

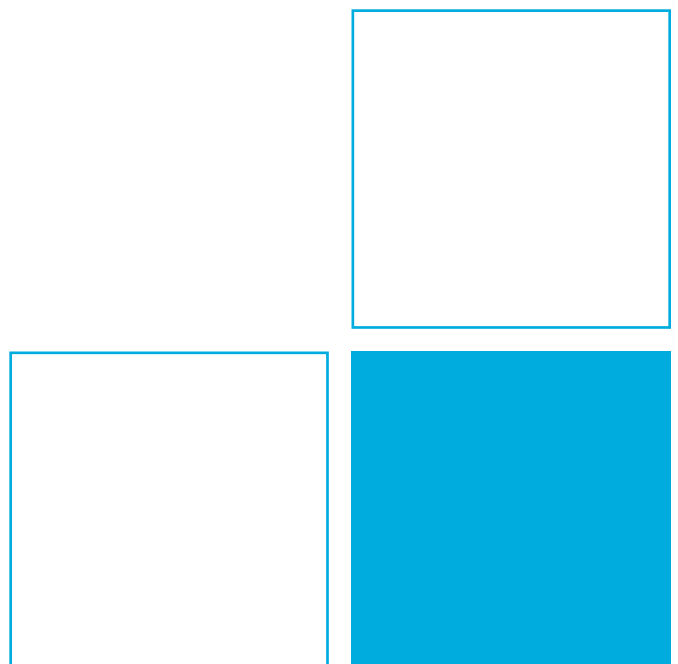


Physikalisch-Technische Bundesanstalt
Nationales Metrologieinstitut

Leitfaden für die 3D-Lochbildeinpassung in der Koordinatenmesstechnik



Version 1 | 23.05.2017



Leitfaden

Für die 3D-Lochbildeinpassung in der Koordinatenmesstechnik

Version 1

23.05.2017

Inhalt

1.	Einleitung	2
2.	Allgemeine Anforderungen.....	4
2.1.	Lochbildeinpassung in Normung.....	4
2.2.	Bestimmung der CAD Parameter für die Lehrung	7
2.3.	Freiheitsgrade der Einpassung und Bezüge	8
2.4.	Lehrung mit Koordinatenmesssystemen	9
2.5.	Einfluss von Messunsicherheiten auf das Einpassungsergebnis	14
3.	Anwendungsbeispiel Flanschring.....	15
3.1.	Normenkonforme Prüfung.....	16
3.2.	Mathematische Modellbildung für Bezüge und Einpassung	17
3.4.	Verallgemeinerung der Prüfaufgabe für die Montagesimulation	25
4.	Anwendungsbeispiel Kegelscheibe	27
4.1.	Normenkonforme Prüfung.....	28
4.2.	Mathematisches Modell der Bezugsbildung und Einpassung	29
5.	Anwendungsbeispiel Würfel.....	37
5.1.	Normenkonforme Prüfung.....	38
5.2.	Mathematisches Modell der 3D-Lochbildeinpassung	38
5.3.	Verallgemeinerung der Prüfaufgabe für die Montagesimulation	43
	Referenzen.....	44

1. Einleitung

Bei der Inspektion von Bauteilen hat die Prüfung mit Lehren große Bedeutung, da sie bereits vor der Entwicklung erster Koordinatenmessgeräte (KMG) eingesetzt wurde. Das Prinzip der Prüfung wird als Taylorscher Grundsatz bezeichnet. Die dabei verwendete Lehre – oder auch Funktionslehre genannt [1] – besteht aus zwei Teilen. Eine Gutlehre legt maximal zulässige Grenzabweichungen für die Gestalt von Bauteilkomponenten fest. Für die Prüfung einer Bohrung ist dies beispielsweise ein zylinderförmiger Lehrenbolzen, der vollständig in die gefertigte Bohrung gesteckt werden sollte. Verklemmt der Bolzen beim Einstecken, ist die Bohrung Ausschuss. Die zweite Komponente bei der Lehreung ist die Ausschusslehre. Mit dieser werden im Gegensatz zur Gutlehre lokale Maße von Bauteilen auf Zulässigkeit geprüft. Bei Bohrungen sind dies Stifte zur Prüfung maximal zulässiger lokaler Zweipunktmaße der Bohrungsinnenfläche. In ähnlicher Weise werden für die Prüfung von Wellen Lehrringe bzw. Hülsen eingesetzt. Die Prüfung mit Funktionslehren ist nicht auf einzelne Geometrielemente beschränkt, sondern kann auch Gruppen mehrerer Funktionselemente eines Bauteils umfassen.

In modernen Produktionen werden die Komponenten verschiedener Baugruppen in der Regel an unterschiedlichen Standorten oder von Zulieferbetrieben gefertigt. Die Vereinbarung zulässiger Gestaltabweichungen für Werkstücke erfolgt dabei durch technische Zeichnungen mit Toleranzangaben nach den Normen ISO 1101 [2], ASME Y14.5M [3] oder anderen spezifischen Werknormen. Nur wenn vom Auftraggeber und Zulieferer die Toleranzen in den technischen Zeichnungen konsistent interpretiert werden, kann später die Montierbarkeit der Baugruppen gewährleistet werden. Für eine funktionsgerechte Fertigung ist daher die Prüfung der Fügbarkeit vor der Montage unverzichtbar. Die Problematik wird anhand des Flanschtrings in Abbildung 1 verdeutlicht.

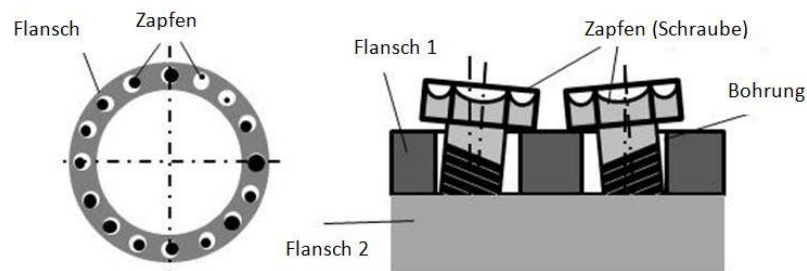


Abbildung 1 Darstellung der Montageanforderungen bei einer Flanschverbindung mit Zapfen.

Abbildung 1 zeigt links einen Flanschring mit 16 gleichabständigen Bohrungen. Dieser soll durch einzelne Zapfen in der Form von Schrauben mit einem zweiten Flansch verbunden werden. Es ist ersichtlich, dass die einzelnen Zapfen unterschiedlicher Durchmesser in die zugehörigen Bohrungen passen. Bei Flanschverbindungen ist es jedoch erforderlich, dass alle Zapfen gleichzeitig in die zugehörigen Bohrungen passen. Anhand der rechten Bildhälfte wird die Problematik umso deutlicher, da Bohrungen und zugehörige Zapfen auch windschief zueinander stehen können. Allgemein haben in der Montage alle Gestaltabweichungen der Bauteile einen Einfluss auf die Fügbarkeit. Dazu zählen Maß-, Form- und Lageabweichungen. Bei sehr hohen Genauigkeitsanforderungen sind zudem Einflüsse durch Welligkeit und Rauheit der Werkstückoberfläche an den Passstellen mit zu beachten.

Die Umsetzung der Lehreung mit KMGs hat allgemein die Bezeichnung virtuelle bzw. rechnerische Lehre. Hierbei wird die körperliche Funktionslehre durch ein CAD-Modell ersetzt. Ebenso erfolgt eine Messung der Werkstückoberfläche durch die Aufnahme endlich vieler Punkte mit dem KMG. Diese Daten werden auch als erfasste Werkstückgeometrie bezeichnet. Schließlich erfolgt die virtuelle Lehre durch das Verfahren der 3D-Lochbildeinpassung zwischen erfasster Geometrie und einem CAD Modell der Lehre. Der Begriff des Lochbilds bezieht sich dabei auf die 3D Maßelemente Zylinder (Bohrung, Welle) und parallele Ebenenpaare (Nut, Feder).

Bei der Einpassung und Zuordnung von Einzelgeometrieelementen existieren eine Vielzahl von Normen zur einheitlichen Spezifikation der Verfahren, robuste Referenzalgorithmen und Tests für die Industrie ([4], [5]). Im Gegensatz dazu ist die Geometrieeinpassung mit mehreren Elementen in der Form von Bohrbildern und 3D-Lochbildeinpassung hinsichtlich messtechnischer und rechen-technischer Verfahren kaum einheitlich dokumentiert und durch Normen geregelt. Zwar werden in der ISO Normung zur Geometrischen Produkt Spezifikation (GPS) Zeichnungseintragungen zur Tolerierung mit 3D-Lochbildeinpassungen definiert, notwendige Normteile zur Umsetzung in einem einheitlichen Prüfverfahren fehlen aber gänzlich. Notwendig sind zum Beispiel Vorgaben zum korrekten Einsatz von verschiedenen Sensoren bei der messtechnischen Erfassung von Messpunkten, so dass mit hoher Wahrscheinlichkeit die höchsten Punkte der betrachteten Elemente gemessen werden. Diese sind signifikant für die Berechnung der Messgrößen und damit für die Qualität und Zuverlässigkeit der Bauteileprüfung. Mit diesem Hintergrund sind besonders optische und CT-Messverfahren bei der 3D-Lochbildeinpassung durch virtuelle Lehrung von Bedeutung, da sie geeignet sind, sehr schnell die gesamte Oberfläche eines Bauteils vollständig zu erfassen. Ein großer Teil der heute bestehenden Normen ist jedoch nur für taktile Sensoren ausgelegt, die i. A. eine Bauteiloberfläche sehr viel langsamer und nur unvollständig erfassen.

Ein Großteil der Prüfaufgaben, die durch körperliche Lehrung bzw. Lochbildeinpassung mit mehreren Geometrieelementen behandelt werden, beziehen sich auf die Tolerierung nach ISO 2691 [6]. Diese spezifiziert die Maximum-Material Bedingung (MMB) und Minimum-Material Bedingung (LMB) für Bauteile. Die Vorgabe bei der Anwendung der Norm ist, dass sich ein gefertigtes Werkstück mit einem durch Zeichnungseintragungen definierten Gegenstück paaren lässt. Die rechnerische Umsetzung der Prüfung mit der MMB bzw. LMB in einer Montagesimulation wird nicht dokumentiert. Daher gibt es in der Literatur verschiedene Lösungsansätze (z.B.: [7], [8], [9]) für die rechnerische Lochbildeinpassung. Die Vielfalt der Algorithmen spiegeln sich auch in der Messgerätesoftware wieder. Lösungen von unterschiedlichen Herstellern sind nicht kompatibel, wenn unterschiedliche Algorithmen genutzt werden, bzw. die zu verwendenden Verfahren nicht im Vorfeld festgelegt wurden. Das allgemein korrekte Vorgehen ist die Einpassung mit allen Messpunkten zum virtuellen Gegenstück. Bei heutigen modernen Koordinatenmesssystemen mit Multisensorik, optisch-taktilen Messsensoren oder auch CT-Messsystemen fallen zudem sehr große Datenmengen an. Wenn aus Effizienzgründen die Software an die Grenzen des wirtschaftlichen Nutzens kommt, werden oftmals Filter zur Ausdünnung der Messdaten vor der Auswertung eingesetzt. Diese haben zusätzlich zum Einpassungsalgorithmus einen Einfluss auf die Messergebnisse bei der Lochbildeinpassung. Die Aufgabe dieses Leitfadens zur 3D-Lochbildeinpassung ist die anwenderorientierte Darstellung von Prüfprozessen zur rechnerischen Montagesimulation mit virtueller Lehrung. Dabei werden prinzipielle Anforderungen aus der klassischen körperlichen Lehrung nach ISO 1101 in die Koordinatenmesstechnik übertragen sowie Empfehlungen für eine softwareseitige Umsetzung vorgestellt. Betrachtet werden verschiedenartige Koordinatenmesssystem mit unterschiedlicher Sensorik. Von besonderem Interesse sind Bauteil Messungen mit dimensionaler Computer Tomographie (CT), da diese eine effiziente Erfassung der gesamten Bauteiloberfläche ermöglicht. Neben der Beschreibung einer allgemeinen Vorgehensweise in Abschnitt 2, umfassen die Angaben auch Details zu drei speziellen Anwendungsbeispielen. Das erste ist ein Flanschring, der beispielsweise beim Bau von Windkraftanlagen zu fertigen ist. Dieser wird in Abschnitt 3 vorgestellt. Ausgehend von einer technischen Zeichnung in der mehrere parallele Bohrungen eine gemeinsame Lagetoleranz mit Maximum-Material-Bedingung aufweisen wird eine rotatorische Lochbildeinpassung mit Zylindern beschreiben. Im Sinn der ISO GPS Normung wird dem Flansch ein geometrisch ideales Bezugssystem zugeordnet, welches eine mögliche Drehung der Lehre zur Einpassung festlegt.

Ferner behandelt Abschnitt 4 Aufgaben, bei denen verschiedenartig Geometrieelemente gleichzeitig eingepasst werden. Das hier vorgestellte Beispiel ist eine Kegelscheibe mit einer Nut aus parallelen Ebenen und mehreren parallelen Bohrungen. Ein Bezug liegt ebenfalls vor. Das dritte Anwendungsbeispiel in Abschnitt 5 spezifiziert die Einpassung einer Lehre aus Zylinderelementen in

mehrere Bohrungen in einem Würfel, deren Achsen rechtwinklig zueinander stehen. Hier wird der Fall einer schwimmenden Fügung betrachtet, d. h. Bezüge, welche die Einpassung der Lehrengemetrie einschränken, liegen nicht vor.

2. Allgemeine Anforderungen

Die 3D-Lochbildeinpassung wird zur Prüfung spezifischer Form- und Lagetoleranzen funktionaler Komponenten von Bauteilen eingesetzt. Darunter zählt hauptsächlich die Prüfung vollständiger Geometrien mit rechnerischer Lehreng.

Zusätzlich existieren eine Reihe weiterer Anwendungen, bei denen abgeleitete Geometrielemente wie beispielsweise Achsen oder Mittelebenen ebenfalls nach den formalen Prinzipien der 3D-Lochbildeinpassung geprüft werden können. Auf diese wird an geeigneter Stelle im Leitfaden hingewiesen. Es erfolgt jedoch keine tiefergehende Behandlung, da notwendige Verfahren und Anforderungen für die Prüfung durch die Normung hinreichend abgedeckt sind oder in einfacher Weise von der rechnerischen Lehreng übernommen werden können.

In den Unterabschnitten 2.1, 2.2 und 2.3 werden zunächst die wichtigsten Anforderungen an die Lochbildeinpassung dargestellt, welche bei der Anwendung der Normen ISO 1101 und ISO 2962 zu erfüllen sind. Mit dem Grundlagenwissen erfolgt anschließend die prinzipielle Auslegung und Ergänzung der Verfahren für eine Anwendung mit gängigen Mitteln der Koordinatenmesstechnik in Abschnitt 2.4. Diese umfasst ebenfalls Anforderungen an die Auswertesoftware und relevante numerische Verfahren. Abschließend werden in Abschnitt 2.5 auftretender Messabweichungen bei der 3D Lochbildeinpassung betrachtet. Diese sind maßgeblich für die Konsistenz/Nichtkonsistenz zwischen rechnerischer Lehreng und einer Prüfung bei realer körperlicher Lehreng.

2.1. Lochbildeinpassung in Normung

Der Ausgangspunkt für die nachfolgenden Betrachtungen sind technische Zeichnungen von Bauteilen, in denen die Tolerierung nach dem Grundsatz ISO 8015 [10] eingetragen ist. Hiermit wird die Anwendung von ISO 1101 und aller zugeordneten Einzelnormen bei der Prüfung von Toleranzen impliziert. Die Beispiele in den Abbildungen 2-1 und 2-2 zeigen eine Platte mit zwei Bohrungen, welche auf vier unterschiedliche Arten toleriert ist. Bei jedem wird eine 3D-Lochbildeinpassung zur Prüfung eingesetzt.

Die Abbildung 2-1 zeigt links (Beispiel a) eine Positionstolerierung der mittleren Linien der Bohrungen. DIN EN ISO 14660 Teil 2 [11] regelt das Vorgehen beim Erfassen dieser Linien für zylinderförmige Geometrielemente. Durch die Toleranzangabe werden zwei zylindrische Toleranzzonen definiert, welche unter der technischen Zeichnung dargestellt sind. Diese zylinderförmigen Gebiete haben ideale Gestalt. Ihre Achsen sind parallel mit einem Nennabstand von 20 mm. Zudem stehen beide Zylinder orthogonal auf der Bezugsebene A. Bei der Prüfung der Platte werden zunächst die Anlagefläche A und die Bohrungen erfasst, um die Bezugsfläche und die mittleren Linien der Bohrungen zuzuordnen. Im Anschluss werden die Linien in die zu A definierten Toleranzzonen eingepasst. Bei der Einpassung ist es erlaubt die Toleranzzonen entlang der Ebenen a zu verschieben und orthogonal zu A zu drehen. Das Bauteil ist in Ordnung, wenn beide mittlere Linien gleichzeitig innerhalb der Toleranzzonen liegen. Da die mittleren Linien der Bohrungen rechnerisch ermittelt werden, d.h. nicht als direkt messbare Geometrie am gefertigten Bauteil vorliegen, ist die Prüfung nur mit rechnerischer Lochbildeinpassung möglich.

Im Beispiel b) (Abb. 2-1 rechts) wird die Lage der Bohrungen nach der Maximum-Material-Bedingung geprüft. Dies ist anhand der Zeichnungseintragung \textcircled{M} gekennzeichnet, die direkt nach dem Wert für die Positionstoleranz steht. Normativ sind Anforderungen zur Prüfung mit der MMB in ISO 2962 geregelt. Danach muss die Platte mit einem geometrisch idealen Gegenstück ffügbar sein, welches unter der technischen Zeichnung abgebildet ist. Das Gegenstück besteht aus einer ebenen Auflagefläche..

Orthogonal zur Auflagefläche stehen zwei Zapfen. Die Achsen der Zapfen haben den Nennabstand der Bohrungen und sind parallel. Der Zapfendurchmesser errechnet sich aus dem unteren Grenzmaß einer Bohrung 5,0 mm und der Positionstoleranz zu 4,9 mm. Die Prüfung, ob die Bohrungen der Platte in der vorgegebenen Toleranz liegen, ist mit körperlicher Lehreung und rechnerischer Lochbildeinpassung möglich. Bei der rechnerischen Lochbildeinpassung wird die ebene Auflagefläche der Lehre an die Bezugsfläche A der Platte angelegt bzw. eine ideale Ebene zugeordnet. Gleichzeitig müssen die zwei Zapfen der Lehre in die Bohrungen der Platte passen.

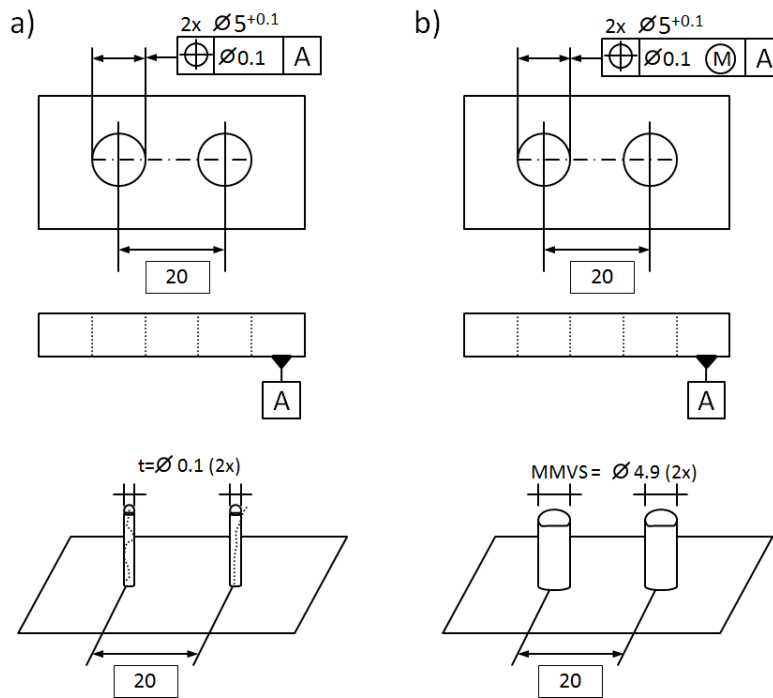


Abbildung 2-1 Zwei Beispiele zur Tolerierung einer Platte mit 2 Bohrungen. Die virtuelle Prüfung der Toleranzangaben setzt in beiden Fällen die 3D Lochbildeinpassung voraus (Tolerierungsgrundsatz ISO 8015).

Einige Bauteile haben spezifische funktionale Anforderungen. Bei diesen tritt der Fall ein, dass in Zeichnungen auch Bezugselemente mit dem Zusatz \textcircled{M} für die MMB eingetragen sind. Abbildung 2-2 zeigt dazu zwei Beispiele.

Im Beispiel c) Ist die Anlagefläche A der Primärbezug. Die linke Bohrung wird als Sekundärbezug B definiert. Die rechte Bohrung hat eine Positionstoleranz mit dem Zusatz \textcircled{M} für die Toleranzzone und den Bezug B. Die Form von Bohrung B oder deren Richtung zu A ist nicht toleriert. Daher werden die Größen bei der Tolerierung vernachlässigt. Die Einhaltung der Toleranz kann wieder durch klassische körperliche Lehreung oder rechnerische Lochbildeinpassung geprüft werden. Die Nenngeometrie der zugeordneten Gutlehre besteht aus einer Ebene, die an der Bezugsfläche A angelegt wird. Auf dieser steht ein Lehrenzylinder für den Bezug B. Er hat den Durchmesser 5,0 mm, welcher das untere Grenzmaß der Bezugsgeometrie ist. Der zweite Lehrenzylinder hat den Durchmesser 4,4 mm, welcher sich aus dem unteren Grenzmaß der Bohrung minus der Lagetoleranz ergibt. Er steht für die Position der Bohrung. Beide Zylinder sind orthogonal zur Ebene A und ihre Achsen haben den Nennabstand 20 mm. Die klassische Prüfung mit körperlicher Lehreung und die Lochbildeinpassung in der KMT kann in dem Beispiel angewendet werden.

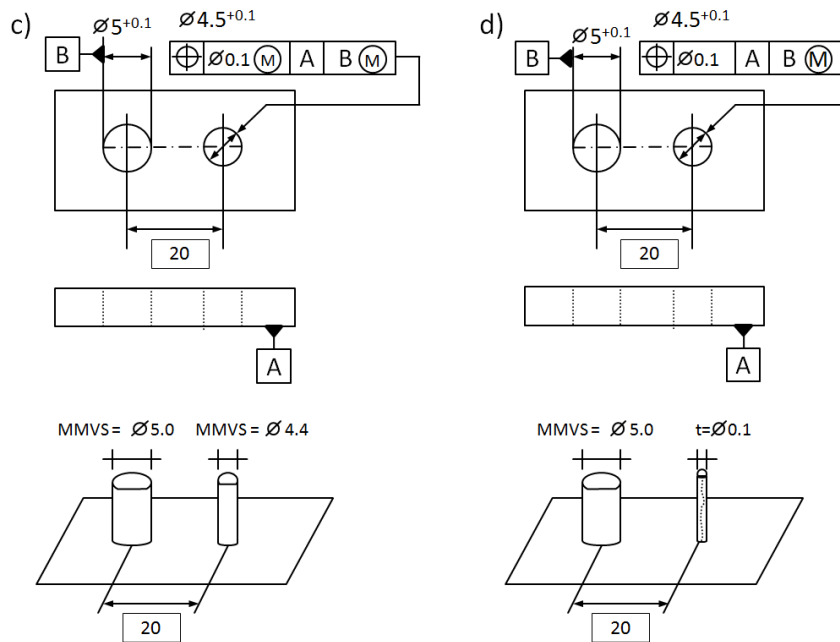


Abbildung 2-2 Toleranzen bei Bezügen mit Zeichnungseintragung \textcircled{M} .

Das Beispiel d) in Abb. 2-2 zeigt, dass Bezugselemente mit dem Zusatz \textcircled{M} für die MMB gekennzeichnet werden können, aber das tolerierte Element nicht nach der MMB geprüft wird. Diese Zeichnungseintragung kommt nur in seltenen Anwendungsfällen vor. Die Prüfung der Toleranz erfordert eine rechnerische 3D Lochbildeinpassung, da bei dem tolerierten Element die erfasste mittlere Linie nicht am realen Bauteil als direkt Messbare Geometrie existiert. Ein Lehrenzylinder in Bezugsbohrung B und die zylinderförmige Positionstoleranzzone zur mittleren Linie werden zu diesem Zweck gemeinsam eingepasst. Die zylindrische Toleranzzone hat den Durchmesser 0,1 mm. Der Lehrenzylinder hat den Durchmesser 5,0 mm (unteres Grenzmaß der Bezugsbohrung). Zapfen und die Toleranzzone für die erfasste Achse stehen orthogonal auf der Bezugsebene A. Die Achsen von Lehrenzylinder und Toleranzzone der mittleren Linie haben den Nennabstand 20 mm.

In jedem der vier zuvor gezeigten Beispiele hat die 3D-Lochbildeinpassung zur Überprüfung der Toleranz drei geometrische Freiheitsgrade. Diese sind zwei orthogonale Verschiebungen und eine Rotation innerhalb der Bezugsfläche A. Die weiteren Erläuterungen beziehen sich auf Anwendungen mit der Zeichnungseintragung \textcircled{M} bei Positionstoleranzen und Bezügen. Für die korrekte Anwendung gelten entsprechend ISO 2962 folgende Grundanforderungen bei Zeichnungseintragungen.

- Nur Form- und Lagetoleranzen sind mit dem Zusatz \textcircled{M} erweiterbar.
- Toleranzen und Bezüge mit dem Zusatz \textcircled{M} müssen sich auf abgeleitete Geometrieelemente von Maßelementen wie der Achse eines Zylinders oder der Mittelebene einer Nut beziehen.
- Weitere Maßelemente sind Kugeln sowie im zweidimensionalen Fall Kreise und Paare von parallelen Geraden. Kegel und Keil sind in diesem Zusammenhang keine Maßelemente.
- Bezüge sind mit dem Zusatz \textcircled{M} erweiterbar. Bei Bezugssystemen können Einzelbezüge mit und ohne dem Zusatz \textcircled{M} gemischt auftreten, solange wie nach der Auswertereihenfolge entsprechend der Zeichnungseintragung im Toleranzrahmen kein \textcircled{M} Element von einem nicht mit \textcircled{M} gekennzeichneten Element gefolgt wird. (Begründung nach ISO 5459 [12] zur Bezugsbildung - Eindeutigkeitsforderung)

2.2. Bestimmung der CAD Parameter für die Lehreung

Für die 3D-Lochbildeinpassung ist die Festlegung von Parametern der Gutlehre relevant. D. h., es ist das CAD Modell eines geometrisch idealen Gegenstücks zum gefertigten Bauteil zu konstruieren und möglichst fehlerfrei zu fertigen. Bei der Prüfung der Fügbarkeit wird versucht, dieses Teil ohne Verklemmen in das Bauteil einzupassen. In Abbildung 2 sind diese Lehren am elementaren Beispiel der Lochplatte in der unteren Bildhälfte exemplarisch skizziert.

Bei der Definition von geometrisch idealen Gegenständen zur Lehreung in ISO 2692 bei Zeichnungseintragungen mit dem Zusatz \textcircled{M} sind zahlreiche Regeln zu beachten. Die idealen Geometrieelemente, welche ein CAD Modell einer Lehre bilden, werden als wirksamer Maximum-Material Zustand (MMVC) bezeichnet. Die Maße der Geometrieelemente haben nach ISO 2692 die Bezeichnung wirksames Maximum-Material Maß (MMVS). Die Berechnung des MMVS kann Maß-, Form und Lagetoleranzen gleichermaßen beinhalten. Die folgenden Handregeln sind bei der Festlegung der Parameter, die für die Konstruktion der Lehre erforderlich sind, anwendbar:

- Lehrengometrie bei Form- und Lagetoleranzen mit \textcircled{M}
 - Äußere Maßelemente (Welle, Feder):

Das MMVS der Lehrengometrie wird als Summe aus dem oberen Grenzmaß des tolerierten Geometrieelements G_o und der Toleranz für die Form- bzw. Lageabweichung t gebildet.
 $MMVS = G_o + t$
 - Innere Maßelemente (Bohrung, Nut):

Das MMVS der Lehrengometrie wird als Differenz aus dem unteren Grenzmaß des tolerierten Geometrieelements G_u und der Toleranz für die Form- bzw. Lageabweichung t gebildet.
 $MMVS = G_u - t$

- Lehrengometrie bei Bezugselementen mit \textcircled{M}
 - Äußere Maßelemente (Welle, Feder):
 - Das MMVS der Lehrengometrie ist bei vernachlässigbarer Formabweichung das obere Grenzmaß G_o des Bezugselements.
 $MMVS = G_o$
 - Hat das Bezugselement zusätzlich eine Form- oder Lagetoleranz (Toleranzwert mit t bezeichnet), so muss diese bei dem MMVC des Bezugselements berücksichtigt werden.
 $MMVS = G_o + t$
 - Innere Maßelemente (Bohrung, Nut):
 - Das MMVS der Lehrengometrie ist bei vernachlässigbarer Formabweichung das untere Grenzmaß G_u des Bezugselements.
 $MMVS = G_u$
 - Hat das Bezugselement zusätzlich eine Form- oder Lagetoleranz (Toleranzwert mit t bezeichnet), so muss diese bei dem MMVC des Bezugselements berücksichtigt werden.
 $MMVS = G_u - t$

Der Wert für MMVS bestimmt nur die Maße der Geometrieelemente, welche bei der Lehreung in das Bauteil eintauchen bzw. diese umschließen müssen. Da eine Lehre i. A. mehrere solcher Paarungselemente ausmacht, müssen die Positionen zueinander und zu einem Lehrenkoordinatensystem im Weiteren festgelegt werden.

Die Abstände zwischen Mittelpunkten, Achsen und Mittelebenen der Lehrengometrieelemente werden in der technischen Zeichnung durch genaue örtliche Maße eindeutig festgelegt. Dagegen ist die

Zuordnung eines Lehrenkoordinatensystems nicht immer eindeutig ersichtlich, sondern der Entscheidung des Anwenders überlassen. Falls Bezüge nach ISO 5459 vorliegen, können diese zur Festlegung der x-, y- und z-Achse kartesischer Koordinaten herangezogen werden, da sich örtliche Maße bei einer korrekten Zeichnung auf die Bezüge beziehen. Bei unvollständigen Bezugssystemen, oder wenn keine Bezüge vorliegen, bleiben einzelne Freiheitsgrade für die Positionierung der Lehre. Beispielsweise definiert eine einzelne Bezugsebene nur die Richtung einer Achse und einen Nullpunkt auf dieser. Der Anwender kann dann zwei weitere Koordinatenachsen in der Bezugsebene und deren Position beliebig festlegen. Es muss jedoch sicher gestellt werden, dass in dem so festgelegten Koordinatensystem die Nennabstände zwischen den Lehrenelementen mit den Vorgaben in der technischen Zeichnung noch übereinstimmen. Nur dann ist gewährleistet, dass die Einpassungsergebnisse zwischen verschiedenen Koordinatensystem Festlegungen noch kompatibel sind.

Weiterführende Angaben zur Nutzung der MMB mit Zeichnungseintragung \textcircled{M} sowie der korrekten normkonformen Berechnung von Lehrenparametern werden beispielsweise in Jordan [1] vorgestellt.

2.3. Freiheitsgrade der Einpassung und Bezüge

Bisher ist offen geblieben, wie der Begriff des Fügens („Paarung“ oder „Zusammenstecken“) von Bauteil und Lehre formal auszulegen ist. Hierzu wird zunächst die klassische körperliche Lehre betrachtet. Ein Prüfer wird versuchen, das Bauteil mit der Lehre zusammenzustecken. Er setzt dabei das Bauteil an den Rändern der Lehre an und bewirkt durch einfaches „Wackeln“ und „Verkippen“ ein langsames ineinander rutschen der beiden Teile. Können Bauteil und Lehre durch dieses Vorgehen soweit zusammengesteckt werden, dass die Anforderungen der Prüfung erfüllt sind, so ist das Bauteil in der Toleranz. Dies wird als vollständige Fügbarkeit bezeichnet.

Bei der rechnerischen 3D-Lehrung liegt das CAD Modell der virtuellen Lehre im Lehren Koordinatensystem (x_G, y_G, z_G) vor. Die Messpunkte des erfassten Bauteils sind im Werkstück Koordinatensystem (x_W, y_W, z_W) gegeben. Beide Systeme sind kartesische Koordinaten. Die Einpassung der Lehre zum erfassten Bauteil wird durch eine lineare Transformation

$$T: (x_G, y_G, z_G) \rightarrow (x_W, y_W, z_W)$$

beschreiben. Diese bildet die Lehrengometrie in das Werkstück Koordinatensystem ab. Für die transformierte Lehre können Überlappung bzw. Spiel zur erfassten Bauteilgeometrie quantifiziert werden. Die virtuelle Lehre und die erfasste Geometrie sind vollständig ffügbar, wenn es eine Transformation gibt, welche einen zusammengesteckten Zustand repräsentiert, bei dem noch Spiel zwischen Lehrengometrie und Messpunkten vorliegt.

Im dreidimensionalen Fall wird die Transformation durch Drehungen, zum Beispiel mit den Eulerschen Winkel, und Verschiebungen zu den drei Koordinatenachsen x_G, y_G und z_G definiert. Es liegen allgemein sechs Parameter für die Transformation der Lehrengometrie vor. Die uneingeschränkte Wahl eines Parameterwerts wird als Freiheitsgrad bei der Einpassung bezeichnet. Liegen keine Restriktionen für die Parameterwahl vor, spricht man von den vollen Freiheitsgraden zur Bestimmung der Transformation T .

In vielen Fällen ist die zur Einpassung erlaubte Transformation durch Nebenbedingungen eingeschränkt. Im Kontext der Lagetolerierung mit Lochbildeinpassung sind es Bezugselemente, welche Freiheitsgrade bei der Transformation sperren. Wenn beispielsweise eine Bezugsachse des Werkstücks gegeben ist, wird das Werkstückkoordinatensystem zunächst daran ausgerichtet. Als Freiheitsgrade für die Einpassung verbleiben danach die Drehung um und eine Verschiebung entlang der Bezugsachse. Eine Ausnahme für die Einschränkung der Freiheitsgrade sind mit dem Symbol \textcircled{M} gekennzeichnete Bezugselemente.

2.4. Lehrgung mit Koordinatenmesssystemen

In Abbildung 3 sind die acht Einzelschritte zur Umsetzung von Lehrgung bzw. allgemein 3D-Lochbildeinpassung mit Koordinatenmesssystemen dargestellt. Sie teilen sich in zwei Gruppen auf. Die erste ist die Bauteil Messung. Sie umfasst die Schritte der Erfassung durch die Aufnahme von Messpunkten an den Funktionsflächen des Bauteils, Segmentierung und eine mögliche Filterung bzw. Ausdünnung der Messpunkte. Die zweite Gruppe beinhaltet alle Schritte zur rechnerischen Auswertung der Lochbildeinpassung anhand gegebener Messpunkte. Hierbei werden erst Bezüge und Bezugssysteme aufgestellt, die zur Definition von Bauteil- und Lehrenkoordinatensystem notwendig sind. Durch Transformation der Messpunkte in die Nennlage der Lehre führt das Verfahren dann zur eigentlichen rechnerischen 3D Lochbildeinpassung. Im weiteren werden zu den einzelnen Teilschritten Details im Rahmen der Koordinatenmesstechnik beschrieben. Es sei darauf verwiesen, dass im nächsten Teilabschnitt der Einfluss von Messabweichungen bei der Bauteilmessung auf die rechnerische Einpassung diskutiert wird.

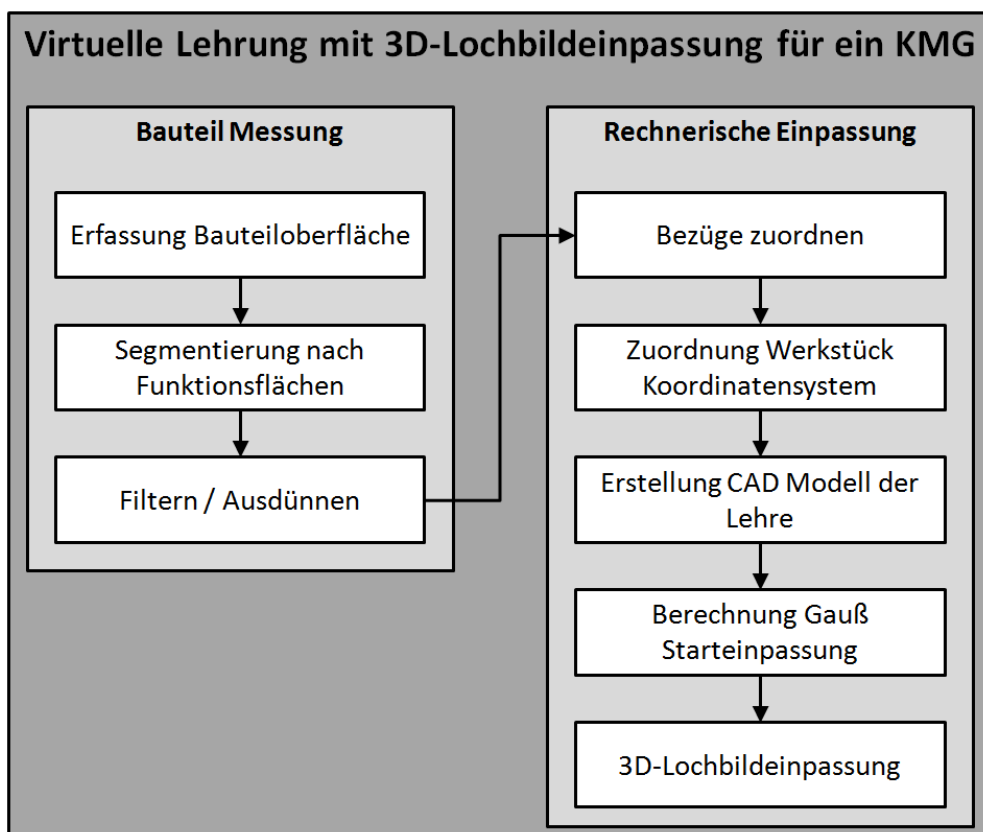


Abbildung 3 Prinzipieller Ablauf der rechnergestützten Lehrgung mit Koordinatenmessgeräten.

Erfassung Bauteiloberfläche: Die Messstrategie hat wesentlichen Einfluss auf das Ergebnis der 3D-Lochbildeinpassung. Einem Anwender stehen grundsätzlich verschiedenartige Sensoren zur Verfügung, mit denen ein Bauteil erfasst werden kann [13]. Dazu gehören berührende und berührungslose Tastersysteme, Sensoren, die die Bauteiloberfläche durch Einzelpunkte, in Linien oder Profilen sowie flächenhaft erfassen oder ein volumetrisches Abbild des Bauteils liefern, wie die dimensionelle Computer Tomographie. Der Anwendungsbereich der verschiedenartigen Sensoren richtet sich u. a. nach Bauteilabmessungen, der Zugänglichkeit, Materialeigenschaften, den spezifizierten Toleranzen sowie wirtschaftlichen Aspekten wie Kosten und Schnelligkeit.

Ein Messsystem sollte idealerweise eine dichte Erfassung von Messpunkten auf der Bauteiloberfläche ermöglichen. Je dichter die Messpunkte beieinander liegen, desto größer ist die Wahrscheinlichkeit, die

für die Lochbildeinpassung relevanten Oberflächenpunkte zu erfassen. Dies sind beispielsweise die Spitzen welliger Oberflächen. Die Welligkeit ist dabei durch das Fertigungsverfahren bedingt. Allgemein haben diese Punkte auch die Bezeichnung der „höchsten Oberflächenpunkte“. Bei der Paarung von Bauteil und Lehre liegen sie erfahrungsgemäß nahezu bei der Lehre an oder bewirken sogar das Verklemmen von Lehre und Bauteil.

In der Praxis kann ein Anwender die Messpunktedichte nicht beliebig fein wählen. Sie wird i. A. durch das Messsystem limitiert. Taktils Messen von Einzelpunkten ist im Allgemeinen sehr genau. Beim scannenden Messen entlang einer Fahrkurve des Tasters können zwar viele Messpunkte mit kleinem Abstand zueinander aufgenommen werden. Für flächiges Messen mit dem gleichen kleinen Abstand müssen jedoch sehr viele Einzelkurven abgefahren werden. Der Zeitaufwand dafür ist sehr hoch. Diese macht eine vollständige Erfassung der Oberfläche durch taktile Messverfahren i. A. unwirtschaftlich. Alternativen bieten hier spezifische iterative Messstrategien ([14],[15]). Deren geeignete Anwendung erfordert eine zusätzliche Untersuchungen der Bauteiloberfläche. Dazu zählen systematische Gestaltabweichungen, die durch den Fertigungsprozess verursacht werden. Eine mögliche Abweichung kann die Tonnenform von Wellen sein. Ebenso relevant sind Welligkeit und Rauheit.

Bei flächenhaft messenden, optischen und CT-Systemen können im Vergleich zum taktilen Messen sehr große Messpunktedichten erreicht werden. Bei ausreichender metrologischer Ortsauflösung des Sensors werden die höchsten Punkte des Werkstücks mit kleiner Messunsicherheit aufgenommen werden.

Segmentierung nach Funktionsflächen: Bei der Segmentierung wird die gesamte erfasste Geometrie des Bauteils in relevante Teile zerlegt. Dabei werden einzelne Messpunkte den zugehörigen Bezugselementen und Funktionsflächen für die 3D-Lochbildeinpassung zugeordnet. Unterschiedliche Sensoren und Messstrategien führen zu unterschiedlichen Anforderungen an die Segmentierung.

Für taktil erfasste Bauteile ist die Segmentierung in der Regel durch den Messplan vordefiniert, da die unterschiedlichen Oberflächensegment eines Bauteils nacheinander gemessen werden und die Messpunkte genau einem Segment zugeordnet werden. Dagegen gibt die Messung mit einem CT-System zunächst eine noch nicht segmentierte Punktwolke für das gesamte Bauteil. Erst im Zuge der Auswertung werden einzelne Messpunkte den Teilflächen zugeordnet.

An den Stellen, wo Bauteilflächen ineinander übergehen, ist es schwierig eindeutig festzulegen, welche Punkte auf der Übergangskante zu welcher Fläche zuzuordnen sind. Aus diesem Grund wird daher bei der Zuteilung von Messpunkten oftmals auf die Kanten verzichtet. Bei der Segmentierung der Messpunkte zur Lochbildeinpassung tritt diese Problematik ebenfalls auf. Wenn ein Zapfen zum Beispiel senkrecht aus einer Ebene ragt, muss die Segmentierung gewährleisten, dass keine Messpunkte auf der Ebene zum Zapfen hinzugenommen werden. Auf der anderen Seite existieren aber auch Bauteile, bei denen die Segmentierung der Ränder für die Lochbildeinpassung unkritisch ist. Hier kann man sich eine durchgehend Bohrung in einer Platte vorstellen, in die ein Zapfen eingepasst wird. Messpunkte an den Rändern der Bohrung liegen dann immer in Richtung der Materialseite der Bohrung und beeinflussen das Einpassungsergebnis nicht. Es ist sogar günstig an einen schmalen Rand um die Bohrung Messpunkte der Deckseiten der Platte den Messpunkten der Bohrung mit zuzuordnen. Dann ist gewährleistet, dass alle relevanten Messpunkte der Bohrfläche für die Einpassung vorliegen, einschließlich der Ränder.

Filtern und Ausdünnen: Die segmentierten Messpunkte sind in einigen Anwendungsfällen noch nicht für die weitere rechnerische Auswertung geeignet. Zum einen können Verunreinigungen der Bauteiloberfläche grobe Messabweichungen verursachen. Zum anderen gibt es beispielsweise bei Messungen mit CT Messabweichungen der erfassten Bauteiloberfläche, die real nicht existieren, sondern durch physikalische Effekte bei der Messung oder bei Bauteilrekonstruktion künstlich hervorgerufen werden. Mit geeigneten, mathematischen Filteralgorithmen können solche

Abweichungen aus den Daten entfernt werden. Darunter fällt sowohl die manuelle Sichtprüfung bei einfachen Bauteilen, als auch die Anwendung von intelligenten Filteralgorithmen im allgemeinen Fall.

In diesem Zusammenhang sind Gauß-Filter für die Elimination von ungewollten Messabweichungen ungeeignet. Höchste Punkte werden durch Gauß-Filter entfernt. Ihre Anwendung führt damit bei der 3D-Lochbildeinpassung mit hoher Wahrscheinlichkeit zu falschen Ergebnissen.

Wenn ein Auswerteprogramm nur eine begrenzte Anzahl von Messpunkten zeitlich effizient verarbeiten kann, ist es unter Umständen notwendig, Algorithmen zur Ausdünnung der Messpunkte einzusetzen, um die Mittel der Koordinatenmesstechnik wirtschaftlich zu nutzen. Hier besteht ebenfalls das Risiko, dass ungeeignete Verfahren die wichtigen höchsten Punkte entfernen und somit ungenaue Messergebnisse resultieren.

Zuordnung von Bezügen: Falls Bezüge definiert sind, müssen diese rechnerisch zugeordnet werden. Die Verfahren zur Bezugsbildung sind in ISO 5459 geregelt. Zu berechnen sind vorwiegend Hüll- und Pflerchelemente sowie anliegende Geometrielemente nach dem Tschebyscheff Kriterium. Die Bezüge legen spezielle Punkte, Achsen oder Ebenen am erfassten Bauteil fest. In Verbindung mit der Lochbildeinpassung stellen diese später Nebenbedingungen an die Verschiebung und Rotation der Lehre. Durch eine geeignete Wahl von Werkstück- und Lehren Koordinatensystemen können diese Nebenbedingungen als Sperrung einzelner Transformationsparameter bei der Einpassung umgesetzt werden.

Bestimmung Werkstückeigenes Koordinatensystem:

Die Messpunkte einer erfassten Werkstückgeometrie werden in einem Werkstückeigenen Koordinatensystem betrachtet. Im allgemeinen Fall ist dieses identisch mit dem Messgeräte Koordinatensystem in dem die Punkte an der Werkstückoberfläche aufgenommen werden. Bei einigen Anwendungen mit Lochbildeinpassung ist es jedoch günstig bzw. sogar notwendig, dem erfassten Werkstück ein vom Messgerät unabhängiges Koordinatensystem zuzuordnen. Die Messpunktkoordinaten werden dann in das Werkstück Koordinatensystem transformiert, bevor die Lochbildeinpassung erfolgt. Diese Darstellung vereinfacht die spätere Lochbildeinpassung deutlich.

Bei den im Leitfaden betrachteten Anwendungsbeispielen richtet sich die Lage des Werkstück Koordinatensystems nach den geometrische Bezugselementen, die der erfassten Geometrie zugeordnet werden. Wenn ein Bezug die Lage und Richtung des Koordinatensystems zur erfassten Geometrie nicht eindeutig definiert – was im Allgemeinen der Fall ist – obliegt es dem Anwender fehlende Freiheitsgrade festzulegen.

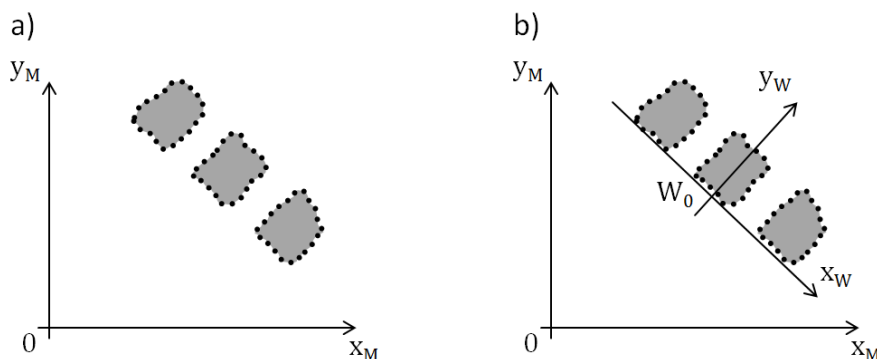


Abbildung 4 Werkstückeigenes Bezugssystem: a) erfasste Werkstückgeometrie in Messgeräte Koordinaten, b) Ausrichtung Werkstück Koordinatensystem an unterer Kante des erfassten Bauteils

Abbildung 4 skizziert die Zuordnung eines Werkstück Koordinatensystems zu einer einfachen Platte mit zwei Bohrungen. Die Darstellung zeigt einen Schnitt durch die xy -Ebene des Koordinatensystems in dem die Messpunkte vorliegen. Links ist die Ausgangssituation. Das Messpunkte Koordinatensystem wird mit x_M und y_M bezeichnet. Der unteren Kante des erfassten Bauteils ist eine Bezugsgerade zugeordnet. Diese definiert die x -Richtung x_W des Werkstück Koordinatensystems. Die y -Richtung kann ein beliebig zu x_W orthogonaler Vektor sein. Im Bild rechts wurde y_W als Symmetrielinie der erfassten Geometrie gewählt. Der Schnittpunkt W_0 zwischen den Achsen des Werkstück Koordinatensystems ist der Koordinatenursprung.

Um die Messpunktekoordinaten in Werkstück Koordinaten darzustellen, ist eine Umrechnung von dem Messgeräte Koordinatensystem in das Werkstück Koordinatensystem notwendig. Dies erfolgt durch eine lineare Transformation nach folgenden Schritten:

1. Verschiebung aller Punkte um den Koordinatenursprung W_0 in den Nullpunkt $N = (0,0,0)^T$
2. Drehung aller Punkte um den Nullpunkt, sodass die Achsen des Werkstück Koordinatensystems parallel zu den Kartesischen Basisvektoren $e_x = (1,0,0)^T$, $e_y = (0,1,0)^T$ und $e_z = (0,0,1)^T$ liegen.

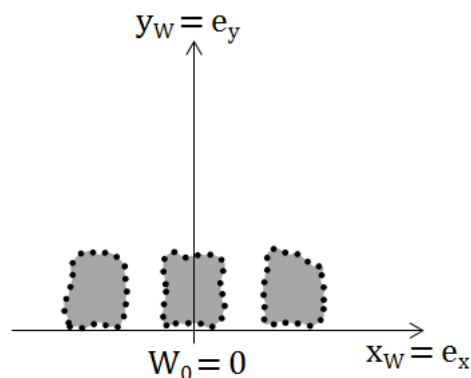


Abbildung 5 Umrechnung der Messpunktekoordinaten zum Beispiel aus Abbildung 4.

Die Umrechnung der Messpunktekoordinaten wird in Abbildung 5 verdeutlicht. Das Werkstück Koordinatensystem hat die gleiche absolute Lage zu den Messpunkten wie in Abbildung 4 b). Allerdings wurden die Punktekoordinaten so umgerechnet, dass das Werkstück Koordinatensystem durch den Nullpunkt und die Basis Vektoren eines Kartesischen Koordinatensystems beschrieben wird. Wenn zum Beispiel nur ein einzelnes Bezugsselement vorliegt, können nicht alle Achsen des Werkstück Koordinatensystems eindeutig festgelegt werden. Dann ist es die Aufgabe des Anwenders die übrigen Achsen bzw. den Koordinatenursprung zu definieren. Technisch können Symmetrielinien des Bauteils und auf die Bezugsselemente projizierte Messpunktewolken Schwerpunkte für eine Entscheidung genutzt werden. Weiterhin definieren Bezugsselemente mit dem Symbol \otimes keine eindeutigen Achsen des Werkstück Koordinatensystems.

Erstellung eines CAD Modell der virtuellen Lehre: Das CAD Modell des geometrisch idealen Gegenstücks bei der Lochbildeinpassung wird ebenfalls in einem Kartesischen Koordinatensystem aufgestellt. Zunächst sind die Geometrieelemente zu identifizieren, die eingepasst werden. Aus den Toleranzangaben werden die virtuellen Maße (MMVS) zu jedem Geometrieelement berechnet. Anschließend erfolgt die Positionierung der Elemente anhand der Nennpositionen zueinander. Die absolute Position und Ausrichtung der Elemente zum Koordinatensystem ist im Allgemeinen nicht eindeutig festgelegt. Hier muss der Anwender entscheiden, wo die Elemente liegen. Die Ausrichtung kann sich beispielsweise nach Symmetrielinien des Bauteils, Mittelpunkten von Bohrungen, Mittelebenen oder Seitenflächen richten. Nominelle Bezugsselemente in der zu Grunde liegenden

technischen Zeichnung sollten unbedingt bei der Positionierung beachtet werden. Bezugselemente, die mit \otimes gekennzeichnet sind, gehören zur Lehre.

Oftmals sind die Positionspunkte der Geometrielemente nicht eindeutig. Bei einem Zylinder ist beispielsweise jeder Punkt auf der Achse möglich, um die Position festzulegen. Ein möglicher Ansatz ist es bei unklarer Definition die Mittelpunkte der Geometrielemente aus der technischen Zeichnung zu übernehmen.

Berechnung einer Starteinpassung nach Gauß: Zu Beginn der rechnerischen Einpassung werden das Werkstück Koordinatensystem (mit der erfassten Geometrie) und das Lehren Koordinatensystem übereinander gelegt. In dieser Konfiguration liegen die Lehre und das Werkstück meistens stark zu einander versetzt und verdreht. Durch eine Starteinpassung soll die Lehre daher grob zum erfassten Werkstück ausgerichtet werden. Damit wird gesichert, dass die rechnerische Lochbildeinpassung später zuverlässig erfolgen kann.

Sehr gute Starteinpassungen liefern Gauß Verfahren. Eine Variante ist für alle Lehrengometrielemente und alle Messpunkte gleichzeitig die Transformation der Lehre zu berechnen, welche die Quadratsumme der orthogonalen Abstände zwischen Punkten und Lehre minimiert. Der Nachteil des Ansatz ist, dass bei einer großen Anzahl von Lehrenelementen oder Messpunkten die Berechnung sehr zeitaufwendig ist.

Wenn die Messpunkte der erfassten Geometrie gleichmäßig und dicht auf der Bauteiloberfläche verteilt liegen, kann eine deutlich einfachere Variante für eine Starteinpassung eingesetzt werden. Bei dieser wird zu jedem Lehrenelement der Mittelpunkt der idealen Geometrie in der technischen Zeichnung und der Schwerpunkt der erfassten Geometrie aus den Messdaten betrachtet. Bei einer gleichmäßigen und dichten Bauteilerfassung wird erwartet, dass diese Punkte bei der Lochbildeinpassung nah beieinander liegen. Dies motiviert ein Verfahren zur Starteinpassung bei dem zu allen Lehrenelementen gleichzeitig die Summe der Abstandsquadrate zwischen den idealen Mittelpunkten und den Schwerpunkten minimiert wird. Durch die Reduktion auf die Einpassung der Mittelpunkte wird der Berechnungsaufwand im Vergleich zur ersten Einpassungsvariante deutlich reduziert. Technische Details für den Ansatz werden in den folgenden Abschnitten zu den Anwendungsbeispielen gegeben.

3D-Lochbildeinpassung: Im letzten Schritt wird das numerischer Kernverfahren zur Lochbildeinpassung durchgeführt. Dieses ist eine Einpassungsaufgabe nach dem Tschebyscheff Kriterium. Zu Beginn wird jedem Lehrenelement k die entsprechende Messpunktemenge $P^{(k)}$ zugeordnet. Ferner bezeichnet a einen Vektor von Transformationsparametern für die Verschiebung und Drehung der virtuellen Lehre zur erfassten Geometrie. Des Weiteren werden die orthogonalen Abstände zwischen der äußeren Lehrenoberfläche und den erfassten Messpunkten betrachtet. Sie werden mit $f_{ki}(a)$ bezeichnet. Index k ist die Geometrieelementnummer und Index i bezeichnet den Messpunkt aus $P^{(k)}$. Wenn der Punkt außerhalb des Lehrenmaterials liegt, ist der Abstand $f_{ki}(a) \leq 0$. Die Lehre hat an dieser Stelle Spiel zum Bauteil bzw. berührt es grade in dem Punkt. Liegt der Punkt im Inneren der Lehre, so ist $f_{ki}(a) > 0$. Die Lehre überlappt an dieser Stelle mit dem Bauteil. Die Tschebyscheff-Einpassung

$$\min_a \max_{k,i} f_{ki}(a) \quad (1)$$

berechnet denjenigen Vektor von Transformationsparametern, der den maximalen Abstand zwischen den Messpunkten und der Lehre minimiert.

Gibt es eine Transformation a^* mit $F(a^*) := \max_{k,i} f_{ki}(a^*) \leq 0$, dann liegt Spiel zwischen Lehre und erfasstem Bauteil vor. Ggf. berühren einzelne Messpunkte genau die Oberfläche der Lehre. In diesem Fall ist die Fügbarkeit von erfasstem Bauteil mit dem CAD-Modell der Lehre nachgewiesen. Gleichung

(1) ermittelt speziell die Transformation a mit dem größten Spiel $F(a) \leq 0$ bzw. mit der kleinsten Überlappung, wenn $F(a) > 0$ als Lösung erhalten wird. In dem zweiten Fall existiert keine Transformation, bei der Lehre und Bauteil vollständig fügbar sind.

Für eine rechnerische Behandlung von Aufgabe (1) sind folgende Hinweise zu beachten. Diese Angaben richten sich insbesondere an Entwickler von Auswertesoftware für die 3D-Lochbildeinpassung.

1. Aufgabe (1) ist eine Minimax-Aufgabe und fällt in den Bereich der nichtlinearen und nichtglatten Optimierung. Die direkte numerische Behandlung kann mit entsprechenden Algorithmen – beispielsweise Bundle-Methoden - erfolgen [16].
2. Eine äquivalente Formulierung für (1) ist das gewöhnliche nichtlineare Optimierungsproblem
$$\min_{a,s} s \quad \text{u.d.N. } f_{ki}(a) \leq s \quad \text{für alle } k \text{ und } i \quad (2)$$

Eine Lösung ist mit speziellen iterativen Methoden wie Gradientenverfahren, Straf-Barriere-Methoden oder SQP-Verfahren möglich [16].

3. Die Starteinpassung nach Gauß wird als Startlösung für die numerischen Algorithmen zu Behandlung von (1) bzw. (2) empfohlen.
4. Die numerischen Lösungsmethoden sind so anzupassen, dass in einem Rechenschritt mit möglichst wenigen Messpunkten gerechnet werden kann. Dadurch werden oftmals in Teilalgorithmen zu lösende lineare Gleichungssystem klein gehalten. Günstig ist beispielsweise die Anwendung von Active-Set-Methoden. Bei diesen wird immer nur mit den Punkten gerechnet, welche die Nebenbedingungen in (2) mit Gleichheit erfüllen.
5. Die Transformationen der Lehre werden durch trigonometrische Funktionen berechnet. Damit diese stabil laufen und arithmetische Rundungsfehler geringen Einfluss auf die Lösungsgenauigkeit haben, sollte mindestens mit doppelter Gleitkommazahlengenauigkeit gerechnet werden. Die Norm IEEE 754 [17] definiert das entsprechende Double Precision Format, was in moderner Rechenhardware standardmäßig unterstützt wird. Bei kritischer Kalkulation mit Anfälligkeit gegenüber Rundungsfehlern sollte ggf. auf Zahlenformate und Arithmetik mit höherer Genauigkeit ausgewichen werden.
6. Das Parallelisieren der Lösungssoftware ist bei der Rechnung mit den Abstandswerten $f_{ij}(a)$ und deren Gradienten möglich. Für sehr große Messpunktemengen, die vor allem bei CT-Messung anfallen, kann die Berechnungszeit dadurch deutlich verkürzt werden. Im Fall der 3D Lochbildeinpassung mit doppelter arithmetische Genauigkeit (IEEE 754 Double Precision) ist die CPU Parallelisierung der GPU Parallelisierung auf Grafikkarten vorzuziehen. Grafikprozessoren sind zwar vom Prinzip für die Verarbeitung großer Datenmengen mit einfachen arithmetischen Operationen ausgelegt, jedoch unterstützen die meisten auf dem Markt verfügbaren Modelle nur einfache arithmetische Rechengenauigkeit. Die softwareseitige Simulation einer Rechnung mit doppelter Genauigkeit bringt einen sehr hohen Performance Verlust, der die Vorteile der Parallelisierung aufheben kann.

2.5. Einfluss von Messunsicherheiten auf das Einpassungsergebnis

Messunsicherheiten sind ein Maß für die Aussagekraft der 3D-Lochbildeinpassung. Entsprechend der Methodik in Abbildung 3 kann die Unsicherheit der 3D-Lochbildeinpassung in eine Komponente bei der Bauteilerfassung und eine bei der rechnerischen Einpassung aufgeteilt werden. Sind beide Unsicherheitsanteile im Vergleich zum berechneten Spiel zwischen Lehre und erfasstem Bauteil klein, liegt das reale Bauteil mit hoher Wahrscheinlichkeit in der vorgegebenen Toleranz. Gleiches gilt bei Überlappung, die wesentlich größer ist als die Messunsicherheit des Verfahrens. Dann ist das Bauteil mit hoher Wahrscheinlichkeit Ausschuss.

Besonderer Aufmerksamkeit bedürfen die Ergebnisse der 3D-Lochbildeinpassung, bei denen die Messunsicherheit und das Spiel bzw. die Überlappung $F(a)$ in der gleichen Größenordnung liegen. Dann ist eine sichere Aussage über die Fügbarkeit nicht möglich. Es kann der Fall eintreten, dass ein

rechnerisch fügbares Teil in der Praxis nicht passt Umgekehrt können rechnerisch nicht fügbare Teile doch mit dem Gegenstück gepaart werden. Eine sichere Einstufung, ob das Teil in der Toleranz liegt oder zum Ausschuss gehört, ist damit nicht möglich.

Für die wirtschaftliche Anwendung der 3D-Lochbildeinpassung zur Prüfung von Bauteilen ist es daher wesentlich, die Messunsicherheiten für die Bauteilerfassung und die numerische Auswertung hinreichend genau zu kennen, ggfs. durch geeignete Verfahren und Methoden auf die erforderliche Genauigkeit zu reduzieren. Wie in der vorangegangenen Beschreibung der Bauteilerfassung, Filterung und Ausdünnung ist dies nur durch genaue Untersuchung von Eigenschaften des Bauteils und des Messprozesses möglich. Relevant ist die geometrische Beschaffenheit der Bauteiloberfläche wie Welligkeit und Rauheit. Zudem sind die systemspezifischen Messabweichungen der Messgeräte zu beachten. Die softwareseitige Unsicherheit durch numerische Berechnungen kann durch eigenständige Algorithmentests erfasst werden. Entsprechende Angebote existieren für die Zuordnung von Einzelgeometrieelementen [18]. Tests für Gesamtverfahren bei der 3D-Lochbildeinpassung sind für diese Testplattform in Entwicklung.

3. Anwendungsbeispiel Flanschrings

Das Beispiel „Montage eines Flanschrings“, wie es beim Bau von Windkraftanlagen auftritt, verdeutlicht, dass ein scheinbar einfaches geometrisches Bauteil nicht immer trivial zu behandeln ist. Kennzeichnend für den Flanschrings bei modernen Anlagen sind die großen Abmessungen von mehr als 5 m Ringdurchmesser sowie die hohe Anzahl von Bohrungen auf dem Ring. Die rechnerische Montagesimulation erfordert die Erfassung fast der gesamten äußeren Fläche des Flanschrings. Dies ist zum Beispiel mit flächenhaft messenden optischen Sensoren möglich. Aufgrund der Geometrie ist die anfallende Messdatenmenge besonders groß und für eine Beschreibung der Lochbildeinpassung zu komplex.

Um die Kernanforderungen bei der rechnerischen Montagesimulation des Flanschrings mit 3D-Lochbildeinpassung darzustellen, wird daher auf das vereinfachte Modell in Abbildung 6 zurückgegriffen. Der prinzipielle Aufbau ist äquivalent zu einem Flansch bei Windkraftanlagen. Die Maße und die Anzahl der Bohrungen ist jedoch deutlich geringer. Für Teile dieser Art können ferner verschiedenartige Messsysteme zur Erfassung eingesetzt werden.

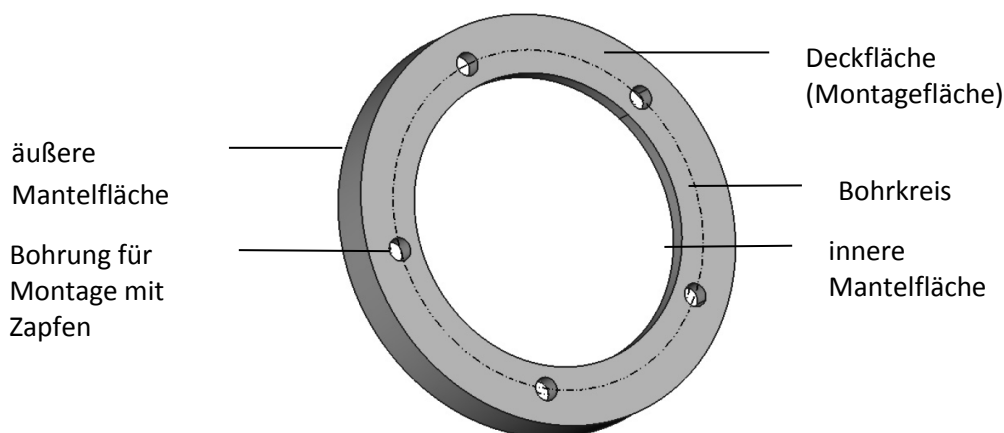


Abbildung 6 Anwendungsbeispiel Flanschrings.

Das Anwendungsbeispiel für den Flanschrings ist in Abbildung 6 dargestellt. Die Deckflächen des Rings werden durch zwei parallele Ebenen im Abstand von 8,0 mm beschrieben. Den äußeren Mantel

repräsentiert ein Zylinder mit dem Durchmesser von 70,0 mm. Der innere Mantel des Rings wird als Zylinder mit einem Durchmesser von 50,0 mm beschrieben. Beide Zylinder sind coaxial und stehen senkrecht zu den beiden Deckflächen. Auf dem Bohrkreis mit dem Durchmesser von 58,0 mm liegen 5 Einzelbohrungen. Diese sind jeweils um 72° versetzt. Jede Bohrung hat einen Durchmesser von 4,0 mm.

3.1. Normenkonforme Prüfung

Um den Flansching verbauen zu können, ist die Forderung, dass die Kontaktfläche (Montagefläche) plan ist. Ferner ist gefordert, dass die Bohrungen orthogonal zur Montagefläche stehen. Zudem soll der von den Bohrungen beschriebene Bohrkreis konzentrisch zur Achse des Zylinders der äußeren Mantelfläche liegen. Dadurch tritt später im Betrieb zum Beispiel keine Exzentrizität auf, die zu verstärktem Verschleiß von beweglichen Teilen bei Windkraftanlagen führt.

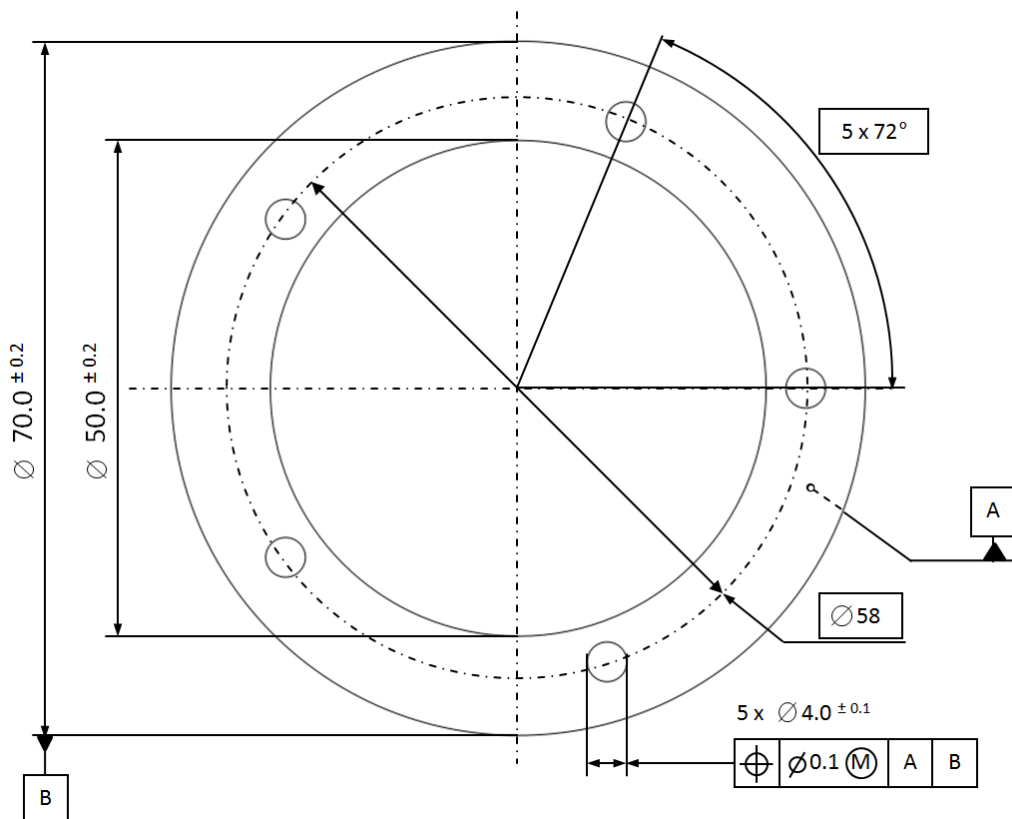


Abbildung 7 ISO 1101 konforme Prüfung des Flanschrings.

Gemäß diesen Forderungen kann eine eindeutige Prüfaufgabe mit Toleranzen des gefertigten Flanschrings abgeleitet werden. Abbildung 7 zeigt eine Konstruktionszeichnung nach ISO 1101. Für die rechnerische Prüfung ergibt sich damit folgende Aufgabe: Eine ideale geometrische Ebene – gekennzeichnet als Bezug A – ist mit minimalem Abstand an die reale Montagefläche anzulegen. Bezug B bezeichnet einen idealen Zylinder, der orthogonal zur Ebene A steht und dessen Durchmesser der kleinstmögliche ist, bei dem die äußere Mantelfläche des Bauteils vollständig umschlossen wird, d. h. alle Messpunkte innerhalb des zugeordneten Zylinders liegen. Die Bezugsbildung wird in Abbildung 8 dargestellt.

Schließlich müssen Maß und Lage der Einzelbohrungen zur Bezugsfläche (Bezugspunkt) und zur Achse des Bezugszylinders geprüft werden. Dies ist in Abbildung 9 dargestellt. Die Toleranzangabe aus Abbildung 2 mit dem Symbol \textcircled{M} für die Maximum-Material-Bedingung definiert hierbei 5 Lehrenzylinder

mit dem Durchmesser 3,8 mm (MMVS). Die Achsen der Zylinder sind parallel zur Bezugsachse B. Sie werden auf einem Lochkreis mit Durchmesser 58,0 mm im Abstand von 72°-Segmenten regelmäßig angeordnet. Der Lochkreis liegt parallel zur Bezugsebene A. Sein Mittelpunkt liegt auf der Bezugsachse B. Bei der Einpassung ist eine Transformation erlaubt, die die Lehre um die Achse des Bezugszylinders dreht. Es ist zu prüfen, ob es einen Rotationswinkel gibt, bei dem alle Lehrenbolzen innerhalb der Bohrungen liegen, ohne Überlappung mit dem Material des Flanschrings. In diesem Fall liegt das Bauteil innerhalb der Toleranz. Andernfalls kann das Bauteil aufgrund des Prüfergebnisses nicht verbaut werden.

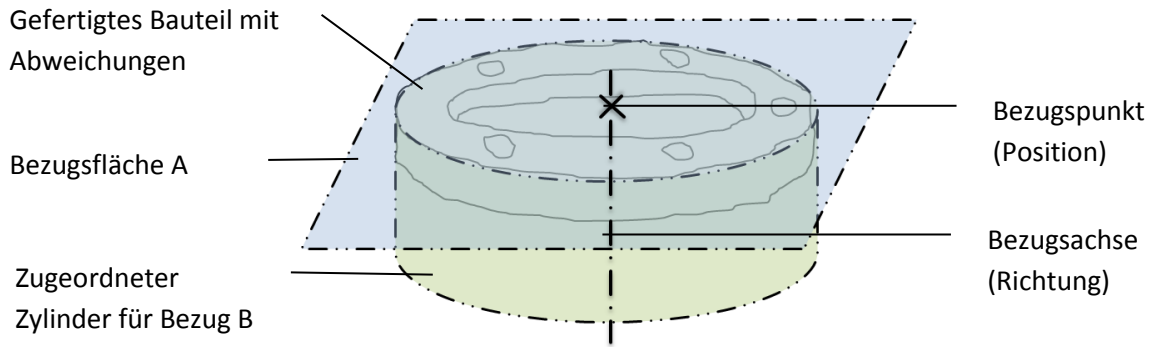


Abbildung 8 Bezugsbildung am gefertigten Flansching.

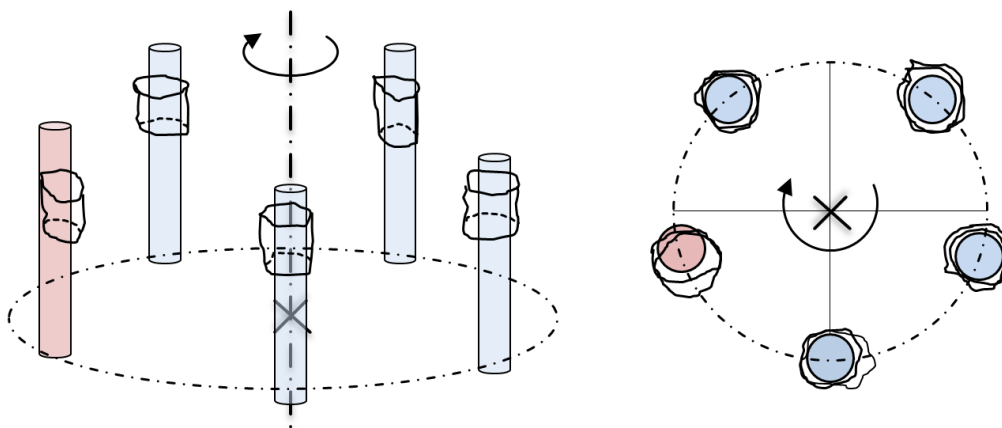


Abbildung 9 3D-Lochbildeinpassung für den Flansching (links perspektivische Ansicht, rechts Aufsicht); der rot markierte Lehrenzylinder überlappt mit der Bohrung. Durch Drehen aller Lehrenzylinder um die Bezugsachse wird keine Position gefunden, in der alle Zylinder innerhalb der Bohrungen liegen.

3.2. Mathematische Modellbildung für Bezüge und Einpassung

Um die 3D-Lochbildeinpassung rechnerisch durchführen zu können, ist eine korrekte und zuverlässige mathematische Modellbildung grundlegend, um die Anforderungen und Ziele der Prüfung zu erfüllen. Abbildung 10 gibt einen Überblick für den Ablauf der 3D Lochbildeinpassung für den Flansching. Hierin wird die Berechnung von Messgrößen auf Basis der erfassten Daten dargestellt. Die 3D-Lochbildeinpassung erfolgt in sechs aufeinander folgenden Schritten. Jeder Schritt ist individuell und benötigt ein eigenständiges Berechnungsverfahren zur Abarbeitung.

Ausgangspunkt ist die Berechnung der Bezugselemente *A* und *B*. Diese sind Einzelgeometrieelemente, welche nach dem Tschebyscheff-Kriterium bzw. nach der Hüllbedingung dem erfassten Flansching zugeordnet werden. Aus den Bezügen leitet sich ein Werkstück

Koordinatensystem ab, welches bis auf eine Rotation am Bauteil eindeutig bestimmt ist. Der fehlende Freiheitsgrad wird durch eine spezielle Transformation der Messpunkte in der Ausgangslage in das Werkstück Koordinatensystem festgelegt. Zur Modellbildung bei der Lochbildeinpassung gehören die Berechnung der Lehrengometrie (ideales Gegenstück bei der Lochbildeinpassung), die Berechnung einer Startlösung der Einpassung und abschließend die Durchführung der Lochbildeinpassung. Ziel ist die Position der virtuellen Lehre so zu ermitteln, dass maximales Spiel bzw. minimale Überlappung zwischen Lehrengometrie und Messpunkten erreicht wird. Durch das Gauß-Verfahren zur Berechnung der Startlösung wird dieses Ziel nur näherungsweise erreicht. Erst durch Anwendung des Tschebyscheff Kriteriums wird die gesuchte Position der Lehre tatsächlich ermittelt.

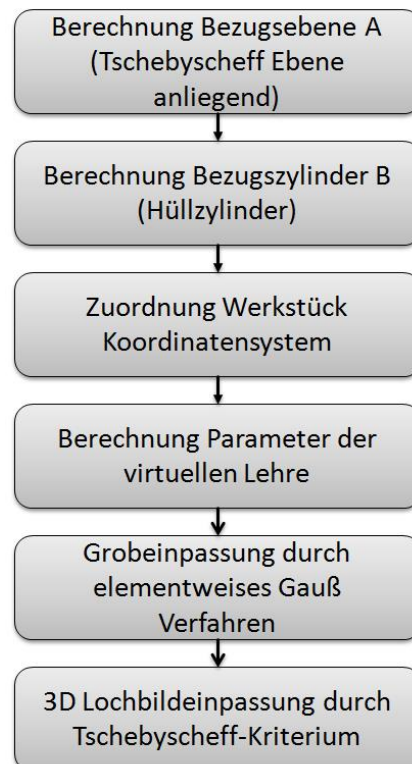


Abbildung 10 Ablaufdiagramm der 3D-Lochbildeinpassung beim Flanschring.

In den folgenden Unterabschnitten werden Details zur der mathematischen Modellbildung und zu den zu lösenden Aufgaben für jeden der 6 Schritte dargestellt.

3.2.1. Zuordnung der Bezugsebene

Die Bezugsebene wird der erfassten Deckfläche des Flanschrings als anliegende Tschebyscheff-Ebene zugeordnet (Minimum-Zone Kriterium). Eingangsdaten zur Berechnung der Ebene sind die erfassten Punkte der Deckfläche.

$$P := \{P_1, \dots, P_m\}, \quad P_i \in \mathbb{R}^3$$

Jeder Punkt hat die Form $P_i = (x_i, y_i, z_i)^T$. Die Koordinaten x, y und z sind im Messpunkte Koordinatensystem angegeben. Die zugeordnete Ebene hat eine ideale geometrische Form. Sie ist durch den Normalenvektor

$$v = (v_x, v_y, v_z)^T \in \mathbb{R}^3$$

und einen Punkt auf der Ebene

$$C = (C_x, C_y, C_z)^T \in \mathbb{R}^3$$

parametrisiert. Mit dieser Definition ist die Darstellung einer idealen Ebene noch nicht eindeutig. Zum Beispiel ist für C jeder beliebige Punkt der Ebene möglich. Daher werden an die Parameter weitere Nebenbedingungen gestellt. Zum einen soll der Normalenvektor die Länge 1 haben.

$$\langle v, v \rangle = 1. \quad (3)$$

Zum anderen soll der Punkt der Ebene so liegen, dass der Abstand zum Schwerpunkt G der Daten P minimal ist. Es seien dazu $v_1, v_2 \in \mathbb{R}^3$ zwei Vektoren mit Länge 1, die orthogonal zur Normale v stehen. Für diese gelte $\langle v_1, v_2 \rangle = 0$. Dann ist Punkt C der projizierte Schwerpunkt, wenn

$$\begin{aligned} \langle G - C, v_1 \rangle &= 0 \\ \langle G - C, v_2 \rangle &= 0 \end{aligned} \quad (4)$$

erfüllt ist. Die Berechnung des Schwerpunktes erfolgt als arithmetisches Mittel

$$G = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m P_i.$$

Für die korrekte Zuordnung der Bezugsebene sollen die orthogonalen Abstände zwischen idealer Ebene und den Messpunkten betrachtet werden. Diese sind

$$f_i(C, v) = \langle P_i - C, v \rangle$$

Die Zuordnung erfolgt schließlich nach dem folgenden mathematischen Modell.

Zuordnungsaufgabe: Tschebyscheff-Ebene als anliegende Bezugsebene:

Sei P die erfasste Geometrie einer ebenen Fläche. Die zugeordnete Tschebyscheff-Bezugsebene berechnet sich dann aus den Ebenen Parametern C und v , welche Lösung der Aufgabe

$$\min_{C, v} \max_i |f_i(C, v)| \quad (5)$$

sind und die Nebenbedingungen (3) sowie (4) erfüllen. Für $s = \max_i |f_i(C, v)|$ erhält man die anliegende Tschebyscheff-Bezugsebene mit den Parametern \hat{C}, v durch die Verschiebung

$$\hat{C} = C + s \cdot v \quad (6)$$

Das Vorzeichen von v muss so festgelegt werden, dass dieser Vektor bei der Berechnung von (6) von der Materialseite der erfassten Geometrie weg zeigt.

3.2.2. Zuordnung des Bezugszylinders

Ausgangspunkt für die Zuordnung des Zylinders sind die auf der äußeren Ringfläche gemessenen Punkte. Wie bei der Ebene werden diese einfach mit P bezeichnet. Der zugeordnete Zylinder hat eine geometrisch ideale Form. Er wird durch einen Parameter für die Richtung der Zylinderachse

$$v = (v_x, v_y, v_z)^T \in \mathbb{R}^3,$$

einen Parameter für die Position der Zylinderachse

$$C = (C_x, C_y, C_z)^T \in \mathbb{R}^3$$

und den Radius der Zylindermantelfläche

$$r > 0$$

parametrisiert. Da der Zylinder als sekundäres Bezugselement zugeordnet wird, gelten folgende Nebenbedingungen für die Parameter. Die Richtung der Zylinderachse entspricht dem Normalenvektor der zuvor bestimmten Bezugsebene. Für die eindeutige Berechnung der Position muss ein weiteres Kriterium zur Lage des Punktes auf der Zylinderachse angegeben werden. Dieser kann der Schnittpunkt zwischen Achse und Bezugsebene sein.

Die Zuordnung der Zylinderparameter erfolgt nach dem Hüllkriterium. Für dessen mathematische Formulierung betrachtet man die orthogonalen Abstände

$$f_i(C, v, r) = \|(P_i - C) \times v\| - r$$

zwischen den Messpunkten aus P und der Mantelfläche des idealen Zylinders. Die folgende Aufgabe ist für die korrekte Berechnung der Zylinderparameter zu lösen.

Zuordnungsaufgabe: Hüllzylinder als Sekundärbezug senkrecht zur einer Ebene:

Bestimme den Punkt C und den Radius r derart, dass

$$\min_{C,r} r \quad \text{u. d. N. B.} \quad f_i(C, v, r) \leq 0 \quad \text{für } 1 \leq i \leq m \quad (7)$$

erhalten wird.

3.2.3. Werkstück Koordinatensystem und virtuelle Lehre

Bei dem hier betrachteten Flanschring darf die virtuelle Lehre bei der Lochbildeinpassung nur um die Achse des Bezugszylinders gedreht werden. Da die Achse allgemein im Raum verkippt liegen kann, ist dies technisch nur aufwendig zu lösen. Durch die geeignete Zuordnung eines Werkstück Koordinatensystems und der dazu passenden Geometrie der virtuellen Lehre, kann die Einpassung technisch wesentlich einfacher realisiert werden.

Zuordnung des Werkstück Koordinatensystems

Die Achse des Hüllzylinders (7) ist die Basis zur Definition des Werkstück Koordinatensystems. In diesem Beispiel wird festgelegt, dass der Richtungsvektor v die z-Achse z_W des Werkstücks definiert. Ebenso wird der Punkt C aus (7) als Ursprungspunkt des Werkstück Koordinatensystems festgelegt. Die verbleibenden Achsen x_W und y_W sind nicht eindeutig durch das Bezugssystem geregelt. Sie werden erst bei der Transformation der erfassten Geometrie in das zu diesem Zeitpunkt noch unvollständige Werkstück Koordinatensystem festgelegt. Die hier gezeigte Transformation ist eine mögliche Variante dafür. Daneben existieren andere Ansätze, die später zum gleichen Einpassungsergebnis führen, aber hier nicht diskutiert werden.

Die Umrechnung von Punktekoordinaten $P_i \in \mathbb{R}^3$ in das Werkstück Koordinatensystem erfolgt durch die lineare Transformation

$$\hat{P}_i = R(P_i - C).$$

Die 3x3 Matrix R definiert eine Drehung, welche den Richtungsvektor v des Bezugszylinder auf den Basisvektor $e_z = (0,0,1)^T$ abbildet. Da v der z-Achse des Koordinatensystems entspricht, muss gelten

$$Rv = e_z.$$

Mit den Eulerschen (Tait-Bryan Typ) Winkeln für Drehungen um die x- bzw. y-Achse

$$R_x = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ 0 & \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad R_y = \begin{pmatrix} \cos(\beta) & 0 & \sin(\beta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\beta) & 0 & \cos(\beta) \end{pmatrix}$$

wird

$$R := R_y^T R_x^T$$

gebildet. Die Punktekoordinaten \hat{P}_i liegen dann im Werkstück Koordinatensystem mit Ursprungspunkt $W_0 = (0,0,0)^T$, x-Achse $x_w = (1,0,0)^T$, y-Achse $y_w = (0,1,0)^T$ und z-Achse $z_w = (0,0,1)^T$.

Der nachstehende Algorithmus gibt ein numerisch stabiles Verfahren zur Berechnung der beiden Drehwinkel α und β .

Algorithmus zur Berechnung der Drehwinkel für die Koordinatentransformation

Schritt 0: Setze eine positive Genauigkeit $\varepsilon \ll 1$.

Schritt 1: Berechne $t = \sqrt{v_y^2 + v_z^2}$
 Falls $t < \varepsilon$, setze $\cos(\alpha) = 1$ und $\sin(\alpha) = 0$.
 Sonst setze $\cos(\alpha) = \frac{v_z}{t}$, $\sin(\alpha) = \frac{v_y}{t}$ und $v'_z = t$.

Schritt 2: Berechne $t = \sqrt{v_x'^2 + v_z'^2}$
 Falls $t < \varepsilon$, setze $\cos(\beta) = 1$ und $\sin(\beta) = 0$.
 Sonst setze $\cos(\beta) = \frac{v'_z}{t}$ und $\sin(\beta) = \frac{v_x'}{t}$.

Die Schranke für die Genauigkeit ε legt fest, wann eine Komponente des Vektors v bereits nah genug an der erzielten Richtung der z-Achse liegt. In diesem Fall wird keine weitere Drehung der Daten vorgenommen.

Die Transformation ist für alle Messpunkte durchzuführen, die den zylinderförmigen Bohrungen auf dem Flansch zugeordnet sind. Jeder Bohrung liegt mit einem eigenen Satz von Messpunkten vor.

$$P^{(1)} = \{P_1^{(1)}, \dots, P_{m_1}^{(1)}\},$$

$$P^{(2)} = \{P_1^{(2)}, \dots, P_{m_2}^{(2)}\},$$

$$P^{(3)} = \{P_1^{(3)}, \dots, P_{m_3}^{(3)}\},$$

$$P^{(4)} = \{P_1^{(4)}, \dots, P_{m_4}^{(4)}\},$$

$$P^{(5)} = \{P_1^{(5)}, \dots, P_{m_5}^{(5)}\}$$

Zur Vereinfachung wird im Weiteren der Index k mit $1 \leq k \leq 5$ für die Zuordnung der Messpunktemengen zu den einzelnen Bohrungen eingeführt. Die Schreibweise ist $P^{(k)}$ bzw. $P_i^{(k)}$ mit den Koordinatenwerten $P_i^{(k)} = (x_{ki}, y_{ki}, z_{ki})^T$. Die Werte m_k stehen ferner für die Anzahl von Punkten des erfassten Geometrieelements mit Index k . Die Transformation der Messdaten ist $\hat{P}_i^{(k)} = R(P_i^{(k)} - C)$. Die erfasste Geometrie wird mit dem Werkstück Koordinatensystem in Abbildung 11 dargestellt.

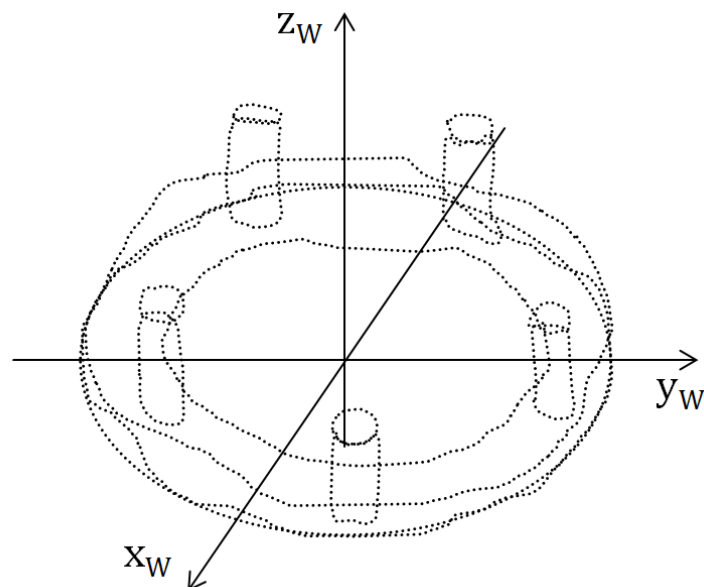


Abbildung 11 Werkstück Koordinatensystem und erfasste Geometrie beim Flansch.

Zur Vereinfachung der weiteren Notation wird $P_i^{(k)}$ anstelle $\hat{P}_i^{(k)}$ für die Punktkoordinaten im Werkstück Koordinatensystem angegeben mit Verweis auf den jeweiligen Kontext.

Spezifikation der virtuellen Lehre:

Die virtuelle Lehre besteht aus 5 Zylindern mit idealer geometrischer Form. Alle Zylinderachsen sind parallel mit dem gemeinsamen Richtungsvektor $v = (0,0,1)^T$. Ebenfalls hat jeder Zylinder den gleichen Radius $r = 1,9$ mm. Unterschiedlich sind dagegen die Positionen der einzelnen Zylinderachsen

$$C_1, \dots, C_5$$

Diese werden auch mit C_k ($k = 1, \dots, 5$) bezeichnet. Die Berechnung der Soll-Positionen erfolgt anhand des vorgegebenen Lochkreises mit Radius $r_L = 29$ mm und Winkelabstand $\tau = 72^\circ$ zu

$$C_k = \begin{pmatrix} C_{kx} \\ C_{ky} \\ C_{kz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_L \cos(k\tau) \\ r_L \sin(k\tau) \\ 0 \end{pmatrix}$$

Für die Speicherung der Geometrieparameter der Lehre ist die nachstehende Matrixschreibweise günstig

$$M = \begin{pmatrix} C_{1x} & C_{1y} & C_{1z} & v_x & v_y & v_z & r \\ C_{2x} & C_{2y} & C_{2z} & v_x & v_y & v_z & r \\ C_{3x} & C_{3y} & C_{3z} & v_x & v_y & v_z & r \\ C_{4x} & C_{4y} & C_{4z} & v_x & v_y & v_z & r \\ C_{5x} & C_{5y} & C_{5z} & v_x & v_y & v_z & r \end{pmatrix} \quad (8)$$

Bemerkung: Bei der Formulierung von (8) ist vorausgesetzt, dass der Normalenvektor der Bezugsebene A zur Materialseite des Flanschrings zeigt. Ist die Bezugsrichtung dagegen umgedreht, d. h. der Normalenvektor zeigt vom Material weg, dann ändert sich die Reihenfolge der Einträge in der Parametermatrix. Dann sind C_5 bis C_1 einzutragen anstelle von C_1 bis C_5 .

3.2.4. Starteinpassung und 3D-Lochbildeinpassung für den Flansching

Der Ausgangspunkt für die Modellierung der 3D Lochbildeinpassung beim Flansching sind Messpunkte der Bohrungen $P^{(1)}, \dots, P^{(5)}$ im Werkstück Koordinatensystem, und die Matrix mit den Parametern der Lehregeometrie M .

Freier Parameter der Einpassung ist der Rotationswinkel φ , der die Lehre bzw. Lehrenparameter um die z-Achse im Koordinatenursprung des Koordinatensystems dreht. Der Winkel bestimmt eine spezielle Drehmatrix H .

$$M(\varphi) = M \cdot H(\varphi)$$

Hierbei ist

$$H(\varphi) = \begin{pmatrix} co & si & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -si & co & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (9)$$

mit den Werten $si = \sin(\varphi)$ sowie $co = \cos(\varphi)$. Zusätzlich wird

$$C_k(\varphi) = (C_{kx}, C_{ky}, C_{kz})^T \cdot \begin{pmatrix} co & si & 0 \\ -si & co & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

für die gedrehten Positionspunkte der Lehrenzylinder verwendet, um die Notation bei der mathematischen Modellbildung der Einpassungsaufgabe zu vereinfachen.

In den folgenden Unterabschnitten werden die mathematischen Modelle für eine konsistente 3D Lochbildeinpassung beschrieben. Das Verfahren beginnt mit einer Gauß-Typ Grobeinpassung, die als Startlösung für die genaue Einpassung nach dem Tschebyscheff Kriterium (1) genutzt wird.

Startlösung mit einer Gaußeinpassung

Im ersten Schritt wird speziell beim Flanschring zu jeder Punktmenge $P^{(k)}$ der Schwerpunkt $Q_k = (q_{kx}, q_{ky}, 0)^T$ berechnet. Dabei ist

$$q_{kx} = \frac{1}{m_k} \sum_{i=1}^{m_k} x_{ki}$$

und

$$q_{ky} = \frac{1}{m_k} \sum_{i=1}^{m_k} y_{ki}$$

Die Berechnung ist auch bei großen Datenmengen effizient. Um die Startposition der Lehre zu bestimmen, wird im zweiten Schritt durch eine Besteinpassung nach Gauß der Nahrungswinkel φ_0 berechnet, welcher die Minimierungsaufgabe

$$\min_{\varphi_0} \frac{1}{2} \sum_{k=1}^5 \|C_k(\varphi_0) - Q_k\|^2 \quad (10)$$

löst. Die Summe der Abstandsquadrate zwischen den Mittelpunkten der Lehrenzylinderachsen und den Punktwolkenschwerpunkten der Achsen wird hierdurch minimiert. Die Grobeinpassung wird in Abbildung 12 dargestellt.

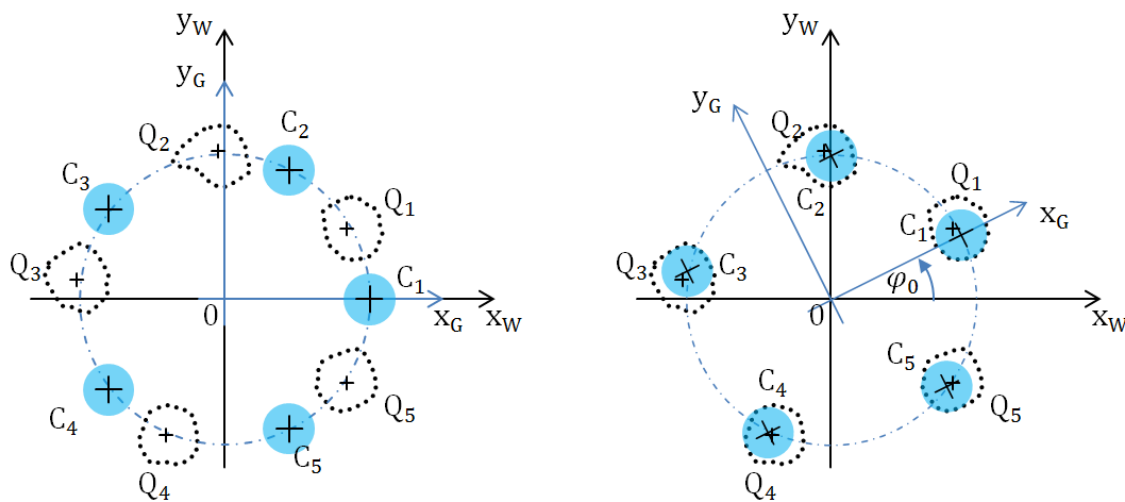


Abbildung 12 Grobeinpassung beim Flanschring

Links ist die Ausgangssituation gezeigt, wenn Werkstück Koordinatensystem und Lehre übereinander gelegt werden. Messpunkte und Lehrenzylinder sind in der Aufsicht zur xy -Ebene dargestellt. Die blau gezeichneten Lehrenzylinder liegen deutlich zu den schwarz gepunkteten erfassten Bohrungen versetzt. In der rechten Bildhälfte wurden die Abstände zwischen den Lehrenmittelpunkten und Punktwolkenschwerpunkten minimiert. Dabei wurde das Lehren Koordinatensystem um den Winkel φ_0 gedreht.

Berechnung der 3D Lochbildeinpassung

Die Messpunkte an den 5 Einzelbohrungen beschreiben Zylinder, die aufgrund von Mess- und Fertigungsabweichungen keine ideale geometrische Gestalt besitzen. Allgemein liegen Abweichungen vom Maß, der Form und der Lage vor. Diese haben Einfluss auf das Ergebnis der vorangegangenen Gaußeinpassung. Der berechnete Winkel φ_0 aus Starteinpassung (10) ist noch nicht der Winkel, bei dem kleinstmögliche Überlappung bzw. größtmögliches Spiel zwischen Lehrenzylindern und den Messpunkten vorliegt.

Für die Berechnung der 3D-Lochbildeinpassung werden die orthogonalen Abstände zwischen den Lehrenzylindern und den Messpunkten der Bohrungen wie folgt definiert

$$f_{ki}(M(\varphi)) = r - \left\| \left(P_i^{(k)} - C_k(\varphi) \right) \times v \right\|$$

Index k ist die Nummer der Bohrung und Index i bezeichnet die Nummer der Messpunkte zu Bohrung k . Die Norm ist die Euklidische Norm im \mathbb{R}^3 .

Die Anwendung der allgemeinen Einpassungsvorschrift (2) aus Kapitel 2.4 gibt hiermit die 3D-Lochbildeinpassung für den Flanschring in (11).

$$\min_{\varphi \in \mathbb{R}, s \in \mathbb{R}} s \quad \text{u. d. N. B.} \quad f_{ki}(\varphi) \leq s \quad \forall k = 1, \dots, 5 \quad \text{und} \quad \forall i = 1, \dots, m_k \quad (11)$$

Mit dem aus dieser Aufgabe berechneten Drehwinkel φ und dem maximalen Abstand s ist die Ermittlung der gesuchten Größe - minimale Überlappung oder maximales Spiel - einfach zu realisieren. Es gelten folgende Aussagen

- Ist $s > 0$ liegt Überlappung zwischen der Lehre und den Messpunkten vor. Diese hat den Wert s .
- Ist $s < 0$ liegt Spiel zwischen der Lehrer und den Messpunkten vor. Dieses hat den Wert s .
- Ist $s = 0$ so liegt die Lehre an den Messpunkten an. Es gibt weder Spiel noch Überlappung.

Weitere Bemerkungen:

(a) Das Verfahren (11) zur 3D-Lochbildeinpassung mit dem Tschebyscheffkriterium führt nicht für beliebige Startwinkel φ_0 zu einer korrekten Lösung. Nach einer Starteinpassung nach Gauß wird jedoch der Winkel für die kleinste Überlappung bzw. das größte Spiel zwischen Lehre und Bauteil mit Hilfe von Gleichung (11) mit hoher Wahrscheinlichkeit gefunden.

(b) Anhand der einzelnen Werte der Abstände

$$s_k := \max_{i=1, \dots, m_k} f_{ki}(\varphi)$$

kann individuell erkannt werden, welche der Bohrungen ggf. wo und wie stark nachbearbeitet werden muss, damit das Bauteil in der Toleranz liegt.

3.4. Verallgemeinerung der Prüfaufgabe für die Montagesimulation

Eine weitere Anwendung der 3D-Lochbildeinpassung besteht für die Montagesimulation von zwei Bauteilen. Gegeben ist der Flanschring nach Abbildung 4 und das Gegenstück in Abbildung 13.

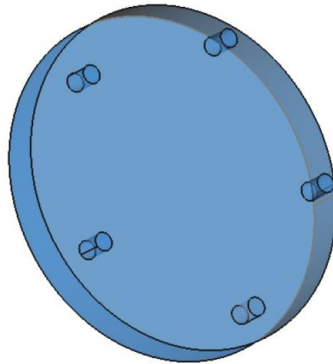


Abbildung 13 Gegenstück für eine Flanschringmontage.

Das Gegenstück für den Flansch ist durch eine zylindrische Scheibe mit Durchmesser 70,0 mm und Höhe 10,0 mm definiert. Rechtwinklig zur Oberfläche der Scheibe sind 5 Zapfen mit dem Durchmesser 3,8 mm auf einem Kreis mit dem Durchmesser 58,0 mm angeordnet. Die radialen Abstände zwischen den Bohrungen betragen jeweils 72° . Der Kreis ist konzentrisch mit der Achse der Scheibe.

Der Grundgedanke des Prüfverfahrens ist, im ersten Schritt das gefertigte Gegenstück zu erfassen und ihm auf geeignete Weise ideale Geometrielemente zuzuordnen. Diese bilden dann eine virtuelle Lehre. Im zweiten Schritt wird durch rechnerische 3D-Lochbildeinpassung geprüft, ob diese virtuelle Lehre und der erfasste Flanschring miteinander ffügbar sind.

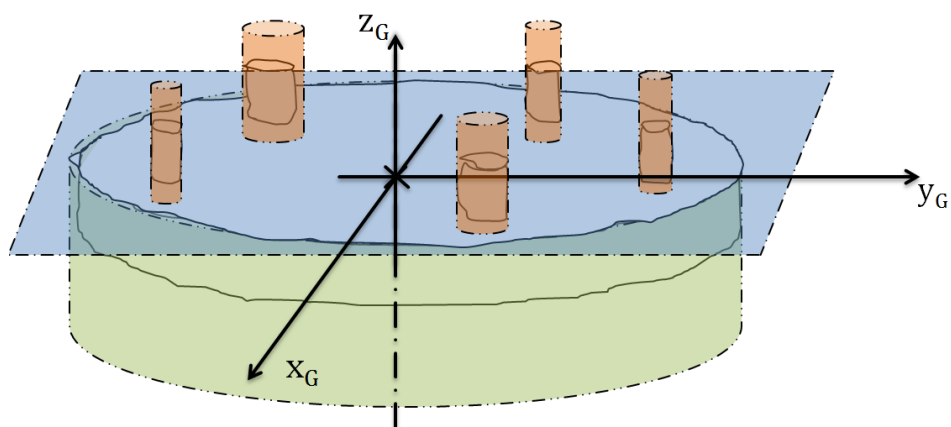


Abbildung 14 Zuordnung der virtuellen Lehre zum Gegenstücks.

Abbildung 14 veranschaulicht die Zuordnung der Lehre zum Bauteil. Aus den Messwerten des Gegenstücks wird eine virtuelle Lehre konstruiert. An die Oberfläche der Scheibe des Gegenstücks wird eine anliegende Fläche nach Tschebyscheff ermittelt. Diese ist blau gezeichnet. Um die Mitte der Lehre zu ermitteln, die als Position für die spätere Einpassung erforderlich ist, wird für die Randfläche der Scheibe ein Hüllzylinder berechnet, dessen Achse ebenfalls orthogonal zur zugeordneten Ebene verläuft. Dieser Hüllzylinder ist grün gezeichnet. Im letzten Schritt bei der Lehrenberechnung wird jedem erfassten Zapfen ein umschließender Hüllzylinder zugeordnet (rot gezeichnet). Die Achsen sind als Nebenbedingung senkrecht zur anliegenden blauen Ebene. Das Lehren Koordinatensystem (x_G, y_G, z_G) wird parallel zur Achse des äußeren Zylinders angelegt. Der Ursprungspunkt liegt in der zugeordneten Ebene.

Mit der aus dem Gegenstück gemessenen Lehrengometrie wird die Lochbildeinpassung zum Flanschring wie am Anfang des Kapitels beschrieben durchgeführt. Da die Position und das Maß der Lehrenzylinder variieren kann, hat das rechnerische Gegenstück im Allgemeinen keine Rotationssymmetrie mehr. Daher sind insgesamt 5 verschiedene Startpositionen für die virtuelle Lehre zu prüfen. Dies wird durch zyklisches Vertauschen der Zuordnung zwischen Messpunkten der Bohrungen und den Lehrenzylindern erreicht.

Allgemein ist das Verfahren auch auf die Montage von zwei Flanschringen mit Zapfen übertragbar. Dabei wird einer der Flanschringe wie das Lehrengegenstück behandelt. Anstelle von Hüllzylindern werden Pufferzylinder für die Bohrungen zugeordnet. Jeder dieser Zylinder muss einen Mindestdurchmesser haben, um die Bolzen noch durchschieben zu können. Der zweite Schritt der rechnerischen Montagesimulation erfolgt, wie bereits beschrieben, durch 3D-Lochbildeinpassung.

4. Anwendungsbeispiel Kegelscheibe

Die Kegelscheibe beschreibt die Einpassung mehrere Gruppen von Geometrieelementen mit unterschiedlichen Maßen und Formen. Die Anordnung der Elemente ist i. A. nicht rotationssymmetrisch. Das Anwendungsbeispiel wird in Abbildung 15 gezeigt.

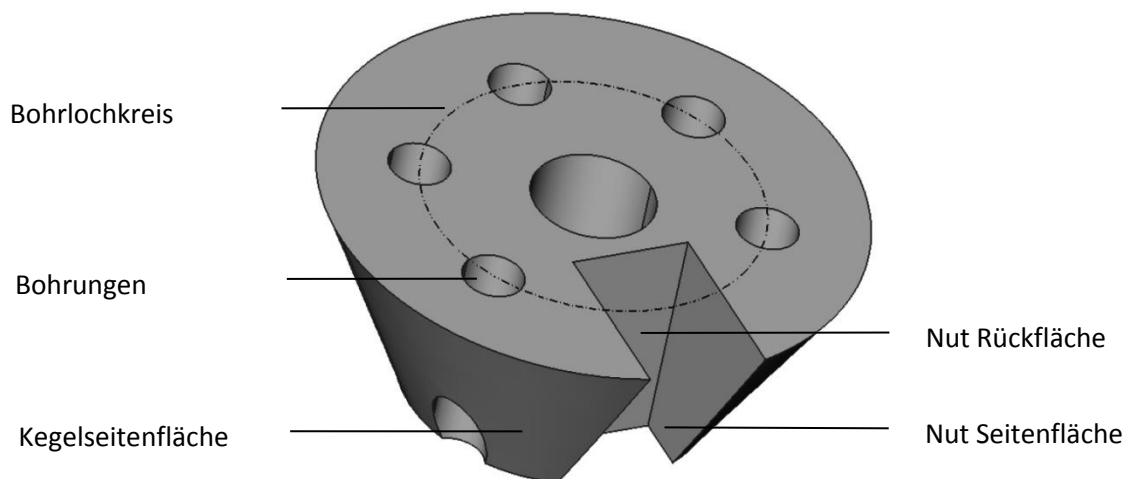


Abbildung 15 Beispiel Kegelscheibe.

Ein Kegelstumpf bildet den Grundkörper. Die Durchmesser an den beiden kreisförmigen Enden sind 70,0 mm und 40,0 mm. Die Höhe des Kegels ist 30,0 mm. Parallel zur Kegelachse sind fünf zylindrische Bohrungen eingebracht. Jede Bohrung hat einen Durchmesser von 8,0 mm. Sie liegen auf einem Bohrkreis. Dieser ist konzentrisch zur Kegelachse und hat den Durchmesser 44,0 mm. Die Achsen der fünf Bohrungen sind jeweils um 60°-Segmente des Bohrkreises gedreht angeordnet. Gegenüber den Bohrungen liegt eine Nut. Deren Innenflächen sind eine Rückseite und zwei Seitenflächen. Sie liegen parallel zur Kegelachse. Die Breite der Nut ist 16 mm. Ferner sind die Seitenflächen symmetrisch zur Kegelachse ausgerichtet. Die Rückfläche hat den Abstand 11 mm zur Kegelachse. Das Modell entspricht typischen industriellen Anwendungen. Zunächst ist der Kegel eine spezifische Art von Passung. Die spitz zulaufende Kegelform bewirkt eine Zentrierung beim Stecken auf ein ähnlich geformtes Gegenstück. Solche Passungen werden beispielsweise bei Bohrfuttern für die Montage mit einer Antriebswelle genutzt. Durch die Nut ist eine Ausrichtung des kegelförmigen Grundkörpers möglich. Die Bohrungen

haben weitere funktionale Aufgaben. Zum Beispiel als Passungen für Schrauben oder zur Durchführung von Leitungen.

4.1. Normenkonforme Prüfung

Eine einfache Prüfaufgabe zur Kegelscheibe ist in Abbildung 16 dargestellt.

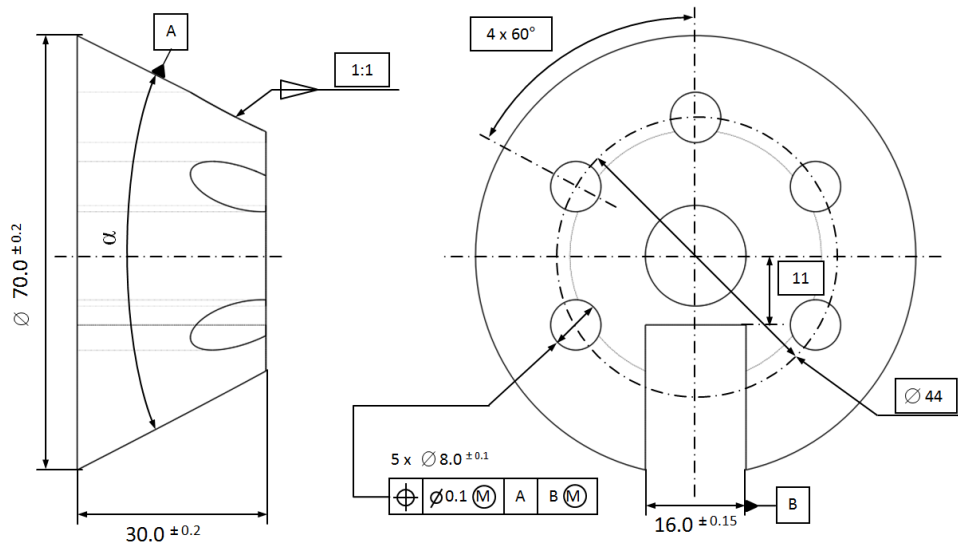


Abbildung 16 Tolerierung der Kegelscheibe (Grundlage ISO 1101).

Geprüft wird die Position der fünf Bohrungen auf dem gemeinsamen Bohrkreis nach der MMB. Zusätzlich liegt ein Bezugssystem vor. Die kegelförmige Mantelfläche bildet den Primärbezug A. Dies entspricht der Bedeutung einer zentrierenden, kegelförmigen Passung bei der Montage. Die Zeichnungseintragungen zur Spezifikation des Kegels sind nach DIN EN ISO 3040 [18] vorgenommen. Aus dem Kegelverhältnis $c = 1:1$ berechnet sich der Nennkegelwinkel $\alpha = 2 * \arctan\left(\frac{c}{2}\right) \cong 26.565^\circ$.

Die Zuordnung eines geometrisch idealen Kegels zur äußeren Mantelfläche, um den Bezug A zu bilden, wird in Abbildung 17 gezeigt. Der Öffnungswinkel α ist für die Zuordnung vorgegeben. Mit diesen werden die Kegelparameter so bestimmt, dass der größte Abstand zwischen der gefertigten Kegelseitenfläche und dem idealen Kegelmantel minimiert wird. Er liegt dabei außen am Bauteil an. Die Zuordnung wird im Rahmen des Leitfadens als Tschebyscheff Zuordnung bezeichnet.

Die seitlich eingebrachte Nut bildet den Sekundärbezug. Die Zusatzeintragung \textcircled{M} im Toleranzrahmen nach dem Bezugsbuchstaben indiziert, dass B als Teil der Lehre für die Prüfung des Bauteils aufzufassen ist. Die für die Prüfung des Bauteils notwendige Lehre ist in Abbildung 18 skizziert. Die linke Bildhälfte zeigt die erfasste Geometrie und die Lehre in einer perspektivischen Ansicht. Grün dargestellt sind die Seitenflächen des Lehrenprisma für die Nut. Deren theoretisch genaue Breite beträgt 15,85 mm. Die blauen Zylinder sind die Lehregegenstücke für die Bohrungen. Sie haben den nominellen, genauen Durchmesser von 7,8 mm. Sowohl die Seitenflächen der Nut als auch die Zylinder liegen parallel zur Achse des Kegels. Die Ausdehnung der Flächen und die Länge der Zylinder sind theoretisch unbegrenzt. In der Abbildung werden diese jedoch gekürzt dargestellt. Vom gefertigten Bauteil werden nur die Funktionsflächen gezeigt, die für die Montage relevant sind. Dazu zählen die Innenflächen der Bohrungen und die Seitenflächen der Nut. Freiheitsgrad für die Einpassung ist die Rotation der gesamten Lehrengometrie um die Achse des Bezugskegels. Eine Verschiebung entlang der Achse ist nicht zulässig. Dieser Freiheitsgrad wird durch den Bezugspunkt Kegelspitze gesperrt. Bei dem abgebildeten Beispiel

wird eine Position von Lehre zu Bauteilgeometrie skizziert, in der die vollständige Fügung vorliegt (Spiel zwischen Bauteil und Lehre).

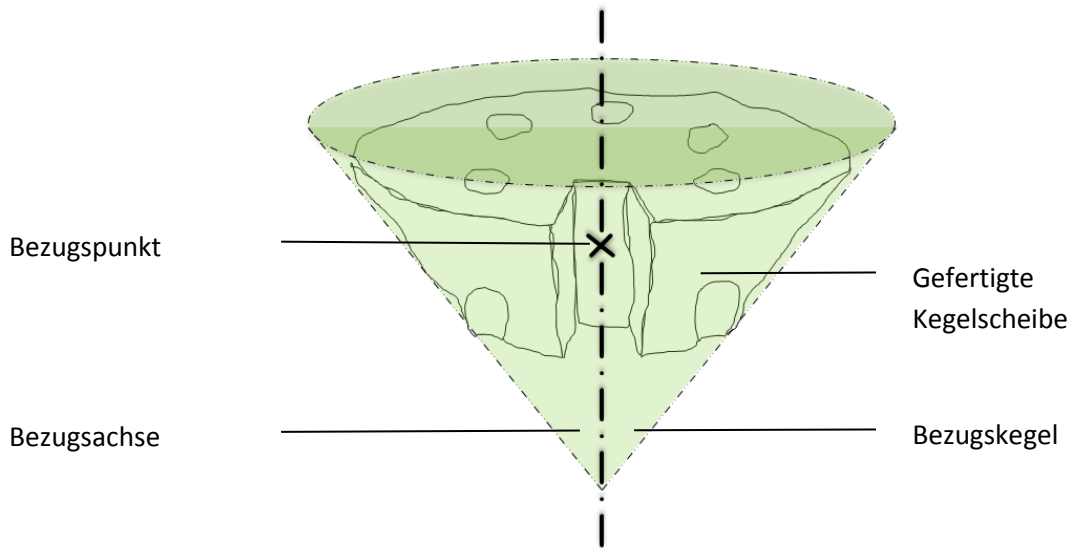


Abbildung 17 Bezugsbildung an der gefertigten Kegelscheibe.

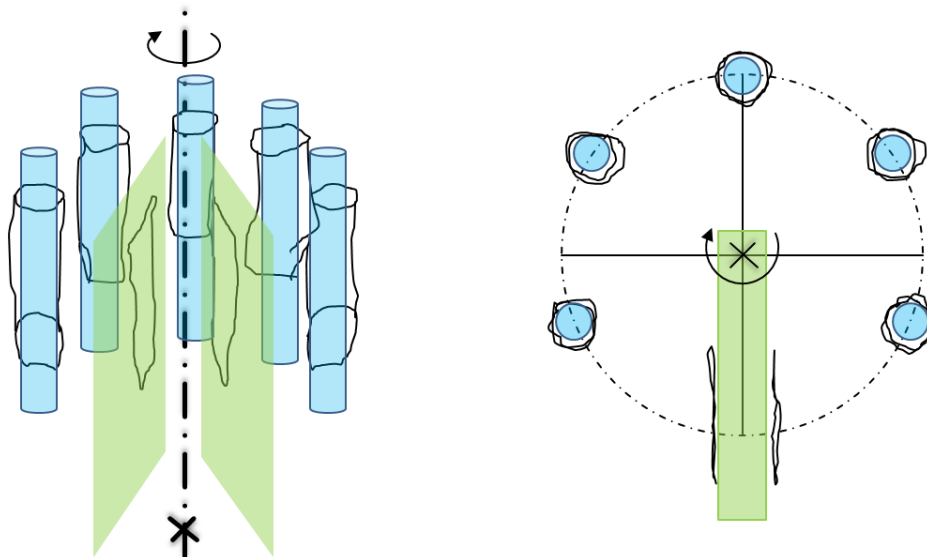


Abbildung 18 3D-Lochbildeinpassung für die Kegelscheibe.

Zusätzliche Form- und Lagetoleranzen bei Kegelscheibe und Nut liegen nicht vor. Damit wird eine elementare Tolerierung des Bauteils betrachtet. Bei Anwendungen in der Praxis sind weitere Toleranzen bei der Bezugsbildung zu beachten. Siehe dazu Abschnitt 2.3.

4.2. Mathematisches Modell der Bezugsbildung und Einpassung

In diesem Abschnitt wird das konkrete Vorgehen zur rechnerischen 3D-Lochbildeinpassung für das Anwendungsbeispiel Kegelscheibe beschrieben. Ausgangspunkt ist die erfasste Bauteilgeometrie, z. B. ermittelt mit einem Koordinatenmesssystem. Zur Durchführung der 3D-Lochbildeinpassung sind die in Abbildung 19 gezeigten Schritte abzuarbeiten.

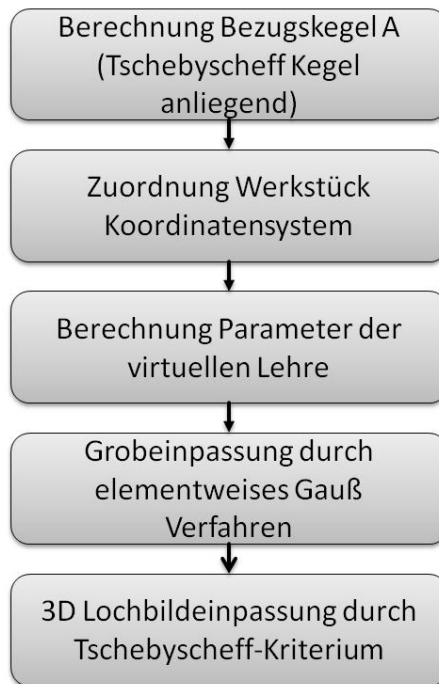


Abbildung 19 Ablaufdiagramm zur 3D-Lochbildeinpassung für die Kegelscheibe.

Die weiteren Unterabschnitte erläutern Details zu einzelnen Schritten der rechnerischen Einpassung.

4.2.1. Zuordnung des Bezugskegels

Der Kegel als Bezugselement muss nach ISO 5459 mit seinem nominellen Wert des Öffnungswinkels eingepasst werden. Die Zuordnung erfolgt nach dem Tschebyscheff-Kriterium. Dieses sieht die Minimierung des größten Abstands zwischen Bauteiloberfläche und zugeordneter Kegelmantelfläche vor. Die Seitenfläche der Kegelscheibe wird für die Einpassung erfasst. Es sollten $m \in \mathbb{N}$ Messpunkte vorliegen, wobei $m \geq 6$ vorausgesetzt ist. Die Messpunkte werden mit

$$P = \{P_1, \dots, P_m\}$$

bezeichnet. Die einzelnen Punkte haben die Koordinaten $P_i = (x_i, y_i, z_i)^T$ für alle $i \in I := \{1, \dots, m\}$. Die Geometrie des zugeordneten Kegels wird durch drei Parameter beschrieben. Zunächst ist dies die Richtung der Kegelachse

$$v = (v_x, v_y, v_z)^T.$$

Sie zeigt in Richtung der Kegelspitze. Bei der Definition wird

$$v^T v = 1 \tag{12}$$

gefordert. D. h. der Richtungsvektor ist auf die Länge 1 normiert. Der zweite Parameter ist die Position eines Punktes auf der Kegelachse, angegeben durch die Koordinaten

$$C = (C_x, C_y, C_z)^T.$$

Da die Lages des Punkte beliebig auf der Kegelachse sein kann, wird eine weitere Nebenbedingung eingeführt, die die Position genau bestimmt. Der auf die Kegelachse projizierte Schwerpunkt G der

Punktewolke ist dabei besondere numerisch robust als Definition von C . Er errechnet sich aus der Bedingung

$$\langle G - C, v \rangle = 0 \quad (13)$$

wobei

$$G = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m P_i.$$

ist. Der dritte Parameter ist der Kegelradius im Punkt C . Dieser wird mit dem Symbol

$$r > 0$$

bezeichnet. Der Parameter ist der Radius des Schnittkreises orthogonal zur Kegelachse. Der Schnittkreis hat den Mittelpunkt C . Ferner ist die Kegelgeometrie durch den Öffnungswinkel $0 < \alpha < 180$ beschrieben.

Als nächstes werden die orthogonalen Abstände zwischen Kegel und Messpunkten betrachtet. Deren Definition ist

$$f_i(C, v, r) := (e_i - r) \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) - d_i \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

mit $e_i := \|(P_i - C) \times v\|$ und $d_i := \langle P_i - C, v \rangle$. Die Werte sind für alle $i \in I$ definiert.

Schließlich ergibt sich folgende mathematische Zuordnungsaufgabe für den Bezugskegel.

Tschebyscheff-Zuordnung für einen anliegenden Kegel:

Bestimme die Parameter $C \in \mathbb{R}^3, v \in \mathbb{R}^3$ und $r > 0$ mit (12) und (13), welche

$$\min_{C,v,r} \max_{i \in I} |f_i(C, v, r)| \quad (14)$$

annehmen. Der gesuchte, äußere anliegende Tschebyscheff-Kegel wird aus der Lösung von (14) durch die Verschiebung

$$\hat{C} = C + \gamma \cdot v \quad (15)$$

berechnet. Der Wert für den Verschiebungsfaktor ist

$$\gamma = \frac{\max_{i \in I} |f_i(C, v, r)|}{\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)}. \quad (16)$$

4.2.2. Werkstück Koordinatensystem und Definition der Lehregeometrie

Bereits beim Flanschring hat die gesonderte Bestimmung eines Werkstück Koordinatensystems zur Vereinfachung des Einpassungsmodells geführt. Eine ähnliche Situation liegt auch am Beispiel Kegelscheibe vor. Hier hat die Lochbildeinpassung die Nebenbedingung, dass das virtuelle Gegenstück (Lehre) bei der Einpassung nur um die Achse des Bezugskegels gedreht werden darf.

Bestimmung Werkstück Koordinatensystem

Die z-Achse des Werkstück Koordinatensystems wird als die Richtung der Kegellachse v aus (14) festgelegt. Der Koordinaten Ursprung W_0 ist der projizierte Schwerpunkt C auf der Kegellachse. Die verbleibenden Achsen x_W und y_W werden durch das Bezugselement nicht eindeutig definiert. Sie entstehen wieder aus der Umrechnung der Messpunkte der erfassten Geometrie in das unvollständige Werkstück Koordinatensystem.

Die Transformation der Messpunktkoordinaten ist $\hat{P} = R \cdot (P - C)$. Wie beim Flanschring ist R eine Drehmatrix, welche den Richtungsvektor v auf den Basisvektor $(0,0,1)^T$ dreht. Für die umgerechneten Messpunktkoordinaten sind $x_W = (1,0,0)^T$ und $y_W = (0,1,0)^T$ die Festlegung für die undefinierten Achsen des Werkstück Koordinatensystems. Die Berechnung der Transformationsparameter ist identisch mit dem Vorgehen in Abschnitt 3 (Algorithmus zur Berechnung der Drehwinkel für die Koordinatentransformation). Die darin verwendeten Geometrieparameter C und v kommen im Fall der Kegelscheibe von der Bezugskegellachse. Das zugeordnete Koordinatensystem ist in Abbildung 20 skizziert.

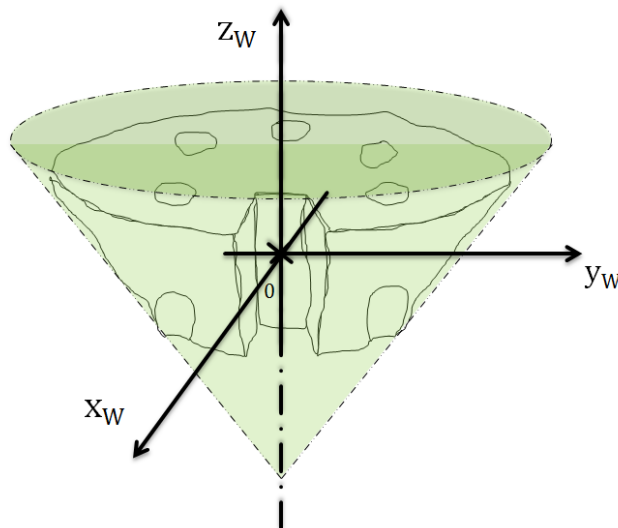


Abbildung 20 Werkstück Koordinatensystem für die Kegelscheibe

Für die Kegelscheibe liegen speziell die Messpunktemengen

$$P^{(1)} = \{P_1^{(1)}, \dots, P_{m_1}^{(1)}\},$$

$$P^{(2)} = \{P_1^{(2)}, \dots, P_{m_2}^{(2)}\},$$

$$P^{(3)} = \{P_1^{(3)}, \dots, P_{m_3}^{(3)}\},$$

$$P^{(4)} = \{P_1^{(4)}, \dots, P_{m_4}^{(4)}\},$$

$$P^{(5)} = \{P_1^{(5)}, \dots, P_{m_5}^{(5)}\}$$

für die fünf Bohrungen vor. Weiterhin bezeichnen

$$P^{(6)} = \{P_1^{(6)}, \dots, P_{m_6}^{(6)}\}$$

sowie

$$P^{(7)} = \{P_1^{(7)}, \dots, P_{m_7}^{(7)}\}$$

für die gegenüber liegenden Seitenflächen der Nut. Bei der Definition von $P^{(k)}$ ist m_k jeweils die Anzahl der Punkte pro Datensatz. Die Transformation der Messpunkte in das Werkstück Koordinatensystem wird formal durch $\hat{P}_i^{(k)} = R(P_i^{(k)} - C)$ berechnet. Im Weiteren wird wieder die Bezeichnung $P_i^{(k)}$ für die Punkte im Werkstück Koordinatensystem genutzt, um die Notation zu vereinfachen.

Spezifikation der virtuellen Lehre

Die virtuelle Lehre besteht aus fünf Zylindern und einem Ebenenpaar mit idealer geometrischer Form. Alle Zylinderachsen sind parallel zum gemeinsamen Richtungsvektor $v = (0,0,1)^T$. Ebenfalls hat jeder Zylinder den Radius $r = 3,9$ mm (Durchmesser 7,8 mm). Unterschiedlich sind dagegen die Positionen der einzelnen Zylinderachsen

$$C_1, \dots, C_5$$

Diese werden mit C_k ($k = 1, \dots, 5$) indiziert. Die Berechnung der Positionen erfolgt anhand des vorgegebenen Lochkreises mit Radius $r_L = 22$ mm, $\tau_0 = -30^\circ$ und Winkelabstand $\tau = 60^\circ$ zu

$$C_k = \begin{pmatrix} C_{kx} \\ C_{ky} \\ C_{kz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_L \cos(\tau_0 + k\tau) \\ r_L \sin(\tau_0 + k\tau) \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Das Ebenenpaar für die Nut wird zunächst durch den Normalenvektor $n = (1,0,0)^T$ in seiner Ausrichtung definiert. Damit sind die Ebenen parallel zur Kegelachse und symmetrisch zu den fünf Lehrenzylindern ausgerichtet. Für jede Ebene wird das Vorzeichen der Normale so gewählt, dass es von der theoretischen Materialseite in der technischen Zeichnung bzw. am realen Bauteil weg zeigt. Die Lage wird ferner durch einen Punkt, der mittig zwischen beiden Ebenen liegt definiert. Für $k = 6$ und $k = 7$ ist dieser

$$C_k = \begin{pmatrix} C_{kx} \\ C_{ky} \\ C_{kz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -22 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Dies ist genau der Schnittpunkt von theoretisch genauem Bohrlochkreis und der y-Achse des Lehren Koordinatensystems, welche mittig in der Nut liegt. Der orthogonale Abstand der seitlichen Ebenen zur mittleren Ebene durch Punkt C_k mit dem Normalenvektor n ist $d = 7,925$ mm. Die Matrixschreibweise zur Speicherung der Lehren Geometrieparameter ist

$$M = \begin{pmatrix} C_{1x} & C_{1y} & C_{1z} & v_x & v_y & v_z & 0 & 0 & 0 & r \\ C_{2x} & C_{2y} & C_{2z} & v_x & v_y & v_z & 0 & 0 & 0 & r \\ C_{3x} & C_{3y} & C_{3z} & v_x & v_y & v_z & 0 & 0 & 0 & r \\ C_{4x} & C_{4y} & C_{4z} & v_x & v_y & v_z & 0 & 0 & 0 & r \\ C_{5x} & C_{5y} & C_{5z} & v_x & v_y & v_z & 0 & 0 & 0 & r \\ C_{6x} & C_{6y} & C_{6z} & 0 & 0 & 0 & -n_x & -n_y & -n_z & d \\ C_{7x} & C_{7y} & C_{7z} & 0 & 0 & 0 & n_x & n_y & n_z & d \end{pmatrix}. \quad (17)$$

Die ersten fünf Zeilen sind die Parameter der Lehrenzapfen für die Bohrungen. Die zwei verbleibenden Zeilen geben die Parameter des Ebenenpaares für die Einpassung der Nut an.

4.2.3. Berechnung der Starteinpassung und 3D-Lochbildeinpassung

Der Ausgangspunkt für die Modellierung der 3D-Lochbildeinpassung der Kegelscheibe sind die in die das Werkstück Koordinatensystem transformierten Messpunkte zu den Bohrungen $P^{(1)}, \dots, P^{(7)}$ und die Matrix mit den Parametern der Lehrengometrie M .

Der freie Parameter der Einpassung ist der Rotationswinkel φ , der die Lehre im Koordinatenursprung um die z-Achse des Werkstück Koordinatensystems dreht. Der Winkel bestimmt eine spezielle Drehmatrix H , mit der die Parameter der gedrehten Lehre durch

$$M(\varphi) = M \cdot H(\varphi)$$

berechnet werden. Hierbei ist

$$H(\varphi) = \begin{pmatrix} co & si & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -si & co & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & co & si & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -si & co & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (18)$$

mit den Werten $si = \sin(\varphi)$ sowie $co = \cos(\varphi)$. In $M(\varphi)$ ändern sich nur die Positionseinträge (die x- und y-Koordinaten der Lehrenzapfen, Ebenenmittelpunkte) und die Normalenvektoren des Ebenenpaares. Für eine vereinfachte Schreibweise werden diese Einträge daher auch mit

$$C_k(\varphi) = (C_{kx}, C_{ky}, C_{kz}) \begin{pmatrix} co & si & 0 \\ -si & co & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

sowie

$$n_k(\varphi) = (n_{kx}, n_{ky}, n_{kz}) \begin{pmatrix} co & si & 0 \\ -si & co & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

bezeichnet.

4.2.3 Starteinpassung und 3D-Lochbildeinpassung für die Kegelscheibe

In diesem Unterabschnitt werden die mathematischen Modelle für die 3D-Lochbildeinpassung beschrieben. Wiederum wird mit einer groben Einpassung nach einem geeigneten Gauß Kriterium begonnen. Anschließend erfolgt die 3D-Lochbildeinpassung nach dem Tschebyscheff Kriterium.

Startlösung mit einer Gaußeinpassung

Die hier betrachtete Berechnung einer Grobeinpassung orientiert sich wie beim Flanschring an den Mittelpunkten der idealen Lehrengometrie und der Messpunkte. Im ersten Schritt wird zu jeder erfassten Bohrung $P^{(k)}$ mit $k = 1, \dots, 5$ der Schwerpunkt $Q_k = (q_{kx}, q_{ky}, 0)^T$ berechnet. Die z-Komponente des Schwerpunktes ist 0 gesetzt, da sie keinen Einfluss auf das Einpassungsergebnis haben soll. Die anderen Komponenten sind

$$q_{kx} = \frac{1}{m_k} \sum_{i=1}^{m_k} x_{ki}$$

und

$$q_{ky} = \frac{1}{m_k} \sum_{i=1}^{m_k} y_{ki}.$$

Die Berechnung ist bei großen Datenmengen effizient. Ebenso wird für das erfasste Ebenenpaar der Nut ein Schwerpunkt berechnet. Dieser ist $Q_6 = (q_{6x}, q_{6y}, 0)^T$ mit

$$q_{6x} = \frac{1}{m_6 + m_7} \left(\sum_{i=1}^{m_6} x_{6i} + \sum_{i=1}^{m_7} x_{7i} \right)$$

und

$$q_{6y} = \frac{1}{m_6 + m_7} \left(\sum_{i=1}^{m_6} y_{6i} + \sum_{i=1}^{m_7} y_{7i} \right).$$

Um die Startposition der Lehre zu bestimmen wird im zweiten Schritt der Winkel φ_0 berechnet, welcher die Minimierungsaufgabe

$$\min_{\varphi_0} \frac{1}{2} \sum_{k=1}^6 \|C_k(\varphi_0) - Q_k\|^2 \quad (19)$$

löst. Problem (19) ist eine Gaußeinpassung. Diese minimiert die Summe der Abstandsquadrate zwischen den Schwerpunkten der Punktwolken und den rechnerisch idealen Mittelpunkten der Lehrenelemente. Die Abstände werden nur in der xy-Ebene des Werkstück Koordinatensystems berechnet. Die Situation wird in Abbildung 21 für ein besseres Verständnis dargestellt.

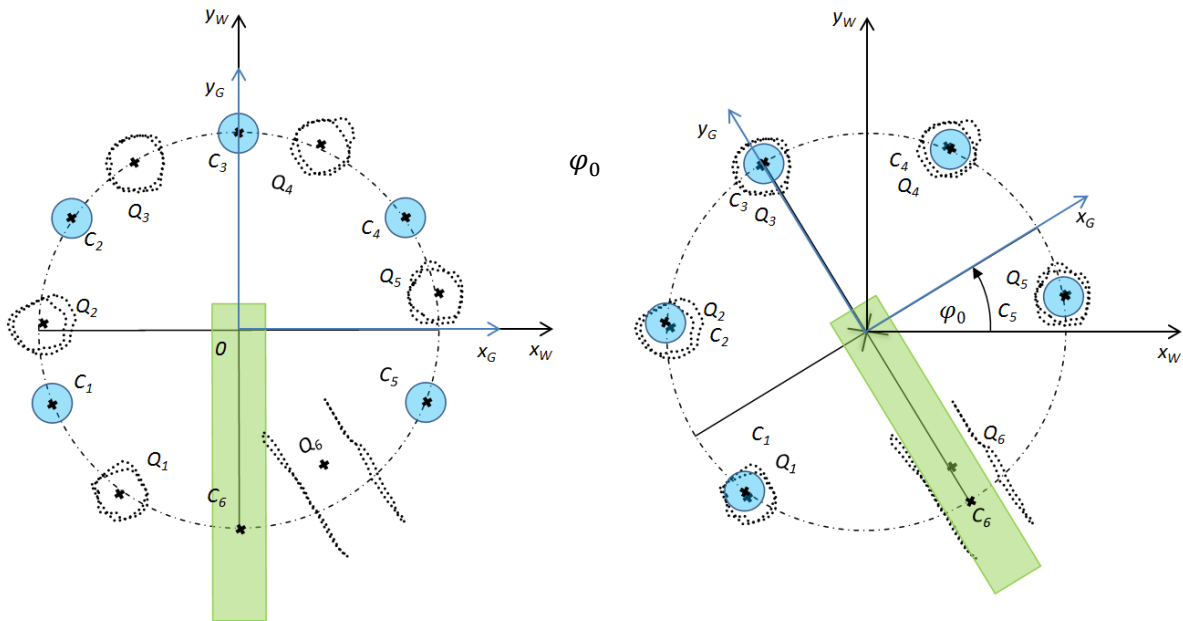


Abbildung 21 Starteinpassung der Kegelscheibe.

Die Lehrengometrie wird in der Aufsicht in Richtung der mittleren Achse gezeigt (Kegelachse). Zur Lehrengometrie gehören die blau gezeichneten zylindrischen Zapfen und der grün gezeichnete Bereich der Nut. Die erfasste Geometrie der Bohrungen und Nut Seitenflächen ist durch schwarze Punkte skizziert. Lehrengometrie und erfasste Geometrie liegen vor der Einpassung zueinander verdreht. Dies zeigt die linke Bildhälfte. Gut zu erkennen sind die für die Gaußeinpassung definierten idealen Mittelpunkte der Lehre C_k und die Schwerpunkte der erfassten Geometrie Q_k . Nach der Drehung der Lehre um den errechneten Winkel φ_0 liegt die Starteinpassung vor, welche auf der rechten Bildhälfte gezeigt wird.

Berechnung der 3D Lochbildeinpassung

Der Lösungswinkel φ_0 aus Starteinpassung (19) ist noch nicht der Winkel, bei dem die kleinstmögliche Überlappung bzw. das größtmögliche Spiel zwischen der Lehrengometrie und den Messpunkten vorliegt. Um die allgemeine Tschebyscheff-Einpassung (2) aus Kapitel 2.4 anzuwenden, sind geeignete Abstandsfunktionen für die Lehrenzylinder und die Nut zu definieren. Wie beim Flanschring gilt für die Lehrenzylinder mit $k = 1, \dots, 5$ die Definition

$$f_{ki}(M(\varphi)) = r - \left\| \left(P_i^{(k)} - C_k(\varphi) \right) \times v \right\|.$$

Bei der Nut wird zwischen linker und rechter Seitenfläche unterschieden. Dies erfolgt durch eine entsprechende Zuordnung der Punktemengen zu den Ebenen der Lehrengometrie und der gegenläufigen Festlegung der Normalenrichtung. Im Fall des Anwendungsbeispiels ist $P^{(6)}$ die erfasste Geometrie der linken Seitenfläche und $P^{(7)}$ ist die erfasste Geometrie der rechten Seitenfläche. Für diese ist

$$f_{ki}(M(\varphi)) = d - \langle P_i^{(k)} - C_k(\varphi), n_k(\varphi) \rangle.$$

Das folgende Einpassungsverfahren wird aufgestellt.

$$\min_{\varphi \in \mathbb{R}, s \in \mathbb{R}} s \quad \text{u. d. N. B. } f_{ki}(\varphi) \leq s \quad \forall k = 1, \dots, 7 \quad \text{und } \forall i = 1, \dots, m_k \quad (20)$$

Mit dem aus dieser Aufgabe berechneten Drehwinkel φ und dem maximalen Abstand s ist die Ermittlung der gesuchten Größe für minimale Überlappung oder maximales Spiel einfach zu realisieren. Es gelten folgende Aussagen

- Ist $s > 0$ liegt Überlappung zwischen der Lehre und den Messpunkten vor. Diese hat den Wert s .
- Ist $s < 0$ liegt Spiel zwischen der Lehrer und den Messpunkten vor. Dieses hat den Wert s .
- Ist $s = 0$ so liegt die Lehre an den Messpunkten an. Es gibt weder Spiel noch Überlappung.

Um im Fall $s > 0$ nachzuvollziehen, bei welchem der Lehrelemente Überlappung vorliegt, können für jedes einzelne Element der Lehre die Abstände zu den lokal zugeordneten Messpunkten geprüft werden. Diese sind

$$s_k := \max_{i=1, \dots, m_k} f_{ki}(M(\varphi))$$

für alle $k = 1, \dots, 7$. Wenn $s_k > 0$ ist, liegt Überlappung mit dem Bauteil vor.

5. Anwendungsbeispiel Würfel

Bei den zuvor betrachteten Anwendungsbeispielen Flanschring und Kegelscheibe sind die Lehrelemente parallel. Die Prüfung mit körperlicher Lehre ist möglich durch einseitiges Aufstecken der Lehre mit dem Prüfling. Das Anwendungsbeispiel Würfel betrachtet im Gegensatz dazu die Montage von Bauteilen über zueinander verdrehte Bohrungen bzw. Zapfen. D. h. die Geometrielemente der Lehre sind nicht mehr parallel. Dadurch ist die Prüfung mit körperlichen Lehren aus nur einem Teil nicht mehr möglich. Genau in diesem Fall ist die virtuelle Lehre mit KMGs und 3D-Lochbildeinpassung ein bzgl. der Durchführbarkeit günstiges Prüfmittel. Für den Anwendungsfall wird der in Abbildung 22 skizzierte Würfel betrachtet.

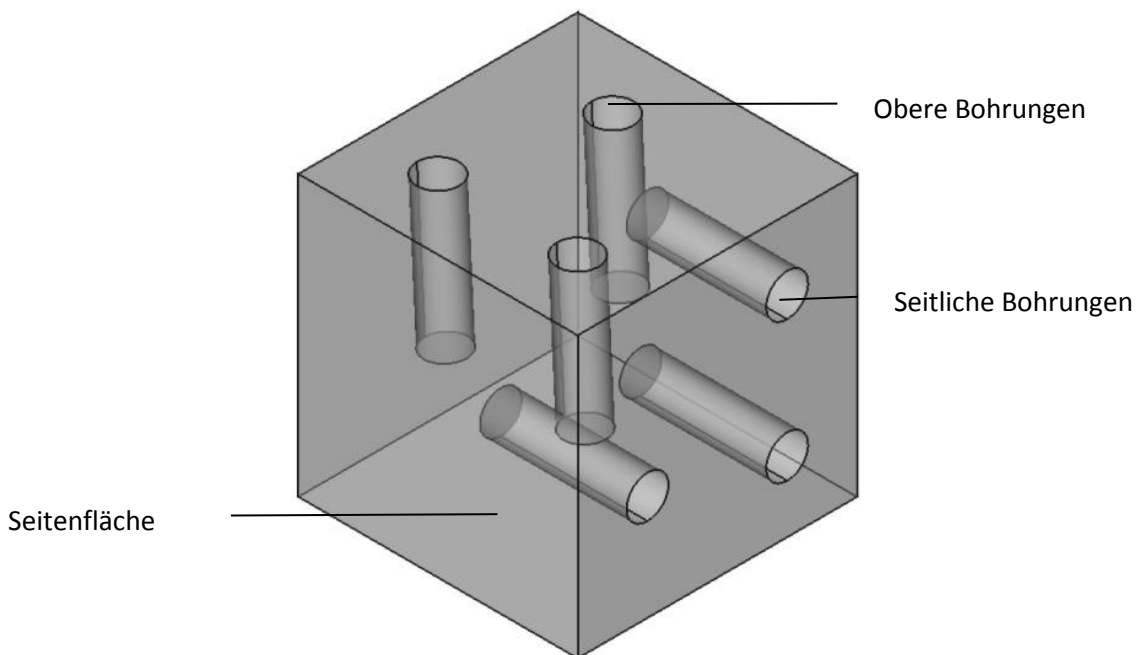


Abbildung 22 Anwendungsbeispiel Würfel

Der Würfel hat eine Kantenlänge von 40,0 mm. In zwei der sechs Seitenflächen sind je drei Bohrungen eingebracht. Die Tiefe aller Bohrungen beträgt jeweils 20,0 mm. Die Durchmesser betragen 6,0 mm. Alle Bohrachsen stehen senkrecht zu den entsprechenden Seitenflächen. Um die Lage der Bohrungen besser zu erkennen, wurde die Außenfläche des Würfels transparent gezeichnet (Abb. 21).

5.1. Normenkonforme Prüfung

Der Prüfung des Würfels wird keine spezifische Funktion zugeordnet. Vielmehr geht es um die Beschreibung einer allgemein gehaltenen Prüfaufgabe. Diese wird in Abbildung 22 gezeigt.

Bei der Auswahl der Prüfaufgabe wurde vollständig auf einen Bezug bzw. ein Bezugssystem verzichtet. Ausschließlich die Lage der sechs Bohrungen ist toleriert. Dies führt zu einer Lehrung bzw. 3D-Lochbildeinpassung mit der maximalen Anzahl von sechs Freiheitsgraden. Sie stellt gleichzeitig die größten Anforderungen an die numerische Stabilität und Leistungsfähigkeit mathematischer Verfahren für eine rechnerische Einpassung dar.

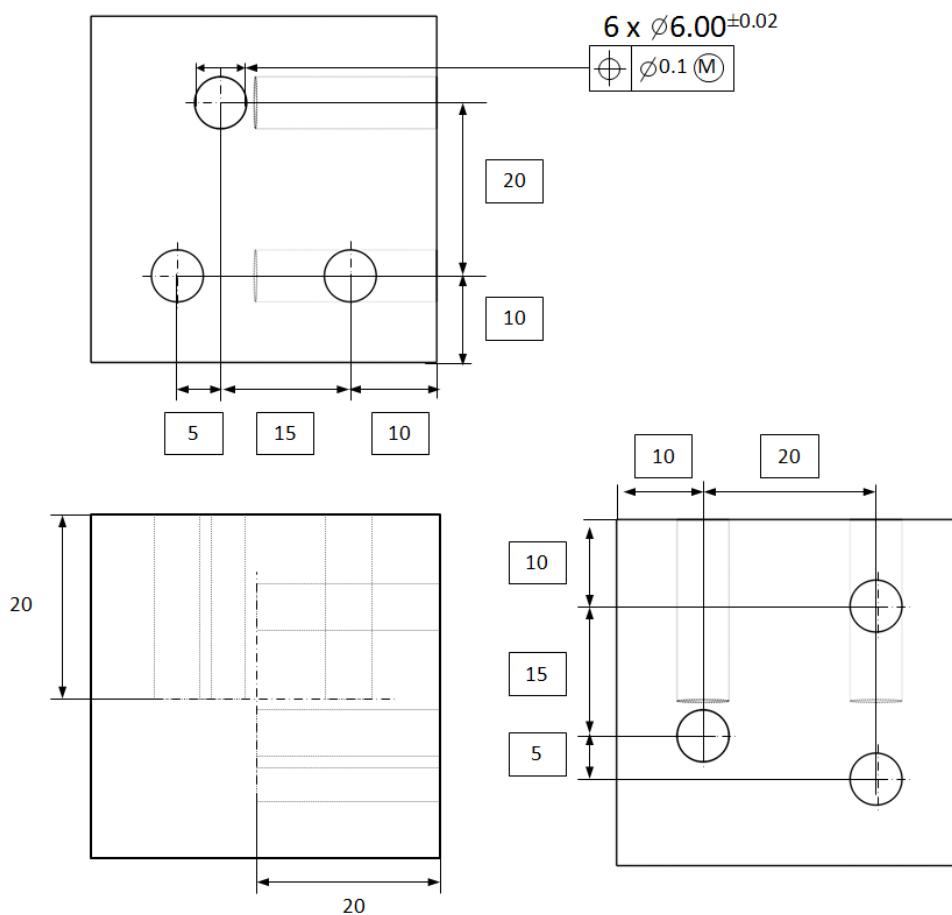


Abbildung 23 ISO 1101 konforme Prüfaufgabe für den Würfel.

5.2. Mathematisches Modell der 3D-Lochbildeinpassung

Die rechnerische 3D-Lochbildeinpassung wird durch die in Abbildung 24 gezeigten vier Schritte durchgeführt.

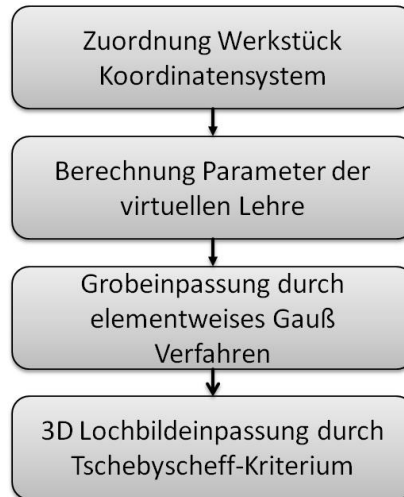


Abbildung 24 Ablaufdiagramm zur 3D-Lochbildeinpassung für den Würfel.

Zu Beginn werden des Werkstück Koordinatensystem und die Lehrenparameter zugeordnet. Anschließend erfolgt die Diskussion einer geeigneten Starteinpassung. Das Vorgehen ist wesentlich aufwendiger, als bei den vorangegangenen Anwendungsfällen. Zudem muss eine allgemeine 3D-Transformation der Lehrengometrie definiert werden. Zum Abschluss erfolgt die formale Angabe der Tschebyscheff 3D-Lochbildeinpassung.

Werkstück Koordinatensystem und Lehrenparameter

Da für den Würfel der Fall einer allgemeinen Einpassung vorliegt (keine Nebenbedingungen durch Bezugselemente), ist prinzipiell jedes Kartesische Koordinatensystem als Werkstück Koordinatensystem einsetzbar. Im Beispiel wird das Kartesische Messpunkte Koordinatensystem für das Werkstück gewählt, da in diesem Fall keine Umrechnung der Punktekoordinaten notwendig ist.

Die Lehre besteht aus sechs idealen Zylindern. Diese sind jeder Bohrung des Würfels zugeordnet. Sie haben den Radius $r = 2,94$ mm (entspricht Durchmesser MMVS = 5,88 mm). Die Lage und Richtung der Lehrenzylinder wird in Abbildung 25 dargestellt.

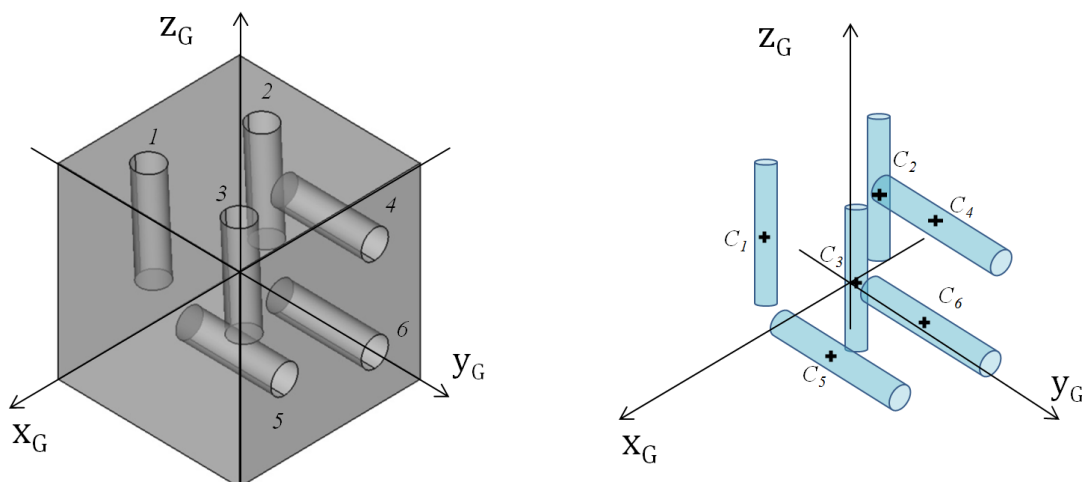


Abbildung 25 Koordinatensystem und Modell der virtuellen Lehre für den Würfel.

In der linken Bildhälfte in Abb. 24 ist das Lehren Koordinatensystems des Würfels abgebildet. Ferner sind die Bohrungen eindeutig mit den Indizes $k = 1, \dots, 6$ nummeriert. In der rechten Bildhälfte wird die Lehrengometrie (das Gegenstücks zur Einpassung) gezeigt. Eingezeichnet wurden die Mittelpunkte C_1, \dots, C_6 der geometrisch idealen Zylinder. Diese liegen jeweils auf der Achse des Lehrenzylinders. Die

Position ist die Mitte zwischen den Enden jeder Bohrung in der technischen Zeichnung des Bauteils. Nachfolgend sind die Parameterwerte gegeben.

$$C_1 = (C_{1x}, C_{1y}, C_{1z})^T = (-10, -30, -10)^T, \quad C_4 = (C_{4x}, C_{4y}, C_{4z})^T = (-30, -10, -10)^T$$

$$C_2 = (C_{2x}, C_{2y}, C_{2z})^T = (-30, -25, -10)^T, \quad C_5 = (C_{5x}, C_{5y}, C_{5z})^T = (-10, -10, -25)^T$$

$$C_3 = (C_{3x}, C_{3y}, C_{3z})^T = (-10, -10, -10)^T, \quad C_6 = (C_{6x}, C_{6y}, C_{6z})^T = (-30, -10, -30)^T$$

Der Richtungsvektor der Zylinder 1 bis 3 ist

$$v_1 = (v_{1x}, v_{1y}, v_{1z})^T = (0, 0, 1)^T.$$

Die Zylinder 4 bis 6 haben den Richtungsvektor

$$v_2 = (v_{2x}, v_{2y}, v_{2z})^T = (0, 1, 0)^T.$$

Die Parameterwerte werden auch hier in einer gemeinsamen Matrix M zusammengefasst.

$$M = \begin{pmatrix} C_{1x} & C_{1y} & C_{1z} & 1 & v_{1x} & v_{1y} & v_{1z} & r \\ C_{2x} & C_{2y} & C_{2z} & 1 & v_{1x} & v_{1y} & v_{1z} & r \\ C_{3x} & C_{3y} & C_{3z} & 1 & v_{1x} & v_{1y} & v_{1z} & r \\ C_{4x} & C_{4y} & C_{4z} & 1 & v_{2x} & v_{2y} & v_{2z} & r \\ C_{5x} & C_{5y} & C_{5z} & 1 & v_{2x} & v_{2y} & v_{2z} & r \\ C_{6x} & C_{6y} & C_{6z} & 1 & v_{2x} & v_{2y} & v_{2z} & r \end{pmatrix} \quad (21)$$

Die Spalte mit den Zahlenwerten „1“ ist von besonderer Bedeutung für die Transformation der Parametermatrix. Dies wird im Folgenden erklärt.

Spezifikation des Transformationsoperators für die Einpassung

Die Transformation umfasst sechs unterschiedliche Parameter. Zunächst sind drei Verschiebungen der Lehre entlang des Werkstück Koordinatensystems möglich. Diese werden mit dem Parameter

$$T = (t_x, t_y, t_z)^T$$

bezeichnet. Die Komponenten geben den jeweiligen Anteil der Verschiebung in Richtung der Koordinatenachse mit gleichem Index an. Weiterhin sind drei Rotationen um die Werkstück Koordinatenachsen möglich. Dies wird hier unter Zuhilfenahme der Tait-Bryan Drehungen mit

$$\varphi = (\varphi_x, \varphi_y, \varphi_z)^T$$

realisiert. Jede Komponente definiert eine Rotationsmatrix. Diese sind

$$R_x = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\varphi_x) & -\sin(\varphi_x) \\ 0 & \sin(\varphi_x) & \cos(\varphi_x) \end{pmatrix}^T,$$

$$R_y = \begin{pmatrix} \cos(\varphi_y) & 0 & \sin(\varphi_y) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\varphi_y) & 0 & \cos(\varphi_y) \end{pmatrix}^T$$

und

$$R_z = \begin{pmatrix} \cos(\varphi_z) & -\sin(\varphi_z) & 0 \\ \sin(\varphi_z) & \cos(\varphi_z) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^T.$$

Aus den einzelnen Rotationsmatrizen wird durch Multiplikation die Matrix

$$R = R_x R_y R_z = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{pmatrix}$$

gebildet. Damit ist die Matrix $H(T, \varphi)$ zur Transformation der Lehre geometrie M in (21)

$$H(T, \varphi) = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{21} & r_{31} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ r_{12} & r_{22} & r_{32} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ r_{13} & r_{23} & r_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ t_x & t_y & t_z & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & r_{11} & r_{21} & r_{31} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & r_{12} & r_{22} & r_{32} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & r_{13} & r_{23} & r_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (22)$$

Die transformierte Parametermatrix ist

$$M(T, \varphi) := M \cdot H(T, \varphi).$$

Bei der Berechnung werden die Punkte, welche die Lage der Lehrenzylinder geben, gedreht und anschließend verschoben. Die Rechenformel ist $C_k(T, \varphi) = C_k R + T$. Die Richtungsvektoren der Lehrenzylinder werden ausschließlich gedreht. Die gedrehten Vektoren werden mit $v_l(\varphi) = v_l R$ bezeichnet. Diese Transformationsvorschriften für die Lehrenparametern werden später bei der Spezifikation der Einpassungsaufgabe verwendet.

Formulierung einer Starteinpassung nach dem Gauß Kriterium

Wiederum wird durch eine geeignete Gaußeinpassung eine günstige Startausrichtung der Lehre zum Bauteil gesucht. Zunächst seien dafür

$$P^{(k)} = \{P_1^{(k)}, \dots, P_{m_k}^{(k)}\}$$

mit $k = 1, \dots, 6$ die Punktwolken der gemessenen Bohrungen des Würfels. Die Indizierung entspricht der Kennzeichnung aus Abbildung 21. Jeder Punktwolke wird der arithmetische Schwerpunkt

$$Q_k = \frac{1}{m_k} \sum_{i=1}^{m_k} P_i^{(k)}$$

zugeordnet. Die Starteinpassung ist dann die Lösung der Aufgabe

$$\min_{T_0, \varphi_0} \frac{1}{2} \sum_{k=1}^6 \|C_k(T_0, \varphi_0) - Q_k\|^2. \quad (23)$$

In Abbildung 26 wird die Starteinpassung nochmals verdeutlicht. Der obere Teil zeigt Lehre und die erfassten Bohrungen in der Ausgangslage. Die gemessenen Bohrungen sind vereinfacht durch schwarz gepunktete Umrisse dargestellt. An den Achsen des Koordinatensystems sind die Transformationsoperatoren verdeutlicht. Durch die Gaußeinpassung werden die mittleren Lehrenpunkte C_k möglichst nah zu den Schwerpunkten der Punktwolken verschoben. Das zeigt die untere Bildhälfte.

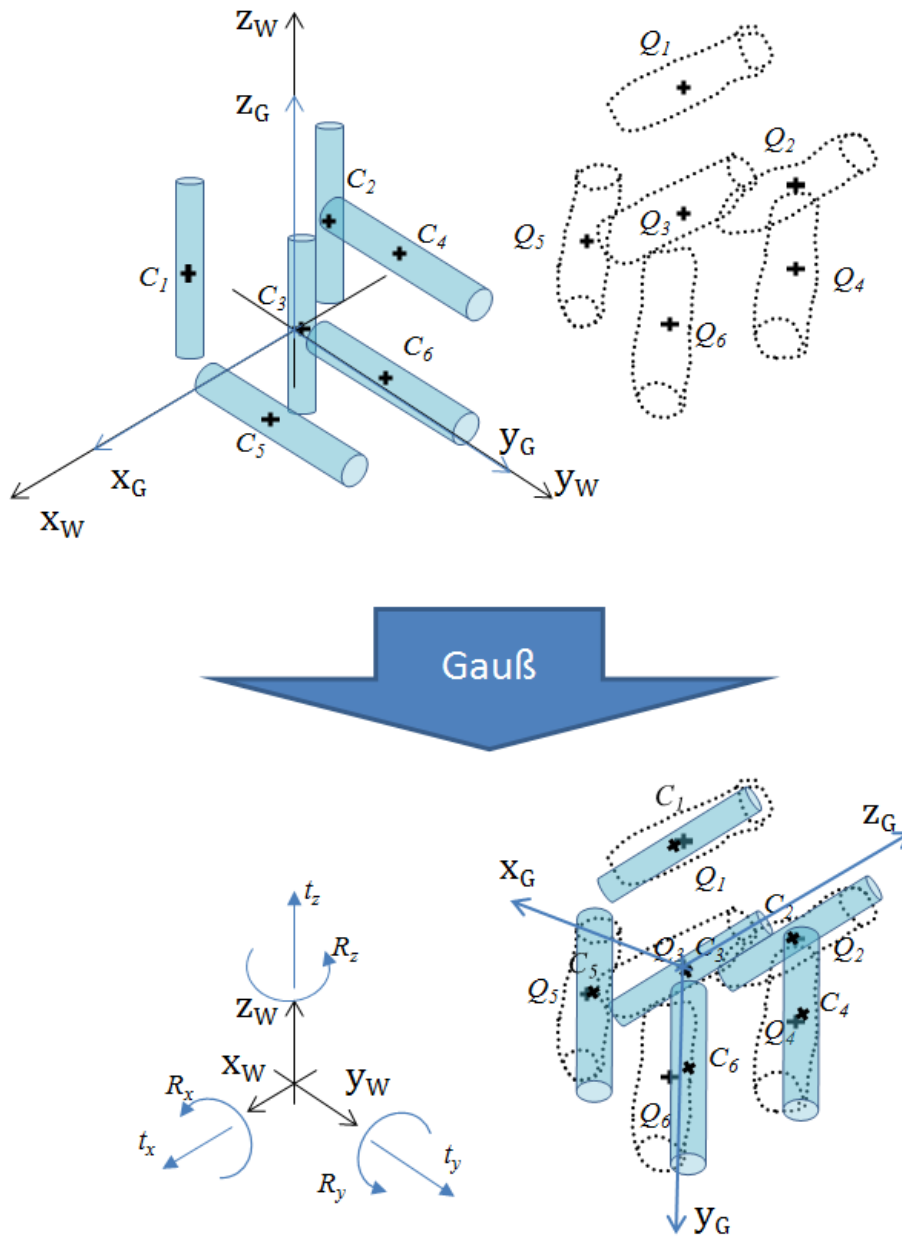


Abbildung 26 Starteinpassung für den Würfel.

Definition der 3D-Lochbildeinpassung für den Würfel

Auch in diesem Anwendungsbeispiel liegen zylinderförmige Lehrenelemente vor. Daher sind die lokalen orthogonalen Abstände zwischen Lehre und den gemessenen Punkte bei den Elementen $k = 1, \dots, 3$ durch

$$f_{ki}(M(T, \varphi)) = r - \left\| \left(P_i^{(k)} - C_k(T, \varphi) \right) \times v_1(\varphi) \right\|$$

und für $k = 4, \dots, 6$ durch

$$f_{ki}(M(T, \varphi)) = r - \left\| \left(P_i^{(k)} - C_k(T, \varphi) \right) \times v_2(\varphi) \right\|$$

definiert. Das folgende 3D-Lochbildeinpassungsverfahren wird somit wie folgt formuliert.

$$\min_{T \in \mathbb{R}^3, \varphi \in \mathbb{R}^3, s \in \mathbb{R}} s \quad \text{u. d. N. B. } f_{ki}(T, \varphi) \leq s \quad \forall k = 1, \dots, 6 \quad \text{und } \forall i = 1, \dots, m_k \quad (24)$$

Es gelten folgende Aussagen für die Lösung von (24).

- Ist $s > 0$ liegt Überlappung zwischen der Lehre und den Messpunkten vor. Diese hat den Wert s .
- Ist $s < 0$ liegt Spiel zwischen der Lehrer und den Messpunkten vor. Dieses hat den Wert s .
- Ist $s = 0$ so liegt die Lehre an den Messpunkten an. Es gibt weder Spiel noch Überlappung.

Um im Fall $s > 0$ nachzuvollziehen, bei welchem der Lehrengemetrieelement Überlappung vorliegt, können für jedes einzelne Element der Lehre die Abstände zu den lokal zugeordneten Messpunkten angegeben werden. Diese sind

$$s_k := \max_{i=1, \dots, m_k} f_{ki}(M(T, \varphi))$$

für alle $k = 1, \dots, 6$. Die Ist $s_k > 0$ liegt bei der Bohrung Überlappung der Lehre mit dem Material der erfassten Geometrie vor.

5.3. Verallgemeinerung der Prüfaufgabe für die Montagesimulation

Abschließend wird wie beim Flanschring ein Anwendungsfall diskutiert, der die Messung eines realen Gegenstücks bei der Montage nutzt. Die gewonnenen Geometriedaten werden wiederum als gemessene virtuelle Lehre zur Prüfung der Bohrungen des Würfels verwendet. Abbildung 27 zeigt das Beispiel eines einfachen Gegenstücks zum Lochbildwürfel.

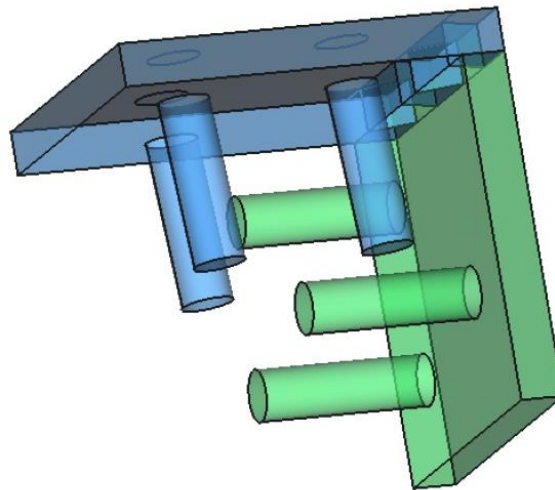


Abbildung 27 Gegenstück für den Würfel.

Das Gegenstück besteht aus zwei einzelnen Komponenten. Die eine ist grün, die andere ist blau gezeichnet. Jede Komponente hat 3 Zapfen als Gegenstücke für die Bohrungen im Würfel. Die Länge jedes Zapfen ist 18,0 mm. Das ist 2,0 mm kürzer als die nominale Tiefe der Bohrungen im Würfel. Ferner beträgt der Zylinderradius wie bei der virtuellen Lehre 2,94 mm. Beide Komponenten können durch eine Verzahnung formschlüssig miteinander montiert werden.

Zum Erstellen der virtuellen Lehre werden ausschließlich die Mantelflächen der 6 Zapfen erfasst. Zu jeder Mantelfläche erfolgt die Zuordnung eines geometrisch idealen umhüllenden Zylinders. Diese Zylinder sollen so berechnet werden, dass sie die kleinstmöglichen Radien haben, bei denen noch alle

Messpunkte eines Zapfens umschlossen sind. Als Mittelpunkte werden die Orthogonalprojektionen der Punktwolkschwerpunkte auf die jeweilige zugeordnete Zylinderachse angenommen.

Die so gemessenen und rechnerisch ausgewerteten Lehrenparameter kann man ebenfalls in einer Matrix wie in (21) speichern. Hierbei hat jeder Zylinder unterschiedliche Richtungsvektoren und Radien. In den weiteren Schritten wird dann die Starteinpassung nach Gauß und schließlich die 3D-Lochbildeinpassung mit den erfassten Bohrungen des Würfels geprüft. Dies ist zweimal durchzuführen. Grund ist die Vertauschbarkeit der Zuordnung von Lehrenelementen und Bohrungen. Die ist anhand der zwei Komponenten des Gegenstücks ersichtlich. Diese können aufgrund einer einfachen Symmetrie der Bohrpositionen untereinander ausgetauscht werden.

Durch die Prüfung ist es möglich, rechnerisch Paare von Würfeln und Gegenstücken zu ermitteln, die trotz unzulässiger Abweichungen nach der normkonformen Prüfaufgabe noch montierbar sind.

Referenzen

- [1] W. Jorden, W. Schütte: *Form- und Lagetoleranzen, Handbuch für Studium und Praxis*; Hanser Verlag; 8. Auflage; 2014
- [2] DIN EN ISO 1101: *Geometrical Product Specification (GPS) – Geometrical tolerancing – Tolerances of form, orientation, location and run-out (ISO 1101:2004)*; German version EN ISO 1101:2005; August 2008.
- [3] ASME Y14.5-2009: *Dimensioning and Tolerancing*; Revision of ASME Y14.5M-1994 (R2004); American Society of Mechanical Engineers; 2009
- [4] D. Hutzschenreuter, F. Härtig, T. Spliedt, U. Lunze: *Generierung von Testdaten zur Auswertung von Geometrieelementen bei Koordinatenmessungen*; Wissenschaftliche Schriften des Institutes für Produktionstechnik; 4. Symposium für Produktionstechnik – innovativ und interdisziplinär, April 2013, Westsächsische Hochschule Zwickau, Seiten 122-124
- [5] EMRP-Forschungsprojekt NEW06 – TraCIM zur eigenständigen Validierung metrologisch anspruchsvoller, rechenintensiver Auswertesoftware (www.tracim.eu)
- [6] DIN EN ISO 2692: *Geometrische-Produkt-Spezifikation; Maximum-Material-Bedingung und Minimum-Material-Bedingung*; deutschsprachige Fassung 2006
- [7] Lunze U.: *Beschreibung und Prüfung der Paarungsgeometrie prismatischer Werkstücke*; Dissertation B; Technische Universität Dresden; 1989
- [8] Lotze W., Lunze U., Koch W.: *Paarungslehre nach dem Taylorschen Grundsatz durch nichtlineare Optimierung*; QZ - Qualität und Zuverlässigkeit; 36(4) 1991, 219-224
- [9] Lotze W., Lunze U.: *Tolerance-fit of geometric elements and sculptured surfaces and profiles*; 16th IMEKO WC Wien 2000, Topic 14
- [10] DIN EN ISO 8015: *Geometrical product specifications (GPS) - Fundamentals - Concepts, principles and rules (ISO 8015:2011)*; German version EN ISO 8015:2011
- [11] DIN EN ISO 14660 Teil 2: *Geometrical Product Specifications (GPS) - Geometric features - Part 2: Extracted median line of a cylinder and a cone, extracted median surface, local size of an extracted feature*; German version EN ISO 14660-2:1999/prA1:2010 (ISO 14660-2:1999/PDAM 1:2010)

- [12] DIN EN ISO 5459: *Geometrical product specifications (GPS) - Geometrical tolerancing - Datums and datum systems (ISO 5459:2011)*; German version EN ISO 5459:2011
- [13] R. Christoph, H. J. Neumann: *Multisensor-Koordinatenmesstechnik*; Die Bibliothek der Technik Band 352; Verlag Moderne Industrie; 2013
- [14] M. Gerlach: *Erfassungsstrategie zur Ermittlung des Paarungsmaßes an zylindrischen Oberflächen für die mechanische Antastung*; Dissertation Technische Universität Chemnitz; 2008
- [15] F. Keller, M. Weissgerber: *Datum Systems in Coordinate Measuring Technique*; The 11th International Scientific Conference "COORDIANTE MEASURING TECHNIQUE" CMT2014, Bielsko-Biala, April 2nd-4th 2014
- [16] C. Geiger, C. Kanzow: *Theorie und Numerik restringierter Optimierungsaufgaben*; Springer; 2002
- [17] ANSI/IEEE Std 754-2008: *IEEE Standard for Binary Floating-Point Arithmetic for microprocessor systems*; 2008
- [18] TraCIM PTB: Web Shop der von der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt Berlin und Braunschweig angebotenen Online Service zur Validierung metrologischer Auswertesoftware – TraCIM; <https://tracim.ptb.de>
- [19] DIN EN ISO 3040: *Geometrical product specifications (GPS) - Dimensioning and tolerancing - Cones (ISO 3040:2009)*; German version EN ISO 3040:2012

Der Leitfaden ist im Rahmen des vom BMWi geförderten MNPQ Forschungsvorhaben „Lochbildeinpassung für Koordinatenmesssysteme mit taktilen und optischen Messsensoren sowie CT-Systeme“ entstanden. Beteiligte waren die Abteilungen 1 (Mechanik und Akustik) und Fachbereich 5.3 (Fertigungsmesstechnik) der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt (PTB) sowie die Firma Werth Messtechnik GmbH (Werth). Freundlicher Dank gilt Herrn Dr. K. Wendt (PTB), Herrn Dr. F. Härtig (PTB), Herrn M. Schmidt (Werth) und Herrn A. Gläser (Werth) für die vielen Beiträge zur Erarbeitung der Themenstellung und des Leitfadens. Weiterhin gilt Herrn Prof. U. Lunze von der Westsächsischen Hochschule in Zwickau besonderer Dank für die Unterstützung bei der Anwendung des ISO Systems zur geometrischen Produktspezifikation und für viele hilfreiche Kommentare zum Leitfaden.



Physikalisch-Technische Bundesanstalt
Bundesallee 100
38116 Braunschweig

Daniel Hutzschenreuter
Abteilung 1 | Mechanik und Akustik

Telefon: 0531 592-1149
E-Mail: Daniel.Hutzschenreuter@ptb.de
www.ptb.de

Stand: 06/2017