Anpassungsfunktion mit den zugehörigen Unsicherheitsbändern**



**Tabelle H4.8: Berechnete Abweichung, Residuen und den Kalibrierpunkten zugeordnete Messunsicherheiten**

$I / g$	$E / mg$	$E_{appr} / mg$	Residuum $v / mg$	$u(E_{appr}) / mg$	$U(E_{appr}) / mg$	Residual Test
0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	JA
50,000 067	0,061	0,042	-0,019	0,021	0,042	JA
100,000 200	0,213	0,084	-0,029	0,042	0,084	JA
150,000 267	0,274	0,126	-0,114	0,063	0,125	JA
200,000 267	0,254	0,168	-0,086	0,084	0,167	JA
250,000 200	0,181	0,210	0,129	0,104	0,209	JA
300,000 200	0,200	0,252	0,052	0,125	0,251	JA
350,000 267	0,261	0,294	0,033	0,146	0,292	JA
400,000 400	0,390	0,336	-0,054	0,167	0,334	JA



Herausgeber:

**Physikalisch-Technische Bundesanstalt**  
Deutscher Kalibrierdienst  
Bundesallee 100  
38116 Braunschweig

[www.dkd.eu](http://www.dkd.eu)  
[www.ptb.de](http://www.ptb.de)