

# Darstellung der Masseskala

Michael Borys<sup>1</sup>, Frank Scholz<sup>2</sup>, Martin Firlus<sup>3</sup>

## 1 Einführung

Die Definition der Einheit der Masse basiert auf einer materiellen Verkörperung, dem Internationalen Kilogrammprototyp [1]. Damit sind Definition und Realisierung der SI-Basiseinheit Kilogramm identisch. Die Weitergabe der Masseneinheit Kilogramm erfolgt auf der höchsten Ebene der Hierarchie der Massenormale unter Verwendung von Kopien des Internationalen Kilogrammprototyps, hergestellt aus gleichem Material (90 % Platin, 10 % Iridium), mit gleichen Abmessungen und Oberflächeneigenschaften. Diese offiziellen Kopien werden als Kilogrammprototypen bezeichnet und sind auf einen Massebereich von  $1 \text{ kg} \pm 1 \text{ mg}$  justiert [2].

Um die Massen von beliebigen Körpern bestimmen zu können, ist die Darstellung und Weitergabe von Teilen und Vielfachen der Masseneinheit Kilogramm erforderlich. Ausgehend von einem Referenznormal, wie beispielsweise einem Kilogrammprototyp, wird hierfür eine Masseskala mit Hilfe von Gewichtsätzen geeigneter Stückelung nach einem Wägeschema und unter Anwendung einer Ausgleichsrechnung abgeleitet. Im Ergebnis der Ableitung stehen auf das Referenznormal rückgeführte Hauptnormale zur Verfügung, die Teile und Vielfache der Einheit der Masse verkörpern und damit die Grundlage für die Weitergabe der Masseneinheit in dem abgeleiteten Massebereich bilden.

## 2 Hierarchie der Massenormale

Da Definition und Realisierung der Masseneinheit an eine materielle Verkörperung – also an ein Kilogrammprototyp – gebunden sind, wird die Einheit der Masse über eine ununterbrochene Kette von Massevergleichen weitergegeben. Hieraus ergibt sich eine Hierarchie der Massenormale (Bild 1). An der Spitze der hierarchischen Kette steht das Internationale Kilogrammprototyp\* im Bureau International des Poids et Mesures (BIPM). Im Zuge der Sanktionierung des Internationalen Kilogrammprototyps durch die erste Generalkonferenz für Maße und Gewichte im Jahre 1889 wurden von 42 Kilogrammprototypen 30 an die Mitgliedsländer der Meterkon-

vention und das BIPM vergeben [3, 4]. Derzeit zählt die Meterkonvention 51 Mitgliedsländer und die Zahl der Kilogrammprototypen ist auf über 80 angewachsen. Alle Kopien des Internationalen Kilogrammprototyps tragen eine Nummer. Das nationale Kilogrammprototyp der Bundesrepublik Deutschland ist das 1954 neu erworbene Kilogrammprototyp Nr. 52 (Bild 2).

Die Weitergabe der Masseneinheit von dem Internationalen Kilogrammprototyp zu den nationalen Kilogrammprototypen erfolgt in der Regel über die Arbeitsnormale des BIPM. Nationale Kilogrammprototypen werden etwa alle zehn Jahre an die Arbeitsnormale des BIPM angeschlossen. Ein Vergleich der nationalen Kilogrammprototypen mit dem Internationalen Kilogrammprototyp erfolgt in größeren Zeitabständen im Rahmen von so genannten Nachprüfungen (Verifikationen). Nach dem Anschluss der ersten 42 Kilogrammprototypen in den Jahren von 1883 bis 1888 wurden die nationalen Kilogrammprototypen bislang zu drei Nachprüfungen einberufen: 1899 bis 1911 (hierbei erfolgte der Vergleich nicht gegen das Internationale Kilogrammprototyp, sondern gegen das Kilogrammprototyp Nr. 1), 1939/46 bis 1953 (durch die Kriegereignisse unterbrochen) und 1988 bis 1992 [3]. In Abhängigkeit vom zeitlichen Abstand zur letzten Nachprüfung wird die Masse nationaler Kilogrammprototypen im BIPM mit erweiterten Messunsicherheiten ( $k = 2$ ) im Bereich von  $5 \mu\text{g}$  bis  $15 \mu\text{g}$  (relativ  $5 \cdot 10^{-9}$  bis  $1,5 \cdot 10^{-8}$ ) bestimmt.

In den nationalen Metrologieinstituten wird die Masseneinheit von den Kilogrammprototypen an die Hauptnormale (auch Primärnormale genannt) weitergegeben. Die Hauptnormale bestehen heutzutage meist aus korrosionsbeständigem, unmagnetischem Stahl (Dichte etwa  $8000 \text{ kg/m}^3$ ). Der Anschluss der 1-kg-Hauptnormale an das nationale Kilogrammprototyp stellt auf Grund des notwendigen Übergangs von der Dichte  $21\,500 \text{ kg/m}^3$  (Pt-Ir) auf  $8000 \text{ kg/m}^3$  (Stahl) besondere Anforderungen an die Luftdichtebestimmung, da bei einer Luftdichtebestimmung aus den Luftdichteparametern (Temperatur, Druck,

<sup>1</sup> Dr. Michael Borys, Leiter der Arbeitsgruppe „Darstellung Masse“, E-Mail: michael.borys@ptb.de

<sup>2</sup> Dipl. Phys. Frank Scholz, Arbeitsgruppe „Darstellung Masse“, E-Mail: frank.scholz@ptb.de

<sup>3</sup> Martin Firlus, Arbeitsgruppe „Darstellung Masse“, E-Mail: martin.firlus@ptb.de

\* In der Metrologie hat sich, abweichend vom allgemeinen Sprachgebrauch, für den Begriff „Kilogrammprototyp“ das sächliche Geschlecht („das Kilogrammprototyp“) durchgesetzt.

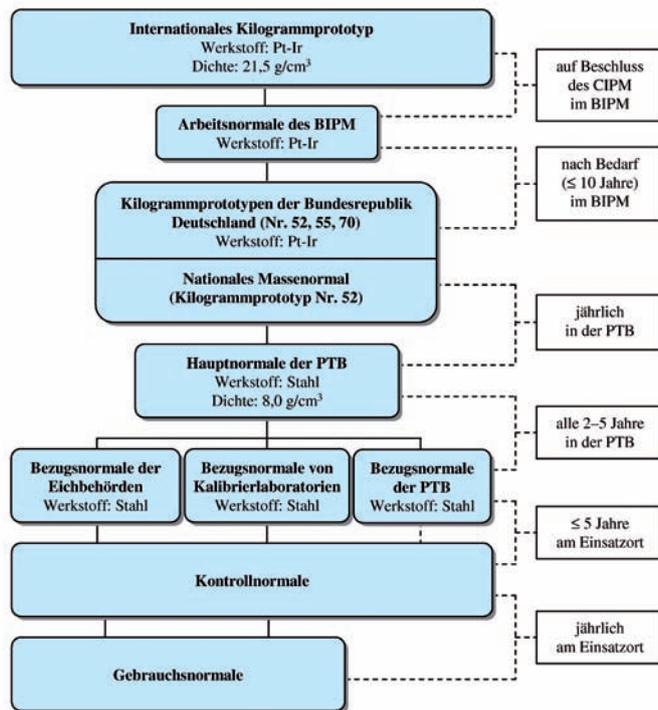


Bild 1:  
Hierarchie der Massennormale in der Bundesrepublik Deutschland (Pt-Ir: Legierung aus 90 % Platin und 10 % Iridium, BIPM: Bureau International des Poids et Mesures, CIPM: Comité International des Poids et Mesures)



Bild 2:  
Kilogrammprototyp Nr. 52 der Bundesrepublik Deutschland (aufbewahrt unter zwei Glaslocken)

Feuchte und CO<sub>2</sub>-Gehalt) die Unsicherheit der Luftauftriebskorrektur deutlich größer als die Unsicherheitsbeiträge der Wägung und anderer Einflussgrößen ist [5]. Der Masseanschluss von Hauptnormalen an das nationale Kilogrammprototyp wird auf speziellen 1-kg-Massekomparatoren, so genannten Prototypwaagen, ausgeführt (Bild 3). Prototypwaagen werden nahezu ausschließlich in druckfesten Gehäusen untergebracht, die meist auch evakuiert werden können. Unter druckstabilen Bedingungen und Temperaturschwankungen von wenigen Millikelvin können mit modernen Prototypwaagen relative Standardabweichungen  $\leq 3 \cdot 10^{-10}$  erreicht werden. Durch Wägung von speziellen Auftriebskörpern in Vakuum und Luft sind Luftdichtebestimmungen mit relativen Unsicherheiten ( $k = 1$ ) von rund  $2 \cdot 10^{-5}$  möglich [6, 7].

Der Übergang vom nationalen Kilogrammprototyp zu den Hauptnormalen ist Grundlage für die Realisierung von Teilen und Vielfachen der Masseneinheit Kilogramm in Form einer Masseskala (Abschn. 4, Bild 4). Die Masseskala umfasst in der Regel den Nennwertebereich, der regelmäßig und mit besonders hohen Anforderungen für die Weitergabe der Einheit der Masse benötigt wird. In der PTB ist dies beispielsweise der Bereich von 1 mg bis 5 t, der mit kleinsten relativen Unsicherheiten  $U/m$  von bis zu  $2,8 \cdot 10^{-8}$  ( $k = 2$ ) dargestellt werden kann.

An die Hauptnormale der PTB werden die Bezugsnormale von Institutionen, Behörden im gesetzlichen Messwesen und anderen Einrichtungen in Forschung, Industrie und Metrologie angeschlossen (Bild 1). Mit Hilfe dieser Bezugsnormale werden dann in weiteren Schritten untergeordnete Bezugs-, Kontroll- und Gebrauchsnormale kalibriert. Innerhalb der PTB wird die Basiseinheit Kilogramm an abgeleitete Einheiten (z. B. Dichte, Kraft, Druck) weitergegeben.

An die Massestabilität von Prototypen, Haupt-, Bezugs- und Kontrollnormalen werden höchste Anforderungen gestellt. Jede Handhabung kann die Massestabilität beeinflussen und birgt die Gefahr von Beschädigungen. Die Zeitabstände für Rekalibrierungen sind daher so zu wählen, dass Masseänderungen rechtzeitig erkannt werden. In Bild 1 sind zu den einzelnen Hierarchiestufen Anhaltswerte für die Zeit zwischen zwei Anschlussmessungen angegeben. Hierbei ist zu berücksichtigen, dass für die Festlegung von Rekalibrierintervallen die individuelle Stabilität eines Normals sowie die Häufigkeit und die Bedingungen seiner Verwendung maßgeblich sind.

## 4 Aufbau einer Masseskala

### 4.1 Wägeschema

Im Allgemeinen werden Massebestimmungen hoher Genauigkeit durch Differenzwägungen gleichen Nennwerts durchgeführt. Bei der Ka-

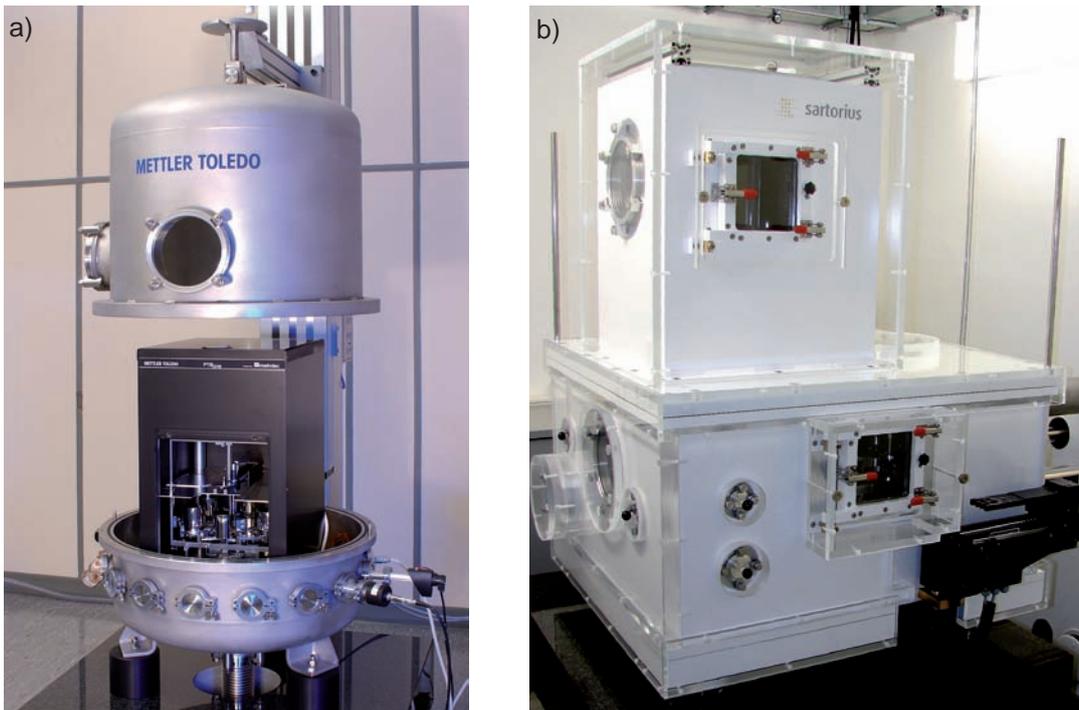


Bild 3a-b:

Prototypwaagen der PTB (1-kg-Vakuum-Massekomparatoren, aufgestellt in vakuumfesten Kammern).

a) Mettler-Toledo M\_one: automatische Wechseinrichtung mit sechs Positionen, Auflösung 0,1  $\mu\text{g}$ , Standardabweichung  $\leq 0,3 \mu\text{g}$ ;

b) Sartorius CCL1007: automatische Wechseinrichtung mit acht Positionen, Auflösung 0,1  $\mu\text{g}$ , Standardabweichung  $\leq 0,2 \mu\text{g}$

librierung von Gewichtsätzen kann jedoch das Problem auftreten, dass nur ein Referenznormal mit einem bestimmten Nennwert zur Verfügung steht. In diesem Fall ist eine Bestimmung des Gewichtsatzes in sich mit Anschluss an das Referenznormal erforderlich. Dasselbe Verfahren findet bei der Ableitung von Teilen und Vielfachen der Masseneinheit als Masseskala vom nationalen Kilogrammprototyp Anwendung. Hierbei werden mit Hilfe eines geeigneten Wägeschemas Massevergleiche mit bestimmten Kombinationen von Massenormalen ausgeführt. Im gesetzlichen Messwesen ist die Stückelung der Normale durch die Faktoren  $1 \cdot 10^n$ ,  $2 \cdot 10^n$  und  $5 \cdot 10^n$ ,  $n \in \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$ , international festgelegt [8].

Das verwendete System von Wägleichungen lässt sich durch ein Wägeschema darstellen und ermöglicht den dekadentweisen Aufbau einer Masseskala. Neben dem Referenznormal werden in der PTB pro Dekade noch sieben weitere Normale verwendet, so dass jeder Nennwert doppelt vorhanden ist. Für die erste Anschlusswägung bei bekannter Masse  $m_{1\text{kg}}$  ergibt sich in diesem Fall die Gleichung

$$m_{1\text{kg}} - m'_{1\text{kg}} = x(1), \quad (1)$$

mit

$m_{1\text{kg}}$  Masse des Normals mit dem Nennwert 1 kg (Nr. 1),

$m'_{1\text{kg}}$  Masse des Normals mit dem Nennwert 1 kg (Nr. 2),

$x(1)$  Massedifferenz als Ergebnis der ersten Wägung.

Durch weitere Bestimmungen, wie z. B.

$$m_{1\text{kg}} - (m_{500\text{g}} + m'_{500\text{g}}) = x(2), \quad (2)$$

$$m_{500\text{g}} - m'_{500\text{g}} = x(4), \quad (3)$$

lassen sich gleich viele oder mehr Massevergleiche ausführen als Normale unbekannter Masse vorhanden sind. Auf diese Weise kann jede Dekade und schließlich jeder Satz von Massenormalen ausgehend von einem Normal bekannter Masse abgeleitet werden.

Je nach Anforderungen und der gegebenen Stückelung eines Gewichtsatzes können unterschiedliche Wägeschemata angewendet werden. Bild 4 zeigt ein Beispiel für ein Wägeschema mit sieben unbekanntem Normalen in einer Stückelung 1, 1, 2, 2, 5, 5, 10 und zehn Wägungen in jeder Dekade, wie es in der PTB verwendet wird. Die erste Zeile veranschaulicht, dass in der ersten Wägung das bekannte 1-kg-Normal (Zeichen „+“) mit dem unbekanntem 1-kg-Normal (Zeichen „-“) verglichen wird. Das Wägeregebnis dieses Vergleichs ist  $x(1)$ . Aus dem Gleichungssystem mit zehn Gleichungen und sieben Unbekannten lassen sich die gesuchten Massen der einzelnen Normale berechnen. Da es sich hierbei um ein überbestimmtes Gleichungssystem handelt, können die gesuchten Massen mit

Hilfe einer Ausgleichsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate ermittelt werden. Zusätzlich liefert die Ausgleichsrechnung die Varianz-Kovarianz-Matrix, eine quadratische, symmetrische Matrix, deren Diagonalelemente die Varianzen der beteiligten Massenormale enthalten. Da alle unbekannt Normalen von einem bekannten Normal abgeleitet werden, sind ihre Massen korreliert. Die entsprechenden Kovarianzen beinhalten die Nicht-Diagonalelemente der Varianz-Kovarianz-Matrix. Werden bei späteren Kalibrierungen Kombinationen dieser Normale eingesetzt, sind die Kovarianzen in der Unsicherheitsberechnung zu berücksichtigen.

In der nächsten Dekade wird das nunmehr bekannte 100-g-Normal mit den unbekannt Normalen entsprechend dem in der ersten Dekade beschriebenen Wägeschema verglichen. Auf diese Weise werden sukzessive alle folgenden Dekaden, z. B. bis herab zu 1 mg, sowie die Dekaden für größere Nennwerte als 1 kg abgeleitet.

Die Verwendung eines solchen Wägeschemas mit mehr Wägleichungen als zu kalibrierende Gewichtstücke ermöglicht die Kontrolle über mögliche Wägefehler durch Vergleich der beobachteten und der durch Ausgleichsrechnung berechneten Wägeergebnisse.

Dekade 100 g bis 1 kg								
Wägung	1 kg	1 kg	500 g	500 g	200 g	200 g	100 g	100 g
x(1)	+	-						
x(2)	+							
x(3)		+						
x(4)			+					
x(5)				+				
x(6)					+			
x(7)						+		
x(8)							+	
x(9)								+
x(10)								

Dekade 10 g bis 100 g								
Wägung	100 g	100 g	50 g	50 g	20 g	20 g	10 g	10 g
x(1)	+	-						
⋮								
x(10)							+	-

Dekade 1 g bis 10 g								
Wägung	10 g	10 g	5 g	5 g	2 g	2 g	1 g	1 g
⋮								
Wägung	10 mg	10 mg	5 mg	5 mg	2 mg	2 mg	1 mg	1 mg
x(1)	+	-						
⋮								
x(10)							+	-

sowie zu größeren Normalen

Dekade 1 kg bis 10 kg								
Wägung	10 kg	10 kg	5 kg	5 kg	2 kg	2 kg	1 kg	1 kg
x(1)	+	-						
⋮								
x(10)							+	-

Bild 4:  
Beispiel für die Ableitung einer Masseskala nach einem Wägeschema mit sieben unbekannt Normalen und zehn Wägungen pro Dekade

## 4.2 Massekomparatoren

Da Vergleichsmessungen stets mit Normalen gleicher Nennwerte nach dem Substitutionsverfahren ausgeführt werden, geht in das Messergebnis nicht der absolute Wert der Waagenanzeige, sondern nur die Wägedifferenz ein. Für derartige Differenzwägungen werden Massekomparatoren eingesetzt. Diese besitzen im Vergleich zu ihrer Höchstlast nur einen relativ kleinen Wägebereich, der aber sehr hoch und mit nur sehr geringen Linearitätsabweichungen aufgelöst werden kann. So beträgt beispielsweise der (elektrische) Wägebereich der in Bild 3a dargestellten Prototypwaage mit einer Höchstlast von 1 kg lediglich 1,5 g. Dieser Bereich wird jedoch mit 0,1 µg, d. h.  $1,5 \cdot 10^7$  Schritten, und einer maximalen Linearitätsabweichung von  $\pm 2$  µg aufgelöst. In der Praxis ist man bestrebt, den Einfluss der Linearitätsabweichungen zu minimieren, indem die Wägedifferenzen mit geeigneten Massenormalen (Zulagen) auf höchstens 10 % des Wägebereichs begrenzt werden. Um den Einfluss linearer Driften (z. B. durch Temperaturänderungen) zu unterdrücken, werden wiederholte Vergleiche des Prüflings (P) mit dem Normal (N) in gleichen zeitlichen Abständen ausgeführt, wobei jeder Wägezyklus aus mehreren (meist drei bis sechs) aufeinander folgenden Wägungen in der Reihenfolge N-P-P-N besteht. Vier aufeinander folgende Wägewerte  $m_{W_i}$  ergeben jeweils eine gemittelte, driftkorrigierte Wägedifferenz

$$\Delta m_W = \frac{-m_{W1} + m_{W2} + m_{W3} - m_{W4}}{2} \quad (4)$$

Für die Weitergabe der Masseneinheit Kilogramm über mehrere Dekaden müssen in der PTB mehrere Massekomparatoren und Waagen eingesetzt werden. Ein charakteristischer Kennwert für Massekomparatoren und Waagen ist die Standardabweichung. Diese sollte für wiederholende Wägezyklen in Abhängigkeit von der geforderten Unsicherheit einen bestimmten Wert nicht überschreiten. Tabelle 1 zeigt eine Auswahl der in der PTB zur Darstellung der Masseskala und für Massebestimmungen höchster Genauigkeit verwendeten Waagen und Massekomparatoren mit ihren wesentlichen Eigenschaften.

## 4.3 Massenormale

Im deutschen Sprachgebrauch wird meist zwischen Massenormalen und eichfähigen Gewichtstücken unterschieden, wobei das Adjektiv eichfähig i. Allg. fortgelassen wird. Ein Massenormal ist durch seine Masse und deren Unsicherheit gekennzeichnet. Es muss so beschaffen sein, dass innerhalb der Rekalibrierintervalle eine im Verhältnis zur Unsicherheit ausreichende

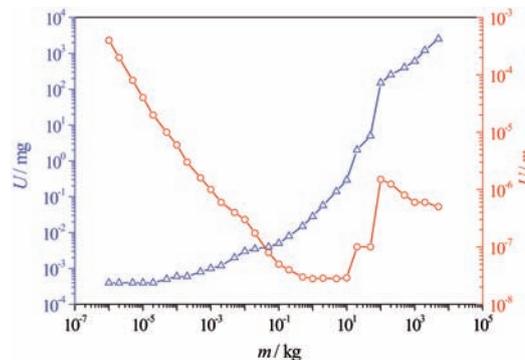
**Tabelle 1:**

Daten der in der PTB zur Darstellung der Masseskala und für Massebestimmungen höchster Genauigkeit verwendeten Waagen und Massekomparatoren (Auswahl), (*Max*: Höchstlast, *d*: Teilungswert, *s*: Standardabweichung, *s<sub>rel</sub>*: relative Standardabweichung bezogen auf die nutzbare Höchstlast, EMKK: elektromagnetische Kraftkompensation)

Nennwertebereich	<i>Max</i> / <i>d</i>	Wägeprinzip	<i>s</i>	<i>s<sub>rel</sub></i>
1 mg ... 5 g	5 g / 0,1 µg	elektronische Komparatorwaage mit vollständiger EMKK	0,3 µg	6 · 10 <sup>-8</sup>
10 g ... 100 g	111 g / 1 µg	Massekomparator mit automatischer Wechseinrichtung, 4 Positionen	1,2 µg	1,2 · 10 <sup>-8</sup>
100 g ... 1 kg	1 kg / 0,1 µg	Vakuum-Massekomparatoren mit automatischer Wechseinrichtung, 6 bzw. 8 Positionen (Prototypwaagen)	0,3 µg	3 · 10 <sup>-10</sup>
2 kg ... 10 kg	10 kg / 10 µg	Massekomparator mit automatischer Wechseinrichtung, 4 Positionen	20 µg	2 · 10 <sup>-9</sup>
20 kg ... 50 kg	64 kg / 0,1 mg	Massekomparator mit automatischer Wechseinrichtung, 4 Positionen	0,4 mg	8 · 10 <sup>-9</sup>
100 kg ... 200 kg	200 kg / 20 mg	mechanische, gleicharmige Balkenwaage	0,2 g	1 · 10 <sup>-6</sup>
500 kg ... 5000 kg	5000 kg / 60 mg	mechanische, gleicharmige Balkenwaage mit automatisierter Messwerverfassung	0,6 g	1,2 · 10 <sup>-7</sup>

Massestabilität gewährleistet ist. Für (eichfähige) Gewichtstücke gelten internationale Richtlinien und Empfehlungen sowie nationale Vorschriften, die Fehlergrenzen, Werkstoffe, Form, magnetische Eigenschaften, Oberflächenbeschaffenheit usw. festlegen [8, 11–13]. Massenormale sollten zumindest die Anforderungen erfüllen, die bzgl. der Oberflächenbeschaffenheit und der magnetischen Eigenschaften an Gewichtstücke vergleichbarer Unsicherheit gestellt werden.

In der Masseskala der PTB werden Hauptnormale mit Nennwerten im Bereich von 1 mg bis 50 kg eingesetzt. Mit insgesamt einhundert 50-kg-Normalen wird die Masseskala der PTB bis 5 t dargestellt. Bild 5 gibt einen Überblick über die Unsicherheiten der PTB-Hauptnormale. Die angegebenen Unsicherheiten entsprechen den kleinsten Unsicherheiten, mit denen Massenormale in der PTB in Übereinstimmung mit den Angaben in den CMC-Tabellen des BIPM [14] kalibriert werden können. Die Unsicherheitsangaben in den CMC-Tabellen des BIPM wurden im Rahmen von internationalen Ver-



**Bild 5:** Erweiterte Unsicherheiten (*k* = 2) der Hauptnormale zur Darstellung der Masseskala der PTB (Dreiecke: absolute Werte *U* in mg, Kreise: relative Werte *U/m*)

gleichmessungen (key comparisons) bestätigt und werden gemäß dem Anhang C des gegenseitigen Abkommens (MRA) des Internationalen Komitees für Maße und Gewichte (CIPM) [15] von allen teilnehmenden Instituten gegenseitig anerkannt.

**5 Zusammenfassung**

Ausgehend von dem nationalen Kilogrammprototyp werden Teile und Vielfache der Massen-



Ein Messergebnis ohne die Angabe der Messunsicherheit ist nur eine Vermutung ...

... Wir geben Ihnen die Sicherheit!

Gartenstraße 133 Tel.: +49-(0)7361-3703-0 www.metrYS-aalen.de  
73430 Aalen Fax: +49-(0)7361-3703-29 info@metrYS-aalen.de

Das Kalibrierlaboratorium der metrYS GmbH ist durch den Deutschen Kalibrierdienst (DKD) für folgende Messgrößen nach DIN EN ISO/IEC 17025 akkreditiert:

- Prismatische Werkstücke nach der Methode „Virtuelles KMG“
- Stufenendmaß - Kugelleisten - Kugelplatte



einheit Kilogramm als so genannte Masseskala abgeleitet. Die Ableitung erfolgt mit Hilfe von Gewichtsätzen geeigneter Stückelung nach einem Wägeschema. Das Wägeschema ist i. Allg. so angelegt, dass sich ein überbestimmtes System von Wägleichungen ergibt. Unter Anwendung einer Ausgleichsrechnung werden die Massen der beteiligten Normale sowie deren Varianzen und Kovarianzen berechnet. Die Masseskala wird für die Nennwerte abgeleitet, die regelmäßig und mit besonders hohen Anforderungen benötigt werden. In der PTB ist dies der Bereich von 1 mg bis 5 t, der mit relativen Unsicherheiten ( $k = 2$ ) von  $2,8 \cdot 10^{-8}$  (für 1 kg) bis  $4 \cdot 10^{-4}$  (für 1 mg) dargestellt wird. Die Hauptnormale der PTB bilden die Grundlage für die Weitergabe der Masseneinheit an die Bezugsnormale von Institutionen und Behörden im gesetzlichen Messwesen, Kalibrierlaboratorien im industriellen Messwesen und anderen Einrichtungen in der Forschung, Industrie und Metrologie.

#### Literatur

- [1] Bureau international des poids et mesures (BIPM): Le Système international d'unités (SI) – The International System of Units (SI). 8<sup>th</sup> edition, Paris/Sèvres 2006
- [2] Kochsiek, M.; Schwartz, R.: The Unit of Mass. In: Kochsiek, M.; Gläser M. (eds.): Comprehensive Mass Metrology. Wiley-VCH, Weinheim 2000
- [3] Girard, G.: The third periodic verification of national prototypes of the kilogram (1988–1992). *Metrologia* **31** (1994), pp. 317–336
- [4] Gläser, M.: **100 Jahre Kilogrammprototyp**. PTB-Bericht **MA-15**, Physikalisch-Technische Bundesanstalt, Braunschweig 1989
- [5] Schwartz, R.; Borys, M., Scholz, F.: Leitfaden für Massebestimmungen hoher Genauigkeit. PTB-Bericht **MA-80**, Wirtschaftsverlag NW, Verlag für neue Wissenschaft, Bremerhaven 2006; Zugl.: Guide to mass determination with high accuracy. PTB-Bericht **MA-80e**, Wirtschaftsverlag NW, Verlag für neue Wissenschaft, Bremerhaven 2007
- [6] Chung, J. W.; Borys, M.; Firlus, M.; Lee, W. G.; Schwartz, R.: Bilateral comparison of buoyancy artefacts between PTB and KRIS. *Measurement* **40** (2007), pp. 761–765
- [7] Madec, T.; Meury, P. A.; Sutour, C., Rabault, T.; Zerbib, S.; Gosset, A.: Determination of the density of air: a comparison of the CIPM thermodynamic formula and the gravimetric method. *Metrologia* **44** (2007), pp. 441–447
- [8] **International Recommendation OIML R 111: Weights of classes  $E_{1,2}$ ,  $F_{1,2}$ ,  $M_{1,2}$ ,  $M_{2,3}$  and  $M_{3,4}$** , Part 1: Metrological and technical requirements. OIML, Paris 2004
- [9] Bich, W.: From the SI mass unit to multiples and submultiples: an overview. *Metrologia* **40** (2003), pp. 306–311
- [10] Bich, W.: Variances, covariances and restraints in mass metrology. *Metrologia* **27** (1990), pp. 111–116
- [11] **EWG-Richtlinie 74/148: Wägestücke von 1 mg bis 50 kg von höheren Genauigkeitsklassen als der mittleren Genauigkeit**. Amtsblatt der Europäischen Gemeinschaft L 84/3 vom 28.3.1974
- [12] **EWG-Richtlinie 71/317: Blockgewichte der mittleren Fehlergrenzenklasse von 5 bis 50 kg und zylindrische Gewichtstücke der mittleren Fehlergrenzenklasse von 1 g bis 10 kg**. Amtsblatt der Europäischen Gemeinschaft L 202/14 vom 6.9.1971
- [13] **Eichordnung Anlage 8 (EO 8), Gewichtstücke, Teil 1: EWG-Anforderungen, Teil 2: Innerstaatliche Anforderungen**, Braunschweig 2004
- [14] <http://kcdb.bipm.org/appendixC/>
- [15] <http://www.bipm.org/en/cipm-mra/>