



Elektronen zählen, um Strom zu messen

Hansjörg Scherer*, Uwe Siegner**

1. Einleitung

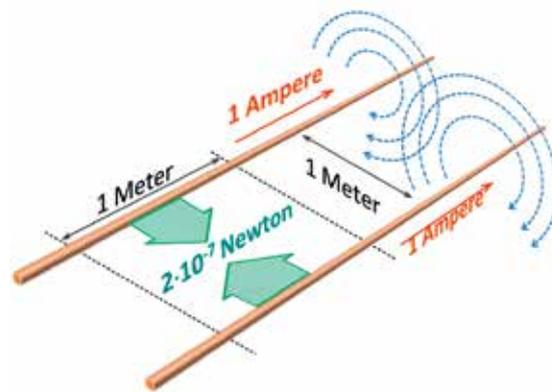
Elektrizität ist im Alltag allgegenwärtig – jeder Haushalt erhält regelmäßig eine Stromrechnung. Die dort in Rechnung gestellte „Ware“ ist jedoch nicht der elektrische *Strom*, sondern die gelieferte elektrische *Energie*, die zum Beleuchten, Heizen, Kühlen oder für mechanische Arbeiten genutzt wurde. Wenn von elektrischem *Strom* gesprochen wird, ist im Allgemeinen die *Stärke* dieses Stromes gemeint, also die physikalische Größe *elektrische Stromstärke*. Diese ist definiert als die Menge an elektrischer Ladung, die pro Zeitintervall durch den Querschnitt eines elektrischen Leiters fließt, geteilt durch die Länge des Zeitintervalls. Zur Messung der Stromstärke und zur Definition der entsprechenden physikalischen Einheit, des Ampere, können verschiedene Wirkungen des elektrischen Stromflusses herangezogen werden, wie ein Blick in die Historie zeigt: Leitet man Strom beispielsweise durch die Lösung eines Metallsalzes, werden die Metallionen entladen und das Metall scheidet sich an der Kathode ab. Bis zur Mitte des 20. Jahrhunderts wurde die Einheit der Stromstärke auf der Grundlage eines solchen elektrolytischen Prozesses definiert. Dieses sogenannte *internationale Ampere* war auch gemäß deutschem Reichsgesetz von 1898 definiert, mit folgendem Wortlaut:

„Das Ampere ist die Einheit der elektrischen Stromstärke. Es wird dargestellt durch den unveränderlichen elektrischen Strom, welcher bei dem Durchgange durch eine wässrige Lösung von Silbernitrat in einer Sekunde 0,001118 Gramm Silber niederschlägt.“

Im Jahr 1948 wurde auf der neunten *General-konferenz der Meterkonvention* (dem internationalen Abkommen über die Entwicklung und Nutzung eines metrischen Einheitensystems) eine neue Definition für das Ampere als eine der Basiseinheiten des Internationalen Einheitensystems (SI) beschlossen. In dieser Definition wird ausgenutzt, dass elektrischer Strom ein Magnetfeld erzeugt und ein anderer stromdurchflosse-

ner Leiter in diesem Magnetfeld eine Kraft (die *Lorentzkraft*) erfährt: Zwei stromdurchflossene Leiter ziehen sich an oder stoßen sich ab – abhängig von den Richtungen der Ströme. Diese damals festgelegte und im heutigen SI immer noch gültige Definition des Ampere, illustriert in Bild 1, lautet:

„Die Basiseinheit 1 Ampere ist die Stärke eines zeitlich unveränderlichen elektrischen Stromes, der, durch zwei im Vakuum parallel im Abstand 1 Meter voneinander angeordnete, geradlinige, unendlich lange Leiter von vernachlässigbar kleinem, kreisförmigen Querschnitt fließend, zwischen diesen Leitern je 1 Meter Leiterlänge die Kraft $2 \cdot 10^{-7}$ Newton hervorrufen würde.“



* Dr. Hansjörg Scherer, Arbeitsgruppe „SET, Stromstärke und Ladung“, E-Mail: hansjoerg.scherer@ptb.de

** Dr. Uwe Siegner, Abteilung „Elektrizität“, E-Mail: uwe.siegner@ptb.de

Bild 1: Veranschaulichung der SI-Ampere-Definition. Die grün eingezeichneten Kräfte, hervorgerufen durch die Magnetfelder der Stromleiter (Feldlinien angedeutet durch blaue Pfeile) haben jeweils den Betrag $2 \cdot 10^{-7}$ N pro Meter Leiterlänge, wenn ein Strom der Stärke 1 Ampere fließt.

Dargestellt, das heißt in praktischer Umsetzung realisiert, wurde diese Definition mittels elektromechanischer Apparaturen wie beispielsweise der *Stromwaage*. Dieses Gerät wurde bereits Anfang des 19. Jahrhunderts entwickelt von *André-Marie Ampère*, dem Namensgeber der Stromstärkeeinheit. Dabei wird die Lorentzkraft zwischen zwei Leiterspulen (die Forderung nach *unendlich langen* Leitern approximierend) über eine mechanische Wägevorrichtung durch die Gewichtskraft einer Masse im Schwerfeld der Erde ausbalanciert beziehungsweise „aufgewogen“, so wie Bild 2 schematisch zeigt.

Bis in die zweite Hälfte des 20. Jahrhunderts hinein wurden unterschiedliche Varianten der Stromwaage zur *direkten* (das heißt gemäß der

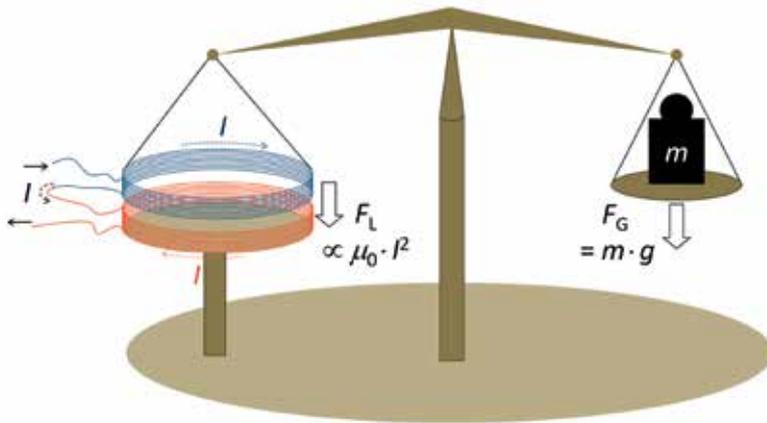


Bild 2: Prinzip der Stromwaage. Zwischen einer feststehenden (rot) und einer beweglichen Spule (blau) wirkt die Lorentzkraft F_L , hervorgerufen durch die Spulenströme I . Diese Kraft wird kompensiert von der Gewichtskraft F_G , welche die Masse m auf der anderen Seite des Waagebalkens ausübt.

Definition umgesetzt) Darstellung des Ampere genutzt. Dabei konnten relative Unsicherheiten in der Größenordnung von wenigen Teilen in einer Million erzielt werden. Die Genauigkeit war limitiert durch die Unsicherheit bei der Bestimmung des Abstandes zwischen den Strompfaden, der gemäß der oben angeführten Definition eingeht. Bessere Ergebnisse konnten mit *indirekten* Darstellungen erreicht werden, mit denen man das Ampere gewissermaßen „auf Umwegen“ realisierte. Dabei nutzt man das Ohm'sche Gesetz $I = U/R$ aus und stellt das Ampere über die elektrische Spannung U und den elektrischen Widerstand R dar. Zur Realisierung dieser Größen benutzte man beispielsweise eine *Spannungswaage* und einen *berechenbaren Kreuzkondensator* (auch *Thompson-Lampard-Kondensator* genannt). Diese experimentellen Anordnungen beruhen – ebenso wie die Stromwaage – auf elektromechanischen Einrichtungen, erzielen jedoch geringere Unsicherheiten von wenigen Teilen in 10 Millionen.

Gemeinsam ist den beiden oben angeführten Definitionen, dass sie die *elektrische* Einheit Ampere an eine *mechanische* Größe, die Masse, koppeln. Das frühere „internationale Ampere“ beruhte direkt auf einer Massebestimmung durch Wägung von elektrolytisch abgeschiedenem Silber. In der noch heute gültigen SI-Definition des Ampere geht die Masse über die Kraft ein. Diese beiden Ampere-Definitionen sind daher auch bezüglich der erreichbaren Genauigkeiten mit der Genauigkeit der Darstellung des Kilogramm verkoppelt – ein Umstand der, angesichts der zunehmenden Instabilität des Urkilogramms (näher erläutert in Artikel *Atome zählen für Masse und Stoffmenge* in diesem Heft), als generell problematisch anzusehen ist. Zudem wurde in keiner dieser beiden Definitionen die Definition der physikalischen Größe Stromstärke aufgegriffen und der Fluss elektrischer Ladung pro Zeit betrachtet. Dieser direkteste Weg der Festlegung der Einheit Ampere wird im neuen SI beschränkt. Weshalb diese Neudefinition vorteilhaft ist und

wie der Weg der elektrischen Einheiten dorthin verlief, wird im folgenden Abschnitt erklärt. Im übernächsten Abschnitt werden dann das „zukünftige Ampere“ und dessen mögliche Darstellung genauer erläutert.

2. Elektrische Quanteneffekte und „moderne“ elektrische Einheiten

Ein neues Kapitel in der elektrischen Metrologie begann mit der Entdeckung zweier elektrischer Quanteneffekte in der zweiten Hälfte des 20. Jahrhunderts:

Zum einen sagte *Brian D. Josephson* im Jahre 1962 einen später nach ihm benannten Effekt zwischen schwach gekoppelten Supraleitern voraus. Dieser quantenmechanische Tunneleffekt führt bei Einstrahlung von Mikrowellen zur Ausbildung konstanter Spannungsstufen in der Spannungs-Strom-Kennlinie eines Tunnelkontakts. Diese Spannungsstufen wurden kurze Zeit später experimentell beobachtet und ermöglichen die Erzeugung fundamental genau bestimmbarer elektrischer Spannungswerte.

Zum anderen fand *Klaus v. Klitzing* im Jahre 1980 bei der Untersuchung des Hall-Effekts in zweidimensionalen, also extrem dünnen Leerschichten, in hohen Magnetfeldern B Stufen konstanten Widerstandes und damit eine Methode zur Realisierung quantisierter (also diskreter) Widerstandswerte. Dieser Effekt wurde später nach ihm benannt und ist auch als „Quanten-Hall-Effekt“ bekannt. Beide Effekte werden in Bild 3 näher vorgestellt. Eine ausführliche Erläuterung ihrer physikalischen Grundlagen findet man beispielsweise in Referenz [1].

Josephson- und Quanten-Hall-Effekt wurden bereits kurz nach ihrer Entdeckung von der PTB und anderen nationalen Metrologieinstituten genutzt, da sie sich hervorragend eignen, um wohlbestimmte Werte für die elektrischen Größen Spannung und Widerstand zu erzeugen. Im Falle des Josephson-Effekts betragen die Spannungswerte

$$U_n = n \cdot K_J^{-1} \cdot f_j \quad \text{mit } n = (1, 2, \dots),$$

wobei f_j die Frequenz der Mikrowellenstrahlung ist und K_J als *Josephson-Konstante* bezeichnet wird. Diese ist nach der zugrunde liegenden Theorie gegeben durch $K_J = 2e/h$, also durch die Elementarladung e und die Planck-Konstante h , zwei sogenannte *Fundamentalkonstanten*. Die Josephson-Konstante ist gleich dem Kehrwert des magnetischen Flussquants, und ihr Wert beträgt etwa $5 \cdot 10^{14}$ Hz/V. Im Falle des Quanten-Hall-Effekts betragen die quantisierten Widerstandswerte

$$R_i = 1/i \cdot R_K \quad \text{mit } i = (1, 2, \dots),$$



wobei R_K die *von-Klitzing-Konstante* ist. Auch sie ist gemäß Theorie über $R_K = h/e^2$ mit e und h verknüpft.

Es stellte sich bald heraus, dass die Reproduzierbarkeit der mit den Quanteneffekten erzeugten Werte U_n und R_i wesentlich besser war als die mit anderen, herkömmlichen Methoden der elektrischen Metrologie erzielbaren Ergebnisse. Hohe Reproduzierbarkeit bedeutet, dass die in verschiedenen Experimenten erzeugten Werte der elektrischen Größen kaum voneinander abweichen – auch dann nicht, wenn zum Beispiel unterschiedliche Materialsysteme benutzt werden. Damit war eine neue Grundlage für eine weltweit einheitliche Realisierung der Einheiten Volt und Ohm gegeben. Nicht zuletzt deshalb erhielten die Entdecker beider Effekte jeweils einige Jahre später auch den Nobelpreis für Physik. Die Reproduzierbarkeit der quantisierten Spannungs- und Widerstandswerte war insbesondere besser als die Genauigkeit, mit der die Einheit Ampere im SI dargestellt werden konnte – woran sich bis zum heutigen Tage übrigens nicht geändert hat. Daher beschloss das Internationale Komitee für Maß und Gewicht im Jahr 1988, für die Josephson-Konstante und für die von-Klitzing-Konstante exakte Werte festzulegen und diese für die Bewahrung und Weitergabe der elektrischen Einheiten zu empfehlen. Die damals festgelegten und seit 1990 benutzten exakten Werte betragen für die Josephson-Konstante $K_{J-90} = 483\,597,9 \cdot 10^9$ Hz/V und für die von-Klitzing-Konstante $R_{K-90} = 25\,812,807 \, \Omega$.

Diese Entwicklung erwies sich in den darauffolgenden Jahrzehnten als äußerst vorteilhaft für die Steigerung der Genauigkeit und Vergleichbarkeit von elektrischen Maßen in der Metrologie, brachte jedoch auch ein gewisses Dilemma mit sich: Die Abstützung der Einheiten Volt und Ohm auf die beiden Quanteneffekte mit den festgelegten Werten K_{J-90} und R_{K-90} bedeutete nämlich auch, das SI zu verlassen. Fortan und bis heute bewegen sich die so abgeleiteten elektrischen Einheiten streng genommen in einem „parallelen“ Einheitensystem, welches man zur Abgrenzung vom SI auch als *konventionelles* elektrisches System bezeichnet. Für die Einheiten, die seit den 90er-Jahren des letzten Jahrhunderts weltweit auf K_{J-90} und R_{K-90} zurückgeführt werden, bedeutet dies, dass man nicht von deren *Darstellung* (also der praktischen Umsetzung der Einheitsdefinition in die Wirklichkeit, welche definitionsgemäß im SI zu erfolgen hat), sondern nur mehr von deren *Reproduzierung* spricht. Darunter versteht man die Realisierung einer Einheit basierend auf einem äußerst gut reproduzierbaren physikalischen Effekt – in diesem Falle dem Josephson-Effekt für das Volt und dem Quanten-Hall-Effekt für das Ohm.

Auch die Stromstärke wird seitdem mit unvergleichlich hoher Präzision auf die elektrischen Quanteneffekte für Widerstand und Spannung

zurückgeführt, wobei man sich wiederum zunutze macht, dass die Stromstärke mit diesen beiden Größen über das Ohm'sche Gesetz verknüpft ist. Das Ampere wird damit im vorher erläuterten Sinne allerdings lediglich *reproduziert*. Einen eleganten Ausweg aus dieser unbefriedigenden Situation zeigt die geplante Neudefinition des SI auf.

3. Die zukünftige Definition des Ampere

Im zukünftigen SI wird der numerische Wert der Elementarladung e in der Einheit „Coulomb gleich Ampere mal Sekunde“ ($1 \text{ C} = 1 \text{ As}$) festgelegt.

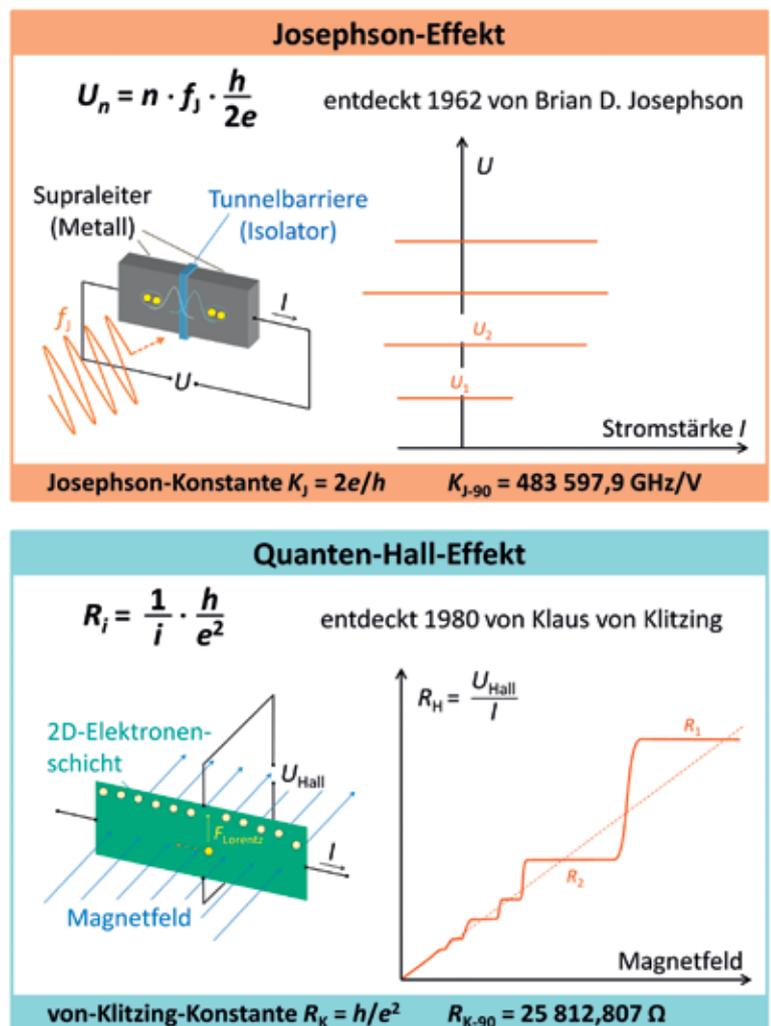


Bild 3: „Steckbriefe“ des Josephson- und des Quanten-Hall-Effekts. Der nach B. D. Josephson benannte Effekt (oben) führt zu Stufen konstanter Spannung in den Spannungs-Strom-Kennlinien supraleitender Tunnelkontakte, die mit Mikrowellen der Frequenz f_j bestrahlt werden. In der modernen Metrologie werden Reihenschaltungen aus tausenden mikrostrukturierter Tunnelkontakte genutzt, um Gleichspannungen von bis zu 10 Volt zu realisieren und damit die elektrische Einheit Volt zu reproduzieren. Der von K. von Klitzing entdeckte Quanten-Hall-Effekt (unten) tritt in zweidimensionalen Halbleiterstrukturen auf, in denen die Bewegung der Elektronen auf eine Ebene eingeschränkt ist. Bei hohen Magnetfeldern von einigen Tesla führt er zu Plateaus im Verlauf des Hall-Widerstandes als Funktion des Magnetfeldes. In der Metrologie wird der Quanten-Hall-Effekt zur Reproduktion der Einheit Ohm genutzt. Beide Effekte erfordern den Einsatz von Tieftemperaturtechnologie: Typischerweise müssen die elektrischen Schaltungen bei sehr niedrigen Temperaturen in der Nähe der Siedetemperatur von flüssigem Helium betrieben werden, also bei 4 Kelvin (-269 °C) oder darunter.

Die entsprechende Definition lautet:

„Das Internationale Einheitensystem, das SI, wird dasjenige Einheitensystem sein, in dem die Elementarladung e exakt $1,602\,176\,620\,8 \cdot 10^{-19}$ Coulomb ist.“

Die Elementarladung als eine der sieben definierenden Konstanten des neuen SI wird damit der Bezugspunkt für das Ampere. Da das Ampere im SI als elektrische Basiseinheit gewählt wurde, hat man dafür zusätzlich auch eine *explizite* Definition formuliert. Diese lautet:

„Das Ampere, Symbol A , ist die SI-Einheit der elektrischen Stromstärke. Es ist definiert über den festgelegten numerischen Wert der Elementarladung e von $1,602\,176\,620\,8 \cdot 10^{-19}$, ausgedrückt in der Einheit C , welche gleich As ist, wobei die Sekunde definiert ist in Bezug auf $\Delta\nu_{Cs}$.“

$\Delta\nu_{Cs}$ ist dabei die Frequenz, die dem Übergang zwischen den beiden Hyperfeinstrukturniveaus des ungestörten Grundzustands von Atomen des Nuklids Cäsium-133 entspricht. Dies entspricht also der auf Atomuhren beruhenden Definition der Sekunde. Die neue Definition der Stromstärkeinheit beruht also, wie schon in der Einleitung diskutiert, direkt auf der physikalischen Definition des elektrischen Stromes als Fluss von elektrischer Ladung: Stromstärke kann damit bestimmt werden über das Zählen von Elektronen (Ladungsquanten mit der Ladung $-e$), die pro Zeiteinheit durch einen Leiter fließen. Für die Realisierung dieses „Quanten-Ampere“ benötigt man daher eine elektrische Schaltung, die den kontrollierten Transport von einzelnen Elektronen ermöglicht, so wie schematisch in Bild 4 gezeigt. Geschieht dieser Transport zyklisch, getaktet mit der Frequenz f , und werden in jedem Zyklus n Elektronen befördert, so lässt sich die Stromstärke ausdrücken als $I = n \cdot e \cdot f$.

Die mögliche Realisierung des zukünftigen Ampere mittels Einzelelektronen-Schaltungen – so nennt man diese speziellen Schaltkreise – ist ein Paradebeispiel für *Quantenmetrologie*. Diese messtechnische Disziplin verfolgt die Realisierung von physikalischen Einheiten über das Abzählen von Quanten, also von der Natur exakt bestimmte

Mengen von Größen, welche wiederum auf Fundamentalkonstanten zurückgeführt werden. Diese sind nach heutigem Kenntnisstand zeitlich und räumlich unveränderlich. Damit ist die Schaffung eines universellen Systems von Einheiten möglich, so wie es schon Max Planck, der Begründer der Quantenphysik, im Jahr 1899 visionär formuliert hatte [2]:

„...Einheiten...aufzustellen, welche, unabhängig von speziellen Körpern und Substanzen, ihre Bedeutung für alle Zeiten und für alle, auch ausserirdische und aussermenschliche Culturen notwendig behalten und welche daher als ‚natürliche Maasseinheiten‘ bezeichnet werden können“.

Obwohl die Erzeugung quantisierter Stromstärken mittels Einzelelektronen-Transport (engl. *Single-Electron-Transport*, SET) ebenso naheliegender wie elegant ist, ist es nicht verwunderlich, dass dieser Ansatz nicht schon früher verwirklicht wurde: Immerhin muss man dazu einzelne Elektronen in Leiterstrukturen gezielt manipulieren können. Dies ist möglich mittels spezieller elektronischer Schaltungen, wie im folgenden Abschnitt erläutert wird. Die Herstellung solcher Schaltungen erfordert den Einsatz von technologischen Methoden, die erst gegen Ende der 80er-Jahre des vorigen Jahrhunderts erschlossen worden sind.

4. Einzelelektronen-Schaltungen

In sehr kleinen elektronischen Schaltungen treten Effekte auf, die auf der abstoßenden Coulomb-Wechselwirkung zwischen Elektronen beruhen: Die Abstoßung zwischen Teilchen gleichnamiger elektrischer Ladung nimmt zu, wenn diese näher zusammengebracht werden. Werden Elektronen in Schaltungen sehr eng zusammen „eingesperrt“ (siehe Bild 5), so äußert sich dies auch in deren elektronischen Eigenschaften: Die Elektronen können dann nur diskrete, voneinander separierte Energiezustände einnehmen. Das ist die Basis des sogenannten *Coulomb-Blockade*-Effekts, der in Einzelelektronen-Schaltkreisen ausgenutzt wird, um den Fluss einzelner Elektronen zu steuern. Neben extrem tiefen Temperaturen sind dazu auch extrem kleine Strukturgrößen von typischerweise $1\ \mu\text{m}$ oder kleiner erforderlich. Zur Herstellung solcher kleiner Schaltungen bedient man sich daher moderner Methoden der Nanotechnologie, wie sie auch beispielweise für die Produktion hochintegrierter elektronischer Schaltkreise eingesetzt werden.

Um den oben beschriebenen Effekt gezielt für Einzelelektronen-Schaltungen einsetzen zu können, muss man die Elektronen also in räumlich sehr kleinen Bereichen eines Leiters (sogenannten „Ladungsinseln“, kurz „Inseln“) „einsperren“, genauer gesagt kontrollierbar *lokalisieren*. Dies

Bild 4:
Illustration des Prinzips einer Einzelelektronen-Stromquelle, dargestellt als Zahnrad für den getakteten Transport einzelner Elektronen (Ladungsquanten, gelb dargestellt). In jeder Mulde zwischen zwei benachbarten „Zähnen“ wird jeweils ein Elektron befördert.





wird durch Potentialbarrieren bewerkstelligt, die man mithilfe von Nanotechnologie senkrecht zur Stromrichtung erzeugen kann. Dabei unterscheidet man zwei Kategorien von Einzelelektronen-Schaltungen, die unterschiedliche Herstellungstechnologien erfordern und auf physikalisch unterschiedlichen Prinzipien beruhen.

Die erste Kategorie von Einzelelektronen-Schaltungen basiert auf sogenannten *Tunnelkontakten*, also sehr dünnen Isolatorschichten, die Potentialbarrieren in einem metallischen Leiter darstellen [3]. Die „Höhe“ dieser Barrieren ist durch Materialparameter gegeben und damit unveränderbar. Sind die Isolatorschichten jedoch nur wenige Nanometer dünn, so können Elektronen sie aufgrund des quantenmechanischen *Tunneleffekts* durchqueren (Bild 6 oben). Der Fluss von Elektronen über eine metallische Insel zwischen zwei Tunnelkontakten ist durch eine elektrische Spannung kontrollierbar, die an einer Steuerelektrode (*Gate*) angelegt wird: Das Potential der Insel kann durch die Spannung elektrostatisch verschoben werden, sodass die *Coulomb-Blockade* aufgehoben wird. Das „Durchtunneln“ der Barrieren geschieht gemäß den Gesetzen der Quantenphysik mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit pro Zeiteinheit – salopp gesprochen: Man muss dem Elektron eine gewisse Zeit geben, damit der Tunnelvorgang vonstattengehen kann. Der Ladungstransport durch einen Tunnelkontakt unterliegt damit naturgemäß den Gesetzen der Statistik.

Die zweite Kategorie von Einzelelektronen-Schaltungen beruht auf der Verwendung von *steuerbaren* Potentialbarrieren in Halbleitermaterialien [4]. Diese Potentialbarrieren werden elektrostatisch durch zwei negativ geladene Steuerelektroden erzeugt, die einen dünnen leitenden Steg kreuzen. Die Barrierenhöhen sind hier durch die Änderung der Gatespannungen variierbar (Bild 6 unten). Die Insel, die sich als „Mulde“ in der Potentiallandschaft zwischen den beiden Barrieren ausbildet, wird auch als „Quantenpunkt“ bezeichnet. Durch die Gatespannungen kann die Besetzung des Quantenpunkts mit Elektronen kontrolliert werden. Zur Herstellung solcher Schaltungen werden ähnliche Methoden wie bei der Fabrikation moderner Feldeffekttransistoren eingesetzt.

Diese beiden Typen von Einzelelektronen-Schaltungen unterscheiden sich nicht nur bezüglich der Herstellungstechnologie, sondern ganz wesentlich auch hinsichtlich ihrer Betriebsweise und Eigenschaften. Dies soll nun erläutert werden anhand eines besonderen Schaltungstyps, der sogenannten Einzelelektronen- oder SET-Pumpe. SET-Pumpen ermöglichen den kontrollierten Transport von

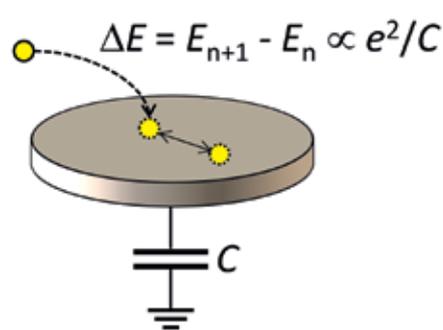


Bild 5: Erläuterung zur Coulomb-Wechselwirkung zwischen Elektronen in einem Leiter, hier dargestellt als Scheibe. Diese „Ladungsinsel“ hat eine Gesamtkapazität C zur Umgebung. Das Hinzufügen eines Elektrons ($n \rightarrow n+1$) erfordert das Aufbringen von Energie, die der elektrostatischen Energieänderung $\Delta E \sim e^2/C$ entspricht. Macht man die Ladungsinsel kleiner, so nimmt deren Kapazität C ab, und die

„Zufügeenergie“ ΔE wird größer. Bei kleineren Abmessungen der Ladungsinsel muss also mehr Energie aufgewendet werden, um sie mit zusätzlichen Elektronen zu beladen. Wenn die Temperatur des Systems so niedrig ist, dass diese Zufügeenergie nicht durch thermische Anregung aufgebracht werden kann, so äußert sich dies im sogenannten „Coulomb-Blockade“-Effekt. Bei Strukturen in der Größenordnung von $1 \mu\text{m}$ sind dazu typischerweise Temperaturen unterhalb von $0,1 \text{ Kelvin}$ erforderlich (entsprechend $0,1 \text{ Grad}$ über dem absoluten Nullpunkt).

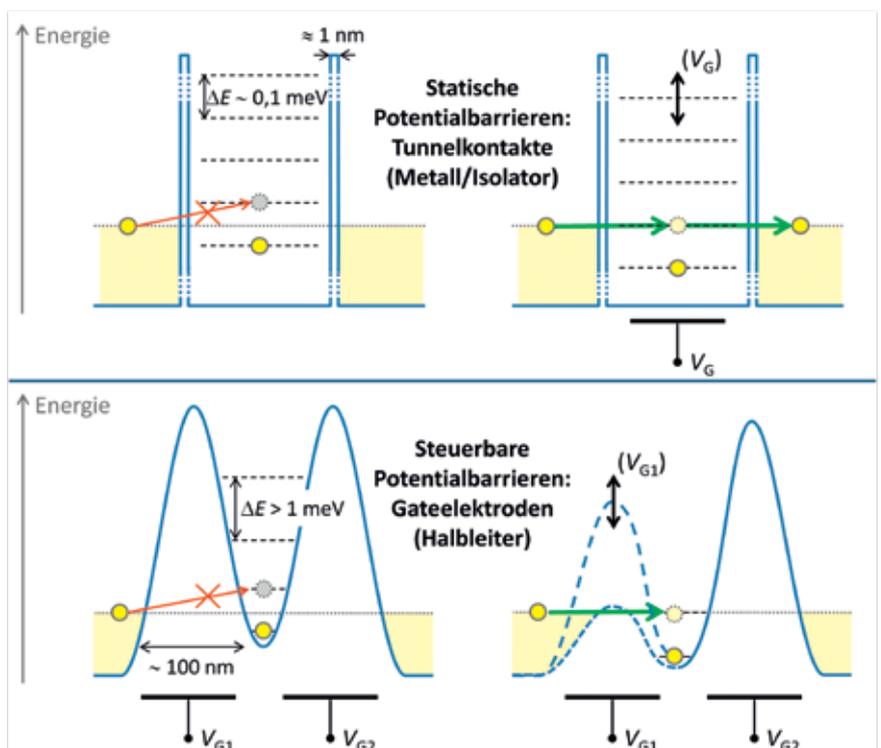


Bild 6: Schematische Darstellung unterschiedlicher Einzelelektronen-Schaltungen. Der oben gezeigte Typ basiert auf einer kleinen „Ladungsinsel“, die durch die Isolatorbarrieren zweier Tunnelkontakte gebildet wird. Die Coulomb-Wechselwirkung in der kleinen Insel bewirkt, dass „Insel-Elektronen“ nur diskrete Energiezustände (dargestellt durch die gestrichelten Linien) einnehmen können. Bei sehr niedrigen Temperaturen (typischerweise deutlich unterhalb von 1 Kelvin) ist der Elektronenfluss über die Insel dadurch blockiert, wie oben links gezeigt. Diese „Coulomb-Blockade“ kann aufgehoben werden, wenn man das Potential der Insel mittels der Gatespannung V_G so einstellt, dass Elektronen ohne Energieänderung durch die Tunnelkontakte „schlüpfen“ (genauer gesagt quantenmechanisch tunneln) können, wie oben rechts gezeigt. Der unten gezeigte Schaltungstyp basiert auf zwei steuerbaren Potentialbarrieren. Diese werden durch elektrostatische Potentiale verursacht, die entstehen, wenn man an die zwei Steuerelektroden der Schaltung negative Spannungen V_{G1} und V_{G2} anlegt. Auch hier ist, wie unten links gezeigt, zunächst kein Fluss weiterer Elektronen auf die Insel möglich. Durch Absenken der Barriere (also durch Erhöhung der Spannung V_{G1} , unten rechts gezeigt) wird Elektronentransport auf die Insel ermöglicht. Dadurch kann die Elektronenbesetzung der Insel kontrolliert verändert werden. Ist die Insel sehr klein, so bilden sich auch hier diskrete Energieniveaus aus: Nur bestimmte Energiewerte in der Potentialmulde können durch jeweils ein Elektron besetzt werden, und man spricht von einem „Quantenpunkt“ (engl. *Quantum Dot*). Der Coulomb-Blockade-Effekt tritt also auch hier auf.

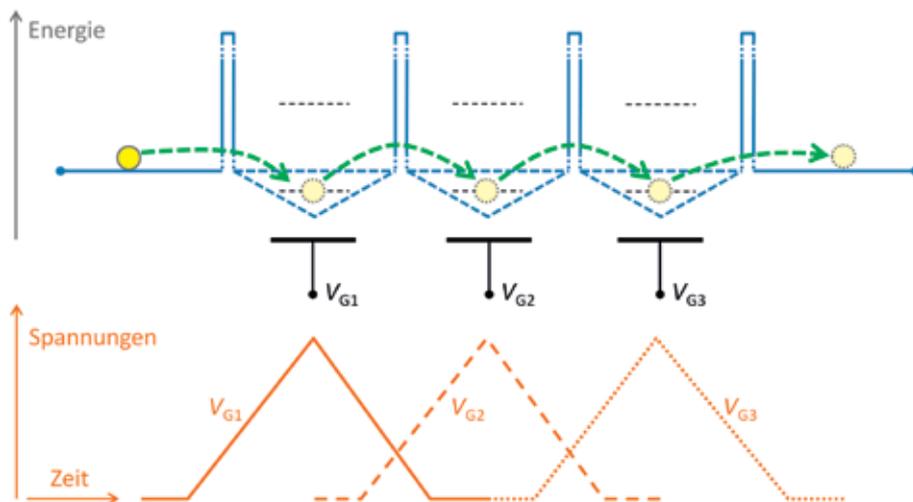
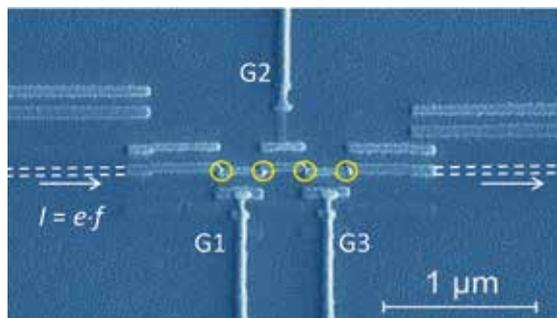


Bild 7: Oben: Funktionsweise einer SET-Pumpe mit vier Tunnelkontakten (drei „Ladungsinselfn“ zwischen jeweils zwei Tunnelkontakten) in schematischer Darstellung. Gezeigt ist der Transportzyklus eines Elektrons durch die Schaltung. Unten: Elektronenmikroskopische Aufnahme einer solchen SET-Pumpe mit vier in Reihe geschalteten Tunnelkontakten (durch gelbe Kreise markiert) und drei Gateelektroden G1–G3, welche die Potentiale der Inseln ansteuern.

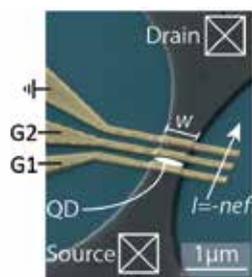
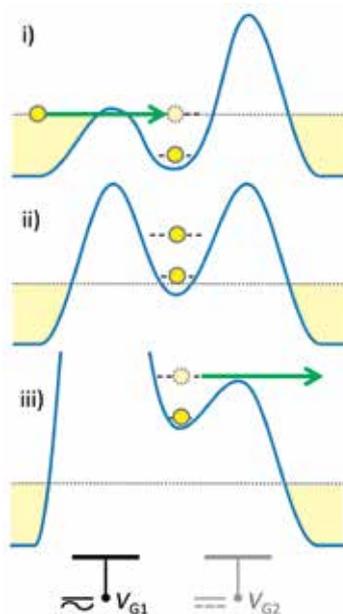


SET-Pumpen mit statischen oder steuerbaren Potentialbarrieren

Aufbau und Funktionsweise einer SET-Pumpe mit Tunnelkontakten – also statischen Potentialbarrieren – sind in Bild 7 dargestellt. Diese SET-Pumpe wird gebildet aus einer Reihenschaltung von mindestens drei Tunnelkontakten, wobei die Inseln zwischen je zwei benachbarten Tunnelkontakten mit je einer Gateelektrode versehen sind. Damit können die Potentiale der Inseln elektrostatisch gesteuert werden. Wenn alle Gatespannungen Null sind, ist aufgrund der Coulomb-Blockade kein Elektronenfluss durch diese Schaltung möglich. Sendet man nun einen Zug

von Spannungspulsen über die Gateelektroden, so wird die Coulomb-Blockade der hintereinander liegenden Inseln nacheinander aufgehoben, und ein Elektron folgt der elektrischen „Polarisationswelle“ der Gatespannungen von Insel zu Insel durch die Schaltung. Die Coulomb-Blockade verhindert, dass eine Insel dabei mit zwei (oder noch mehr) Elektronen besetzt wird. Wird dieser Transportzyklus mit der Frequenz f wiederholt, so liefert diese SET-Pumpe einen Strom $I = e \cdot f$. Wie bereits erwähnt, unterliegt der Transport durch die Tunnelbarrieren jedoch den Gesetzen der Statistik. Dies hat zur Folge, dass bei Frequenzen oberhalb von etwa 100 MHz in stark zunehmendem Maße Fehler durch „verpasste“ Tunnelereignisse auftreten. In der Praxis bedeutet das eine Limitierung der erzielbaren maximalen Stromstärken auf etwa 10 pA bis 20 pA ($1 \text{ pA} = 10^{-12} \text{ A}$).

Bild 8: Rechts: Funktionsweise einer SET-Pumpe mit steuerbaren Potentialbarrieren. Gezeigt ist ein Transportzyklus durch den „dynamischen Quantenpunkt“, bei dem ein Elektron von links kommend zunächst eingefangen (i) und im Quantendot isoliert wird (ii), bevor es zur rechten Seite hin wieder ausgeworfen wird (iii). Moduliert wird dabei nur die Höhe der linken Barriere. Links unten: Elektronenmikroskopische Aufnahme einer SET-Pumpe mit einem „Quantendot“ (QD) zwischen Gateelektroden G1 und G2.



einzelnen Elektronen und damit die quantisierte Stromerzeugung gemäß $I = n \cdot e \cdot f$, so wie schon in Bild 4 schematisch gezeigt. Ihnen kommt daher bezüglich der zukünftigen Realisierung des „Quanten-Ampere“ eine besonders wichtige Rolle zu.

Die Funktionsweise einer SET-Pumpe mit steuerbaren Potentialbarrieren ist in Bild 8 gezeigt. Dabei wird die Höhe der linken Barriere mittels einer an die Gateelektrode angelegte Wechselspannung V_{G1} periodisch so moduliert, dass abwechselnd einzelne Elektronen von der linken Leiterseite kommend in dem „dynamischen Quantenpunkt“ zwischen den Barrieren eingefangen und zur anderen Seite wieder ausgeworfen werden. Dieser Transportmechanismus involviert keine „langsamen“ Tunnelprozesse durch die hohen Potentialbarrieren, welche die Wiederholfrequenz f begrenzen würden. Daher kann eine SET-Pumpe mit steuerbaren Potentialbarrieren wesentlich höhere Stromstärken liefern als die zuvor beschriebene Tunnelkontakt-Pumpe: Frequenzen bis in den Gigahertz-Bereich sind möglich, was gemäß $I = e \cdot f$ maximalen Stromstärken von mehr als 160 pA entspricht. Ein weiterer Vorteil dieses Pumpentyps ist, dass man nur eine Gateelektrode mit einer Wechselspannung betreiben muss. Dies erleichtert sowohl das Layout der Schaltung als auch den Pumpbetrieb.



Herausforderungen und Stand der Forschung

Zu den wesentlichen Herausforderungen beim metrologischen Einsatz von SET-Pumpen zählen zwei Punkte:

1. Stärke des erzeugten Stromes: Bislang verfügbare SET-Pumpen liefern nur sehr **kleine Stromstärken** von typischerweise weniger als 1 nA (10^{-9} A).
2. Genauigkeit des erzeugten Stromes: Beim Einzelelektronentransport in SET-Pumpen kommt es generell zu (statistischen) **Fehlerereignissen**.

An der Lösung der damit verbundenen Probleme wird gegenwärtig in Forschung und Entwicklung gearbeitet, mit bereits sehr vielversprechenden Resultaten:

Zu Punkt 1: Wie bereits erwähnt, sind die von Tunnelkontakt-SET-Pumpen erreichbaren Stromstärken begrenzt auf die Größenordnung von etwa zehn Pikoampere. Pumpen, basierend auf „dynamischen Quantenpunkten“, können mit Pumpfrequenzen im Gigahertz-Bereich etwa zehnmal größere Stromstärken liefern. Dies wurde bereits mit unterschiedlichen Halbleiter-SET-Pumpen demonstriert. Dabei wurde bestätigt, dass gemäß $I = e \cdot f$ quantisierte Ströme einer Stärke im Bereich von hundert Pikoampere mit einer Genauigkeit erzeugt werden können, die für metrologische Anwendungen als zukünftige Stromnormale ausreichend ist. Dennoch ist man bestrebt, neue Konzepte für SET-Pumpen zu erforschen und weiterzuentwickeln, welche den Nanoampere-Bereich erschließen [5]. Entsprechende Forschungsarbeiten erfordern Methoden zur *hochgenauen Messung* solch kleiner Stromstärken. Für den angestrebten Einsatz von SET-Pumpen als zukünftige Stromnormale und für den darauf aufbauenden praktischen Einsatz in der Metrologie benötigt man zudem extrem *genaue Methoden zur Stromverstärkung*. Bezüglich beider Punkte wurden in jüngster Zeit durch Innovationen in der instrumentellen Messtechnik in der PTB erhebliche Fortschritte gemacht: Kürzlich wurde von PTB-Forschern ein neuartiger Verstärker für kleine Ströme entwickelt und verifiziert [6, 7]. Dieses neuartige Instrument mit zeitlich höchst stabilen Eigenschaften erlaubt die hochgenaue Stromverstärkung (Faktor 1000 oder mehr). Außerdem können Eingangsströme im Bereich von sub-fA ($< 10^{-15}$ A) bis zu $5 \mu\text{A}$ ($5 \cdot 10^{-6}$ A) über ein Widerstandsnetzwerk extrem genau in Spannungssignale umgewandelt werden. Damit können kleine Stromstärken nun mit unübertroffener Genauigkeit und rückgeführt auf Quanten-Hall-Widerstand und Josephson-Spannungsnormale gemessen werden: Relative Unsicherheiten von 10^{-7} für 100 pA wurden bereits demonstriert.

Zu Punkt 2: Der angestrebte Einsatz von SET-Pumpen als zukünftige Stromstärkennormale erfordert es, relative Unsicherheiten von 10^{-7} oder besser bei der Stromerzeugung zu erreichen. Zur Erinnerung: Die in der Einleitung erwähnte indirekte „klassische“ Darstellung des SI-Ampere, realisiert mittels elektromechanischer Apparaturen, erzielte bereits eine relative Unsicherheit von wenigen Teilen in 10^7 . Prinzipiell treten beim Einzelelektronentransport in SET-Pumpen jedoch Fehlerereignisse auf, welche Abweichungen der gelieferten Stromstärke vom quantisierten Wert $e \cdot f$ verursachen und damit die Genauigkeit des erzeugten Stromes beeinträchtigen können. Bei den auf metallischen Tunnelkontakten basierenden SET-Pumpen können Fehlerereignisse beispielweise durch die statistische Natur der Tunnelprozesse oder durch thermische oder elektromagnetische Anregungen von Elektronen verursacht werden. Für die zuletzt genannten Fehler sind diese Pumpen anfällig, da die Coulomb-Blockade in ihnen typischerweise relativ schwach ausgeprägt ist: Die entsprechenden Energieabstände ΔE auf den Ladungsinseln liegen im Bereich unterhalb von etwa 0,1 meV (siehe Bild 6 oben). Bei den auf „dynamischen Quantenpunkten“ basierenden Halbleiter-Pumpen kann es während der „Einladephase“ von Elektronen in den Quantenpunkt (Phase i in Bild 8) zu Fehlern kommen, dadurch dass beispielsweise ein Elektron wieder auf die Ausgangsseite zurückfällt, bevor es stabil in der Potentialmulde isoliert werden kann (Phase ii in Bild 8). Alle genannten Fehlerereignisse treten typischerweise statistisch auf und müssen bei der Stromerzeugung quantitativ berücksichtigt werden, um Aussagen über die erreichte Genauigkeit zuzulassen. Dies wiederum erfordert es, einzelne Fehlerereignisse in den SET-Schaltungen zu „zählen“. Dafür setzt man ultrasensitive Ladungsdetektoren ein, welche die Ladung mit einer Auflösung kleiner e messen und damit einzelne Elektronen nachweisen können [8]. Diese sogenannten SET-Detektoren lassen sich ebenfalls durch spezielle Einzelelektronen-Schaltungen (sogenannte SET-Elektrometer oder -Transistoren) realisieren, auf die hier jedoch nicht im Detail eingegangen wird.

Der Stand der Technik im Bereich der Fehlerdetektion für SET-Pumpenschaltungen wurde in jüngster Zeit durch die Entwicklung neuer „Zählverfahren“ in der PTB erheblich vorangebracht [9, 10]. Der besondere Trick dabei ist es, nicht jedes von den SET-Pumpen transferierte Elektron zu zählen – bei hohen Pumpfrequenzen würde die limitierte Bandbreite der Detektoren dies ohnehin nicht erlauben; vielmehr basiert die Methode darauf, nur die sehr viel seltener auftretenden Fehlerereignisse zu zählen. Dabei kommt eine Anordnung von mehreren SET-

Pumpen in Reihenschaltung in Kombination mit SET-Detektoren zum Einsatz, so wie schematisch in Bild 9 gezeigt ist. Auf diese Weise können Pumpfehler gewissermaßen „in situ“ während der Stromerzeugung erfasst und für eine Korrektur der gelieferten Stromstärke berücksichtigt werden. Dazu wird eine Korrelationsanalyse der gleichzeitig ausgelesenen Detektorsignale durchgeführt, wodurch bestimmte Fehlertypen eindeutig identifiziert werden können. Dies ermöglicht Rückschlüsse darauf, welche der Pumpen einen Fehler gemacht hat und ob es sich dabei um ein „verpasstes“ oder „zusätzliches“ Elektron handelt.

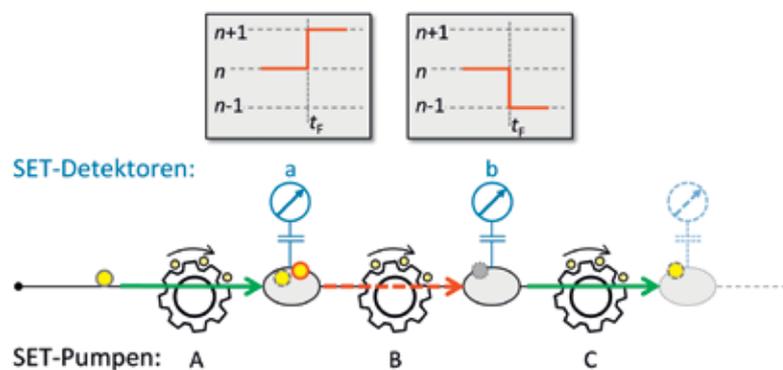


Bild 9: Nachweis bzw. Zählen von SET-Pumpfehlern in einer Reihenschaltung aus SET-Pumpen mittels SET-Detektoren, welche die Ladungszustände der Inseln zwischen jeweils zwei Pumpen detektieren. Beim kontinuierlichen Pumpbetrieb der Pumpen trete zum Zeitpunkt t_F ein durch Pumpe B verursachter Fehler auf – dabei wird ein Elektron auf der Insel zwischen den Pumpen ‚A‘ und ‚B‘ „zurückgelassen“. Dies zeigt sich in den Signaturen der beiden SET-Detektoren ‚a‘ und ‚b‘, welche die Ladungszustände der jeweiligen Inseln überwachen: Das Signal von Detektor ‚a‘ (ganz oben links) zeigt nach dem Fehlerereignis ein überschüssiges Elektron (rot umrandet) auf der ersten Insel ($n \rightarrow n+1$). Gleichzeitig registriert Detektor ‚b‘, dass auf der nachfolgenden Insel nun ein Elektron fehlt ($n \rightarrow n-1$), da die korrekt funktionierende Pumpe ‚C‘ ein Elektron abtransportiert hat.

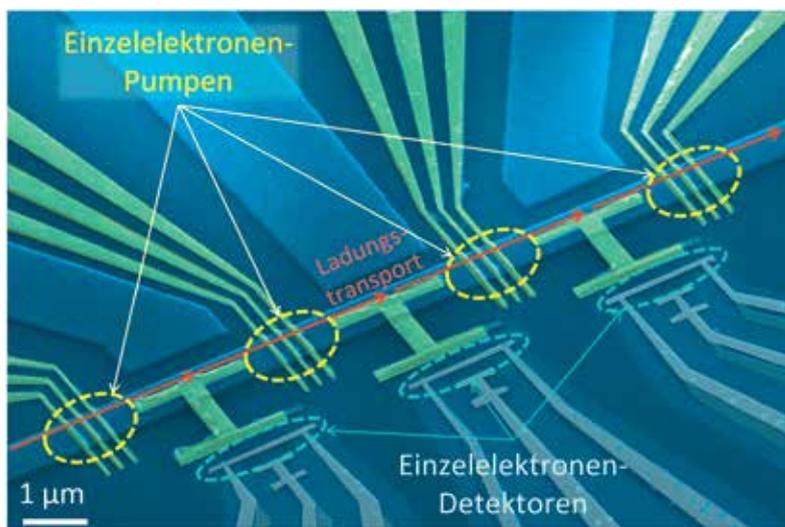


Bild 10: In der PTB entwickelter Prototyp einer „selbstreferenzierten“ Einzelelektronen-Stromquelle (Betriebsschema gemäß Abb. Bild 9) mit vier in Reihe geschalteten SET-Pumpen (Halbleiterstrukturen mit steuerbaren Potentialbarrieren) und SET-Detektoren, welche die Ladungszustände der Inseln zwischen den SET-Pumpen überwachen.

Es ist in der PTB bereits gelungen zu zeigen, dass mit diesem Verfahren die Genauigkeit des durch eine SET-Stromquelle erzeugten Stromes erheblich gesteigert werden kann [10]. Ein Prototyp der dazu verwendeten „selbstreferenzierten“ (also *sich selbst überprüfenden*) Einzelelektronen-Stromquelle ist in Bild 10 gezeigt.

Mit Blick auf die weitere Entwicklung ist zu erwarten, dass sowohl Fortschritte in der Kleinstrommesstechnik als auch in der Weiterentwicklung von selbstreferenzierten SET-Stromquellen erheblich zur zukünftigen Realisierung des „Quanten-Ampere“ beitragen werden. Die PTB ist auf beiden Gebieten bereits jetzt führend.

5. Ausblick

Es ist absehbar, dass weiterentwickelte SET-Pumpen mit steuerbaren Potentialbarrieren in naher Zukunft Stromstärken bis in den nA-Bereich mit relativen Unsicherheiten von besser als 10^{-7} liefern werden. Die PTB hat sich zum Ziel gesetzt, das neu definierte Ampere mit einer Einzelelektronen-Stromquelle für Stromstärken von etwa 100 pA mit einer relativen Unsicherheit kleiner als $1 \cdot 10^{-7}$ zu realisieren. Zusammen mit den in der PTB entwickelten neuen Stromverstärkerinstrumenten kann damit der Stromstärkebereich zwischen 1 fA und 1 μA mit überragender Genauigkeit erschlossen werden. Damit wird absehbar auch die Genauigkeit von Instrumentenkalibrierungen im Bereich kleiner Stromstärken um bis zu zwei Größenordnungen verbessert. Dies ist nicht nur für die Forschung an Einzelelektronen-Schaltungen, sondern auch für Anwendungen in der Industrie sowie der Umwelt- und Medizintechnik relevant: Sowohl die moderne Halbleiterindustrie (Mikro- und Nanoelektronik) als auch die Medizin- und Umweltmesstechnik (beispielweise Dosimetrie und Immissionsschutzmessungen) benötigen in zunehmendem Maße Methoden zur genauen Messung kleiner Stromstärken.

Für höhere Stromstärken werden auch in Zukunft Realisierungen des Ampere mithilfe von Quanten-Hall-Effekt und Josephson-Effekt (über das Ohm'sche Gesetz) besser geeignet sein. Diese beiden in der elektrischen Metrologie bereits lange etablierten Quanteneffekte erhalten durch die Neudefinition des SI sogar noch größere Bedeutung: Da neben dem Wert für e im neuen SI auch der Wert für h festgelegt wird, werden Josephson-Spannungsnormale das SI-Volt (basierend auf $K_J = 2e/h$) und Quanten-Hall-Widerstände das SI-Ohm (basierend auf $R_K = h/e^2$) realisieren. Neben der direkten Amperedarstellung mittels SET-Pumpenschaltungen (über $I = n \cdot e \cdot f$) ist dann auch die indirekte Darstellung mit einem Josephson-Spannungsnormal und einem Quanten-Hall-Widerstand SI-konform.



Mit Blick auf die elektrische Metrologie generell ist noch anzumerken, dass die Nutzung des Josephson- und des Quanten-Hall-Effekts ausgehend vom bereits erreichten hohen Stand weiterentwickelt wird – vor allem für Wechselstrom-Anwendungen. Die Weiterentwicklung der elektrischen Metrologie verbessert nicht nur die praktische elektrische Messtechnik, sondern ermöglicht auch neue grundlegende Experimente, die auf ein besseres Verständnis des Transports quantisierter Ladungen in Festkörpern abzielen. Dazu zählen Experimente wie das „Quantenmetrologische Dreieck“. Ausführliche Darstellungen dieses Aspekts finden sich beispielsweise in den Referenzen [1], [5] und [11].

Der Anschluss zwischen elektrischen und mechanischen Einheiten wird im neuen SI durch ein weiteres wichtiges Experiment hergestellt, welches in den vergangenen Jahrzehnten in der Metrologie entwickelt und optimiert wurde: Mit der sogenannten *Wattwaage* – wiederum eine elektromechanische Apparatur – wird die Verbindung zwischen der Masse (als mechanische Größe) und den elektrischen Größen hergestellt, indem mechanische und elektrische Leistung (beziehungsweise Energie) verglichen werden [1].

6. Fazit

Die Festlegung der Zahlenwerte der Fundamentalkonstanten *Elementarladung* und *Planck-Konstante* im neuen SI wird die Bedeutung der elektrischen Quanteneffekte sowohl für fundamentale metrologische Anwendungen wie auch für die messtechnische Praxis weiter stärken. Die direkteste Realisierung des Ampere kann mit elektronischen Schaltungen erfolgen, welche das „Abzählen“ einzelner Elektronen nutzen. Die bereits länger metrologisch etablierten Quanteneffekte für das Volt und das Ohm (Josephson- und Quanten-Hall-Effekt) werden durch die Neudefinition SI-konform und können damit auch für die Darstellung des zukünftigen SI-Ampere genutzt werden. Letzteres ist allerdings eine eher indirekte Darstellung, da sie auf der Kombination von Spannung und Widerstand beruht.

Bei der Festlegung der Zahlenwerte der definierenden Konstanten wird darauf geachtet, dass die Größenunterschiede zwischen den „neuen“ Einheiten und denen des „alten“ SI möglichst klein ausfallen. Bei den elektrischen Einheiten wird die SI-Neudefinition allenfalls zu sehr kleinen Änderungen in der Größenordnung von einem Teil in 10 Millionen führen; der Anschluss an die „alten“ Einheiten wird also ohne große Sprünge erfolgen. Daher ist sichergestellt, dass die Stromrechnung des Energieversorgers sich durch die Neudefinition des Ampere nicht ändern wird.

Literatur

- [1] E. O. Göbel und U. Siegner; Quantum Metrology: Foundation of Units and Measurements, Wiley-VCH, Weinheim (2015), ISBN 978-3-527-41265-5
- [2] M. Planck; Über irreversible Strahlungsvorgänge, in Sitzungsbericht der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften, erster Halbband, (1899) 479–480
- [3] Single Charge Tunneling – Coulomb blockade phenomena in nanostructures, in NATO ASI Series B, Vol. 294, Editoren H. Grabert und M. H. Devoret, Plenum Press, New York (1992), ISBN 0-306-44229-9
- [4] B. Kästner und V. Kashcheyevs; Non-adiabatic quantized charge pumping with tunable-barrier quantum dots: a review of current progress, Reports on Progress in Physics **78** (2015) 103901
- [5] J. P. Pekola, O.-P. Saira, V. F. Maisi, A. Kemppinen, M. Möttönen, Y. Pashkin, D. V. Averin; Single-electron current sources: toward a refined definition of the ampere, Review of Modern Physics **85** (2013) 1421
- [6] D. Drung, C. Krause, U. Becker, H. Scherer, F. J. Ahlers; Ultrastable low-noise current amplifier: a novel device for measuring small electric currents with high accuracy, Review of Scientific Instruments **86** (2015) 024703
- [7] D. Drung, M. Götz, E. Pesel, H. Scherer; Improving the traceable measurement and generation of small direct currents, IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement **64** (2015) 3021
- [8] L. Fricke, R. Dolata, B. Kästner, F. Hohls, H.-W. Schumacher; Die Kunst des Elektronenzählens, Physik in unserer Zeit **46** (2015) S. 70–76
- [9] L. Fricke, M. Wulf, B. Kästner, V. Kashcheyevs, J. Timoshenko, P. Nazarov, F. Hohls, P. Mirovsky, B. Mackrodt, R. Dolata, T. Weimann, K. Pierz, H.-W. Schumacher; Counting statistics for electron capture in a dynamic quantum dot, Physical Review Letters **110** (2013) 126803
- [10] L. Fricke, M. Wulf, B. Kästner, F. Hohls, P. Mirovsky, B. Mackrodt, R. Dolata, T. Weimann, K. Pierz, U. Siegner, H.-W. Schumacher; Self-referenced single-electron quantized current source, Physical Review Letters **112** (2014) 226803
- [11] H. Scherer und B. Camarota; Quantum metrology triangle experiments: a status review, Measurement Science and Technology **23** (2012) 124010