



## Dissertation

Leonard Klaus

# Entwicklung eines primären Verfahrens zur Kalibrierung von Drehmomentaufnehmern mit dynamischer Anregung



ISSN 0179-0595  
ISBN 978-3-95606-263-6

# Physikalisch-Technische Bundesanstalt

Mechanik und Akustik

PTB-MA-93

Braunschweig, Mai 2016

Leonard Klaus

## **Entwicklung eines primären Verfahrens zur Kalibrierung von Drehmomentaufnehmern mit dynamischer Anregung**

Von der Fakultät für Maschinenbau der Gottfried Wilhelm Leibniz  
Universität Hannover zur Erlangung des akademischen Grades  
Doktor-Ingenieurin/Doktor-Ingenieur genehmigte Dissertation



# **Entwicklung eines primären Verfahrens zur Kalibrierung von Drehmomentaufnehmern mit dynamischer Anregung**

Von der Fakultät für Maschinenbau  
der Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover  
zur Erlangung des akademischen Grades  
Doktor-Ingenieurin/Doktor-Ingenieur  
genehmigte Dissertation

von  
Dipl.-Ing. (FH) Leonard Klaus

2016

1. Referent: Prof. Dr.-Ing. Eduard Reithmeier
2. Referent: Prof. Dr.-Ing. habil. Jörg Wallaschek

Tag der Promotion: 11. April 2016

## Abstract

### *Development of a Primary Method for the Calibration of Torque Transducers using Dynamic Excitations*

Dynamic torque signals, which are going to be measured by means of appropriate torque transducers, exist in different applications. For a traceable torque measurement, dynamically calibrated transducers are needed. At present, only methods for a static calibration of torque measuring devices exist. Influences from the dynamic signal components are – as well as the corresponding measurement uncertainty contributions – not taken into account in industrial practice so far.

This work describes for the first time a model-based approach for the dynamic torque calibration. The mechanical properties of the transducer, which have influence on the dynamic behaviour, are described by a model and its corresponding model parameters. The model parameters are characteristic properties of the transducer. The model parameters are going to be identified by measurement data. The mechanical properties of the transducer are so important, because of the fact that torque transducers are always coupled to their mechanical environment at both ends. The mechanically coupled components in the drive train can influence the dynamic behaviour of the transducer and vice versa.

The transducer is described by a linear and time invariant model.

To be able to identify the model parameters, the signal conditioning and transmission electronics need to be calibrated dynamically as well. Based on the calibration results, the influences can be corrected.

For all measurements, a measurement uncertainty evaluation was carried out and the uncertainty of the identified model parameters was estimated.

**Keywords:** dynamic torque, model parameter identification, dynamic calibration



## Kurzfassung

Dynamische Drehmomentverläufe, die mit entsprechenden Drehmomentaufnehmern erfasst werden sollen, treten bei verschiedenen Anwendungen auf. Soll das Drehmoment rückführbar gemessen werden, müssen diese Drehmomentaufnehmer dynamisch kalibriert werden. Derzeit existieren allein Verfahren zur statischen Kalibrierung von Drehmomentmesstechnik. Einflüsse durch die dynamischen Signalkomponenten werden – ebenso wie die zugehörigen Messunsicherheitsbeiträge – in der Praxis bisher vernachlässigt.

Diese Arbeit beschreibt erstmals einen modellbasierten Ansatz zur dynamischen Drehmomentkalibrierung. Die mechanischen Eigenschaften des Aufnehmers, die das dynamische Verhalten beeinflussen, werden durch ein Modell und dessen Modellparameter beschrieben. Die Modellparameter sind charakteristische Kenngrößen für den Aufnehmer. Sie werden experimentell bestimmt. Die mechanischen Eigenschaften des Aufnehmers sind deshalb so wichtig, da Drehmomentaufnehmer immer an beiden Enden einspannt sind. Die im Wellenstrang mechanisch gekoppelten Komponenten können das dynamische Verhalten des Aufnehmers beeinflussen und umgekehrt.

Der Drehmomentaufnehmer wird durch ein lineares, zeitinvariantes Modell beschrieben.

Um die Modelleigenschaften bestimmen zu können, muss die Signalaufbereitungs- und Übertragungselektronik ebenfalls dynamisch kalibriert sein. So können diese Einflüsse kompensiert werden.

Für alle Messungen werden Messunsicherheitsbetrachtungen angestellt und die Unsicherheit der bestimmten Modellparameter des Drehmomentaufnehmers abgeschätzt.

**Schlagerworte:** Dynamisches Drehmoment, Modellparameteridentifikation, dynamische Kalibrierung



## Vorwort

Diese Arbeit entstand im Rahmen meiner Tätigkeit als Doktorand an der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt (PTB) in der Arbeitsgruppe 1.73 *Stoßdynamik*. Das Arbeitsumfeld hier in der PTB, mit der Gewissheit für jede Fragestellung im Bereich messtechnischer Herausforderungen einen kompetenten und für eine Zusammenarbeit offenen Kollegen finden zu können, erleichterte die Arbeit ungemein.

Ich möchte Prof. Dr.-Ing. Eduard Reithmeier herzlich für die Betreuung meiner Arbeit am Institut für Mess- und Regelungstechnik an der Leibniz Universität Hannover danken. Die Möglichkeit, in regelmäßigen Abständen meine Arbeitsfortschritte im Rahmen der Wissenschaftstage im Institut vorzustellen und zu diskutieren, waren für die kontinuierliche und zielgerichtete Arbeit sehr hilfreich. Prof. Dr.-Ing. habil. Jörg Wallaschek danke ich für die Übernahme des Zweitgutachtens. Bei Prof. Dr.-Ing. Annika Raatz bedanke ich mich für die Übernahme des Vorsitzes der Prüfungskommission.

Des Weiteren möchte ich allen Kollegen der Arbeitsgruppen *Stoßdynamik* und *Darstellung Beschleunigung* für die immer offenen Ohren, die hilfreichen Ratschläge und die Unterstützung danken. Es ist eine Freude, Kollegen wie Euch zu haben! Meinem ehemaligen Abteilungsleiter und jetzigem Vizepräsidenten der PTB, Dr.-Ing. Roman Schwartz, danke ich herzlich für das Vertrauen mir diese Tätigkeit zu übertragen und für die stetige Aufmerksamkeit. Mein besonderer Dank gebührt meinem Arbeitsgruppenleiter Dr. Thomas Bruns, der mir die Gelegenheit gegeben hat, diese Arbeit in diesem freundlichen Umfeld durchführen zu dürfen und der für fachliche Diskussionen stets zur Verfügung stand, und meinem Kollegen Dr.-Ing. Michael Kobusch, der mir viel über Achtsamkeit und Sorgfalt bei Veröffentlichungen und stetes kritisches Hinterfragen der Ergebnisse aufgezeigt hat und diese Arbeit außerdem sorgfältig korrektur gelesen hat.

Außerdem möchte ich mich bei den Kollegen Dr. Barbora Arendacká und Dr. Sascha Eichstädt der Arbeitsgruppe 8.42 *Datenanalyse und Messunsicherheit* für die sehr hilfreichen Rückmeldungen zu Modellierung und Messunsicherheitsanalyse bedanken.

Für die Möglichkeit, Zugang zu Brückennormal, Voltmeter und Ansteuerungssoftware für die elektrischen Kalibriermessungen zu erhalten, ist der freundlichen Zusammenarbeit mit der Arbeitsgruppe 2.12 *Verhältnismessungen, Abtastverfahren*, im speziellen Dr.-Ing. Florian Beug, zu danken. Die Messungen der Torsionssteifigkeit wären ohne die freundliche Unterstützung von Dipl.-Phys. Andreas Brüge nicht möglich gewesen, auch dafür vielen Dank.

Der Firma HBM, im speziellen Dr.-Ing. André Schäfer, bin ich für die freundlichen – und zum Teil sehr kurzfristig realisierten – Leihgaben im Rahmen eines gemeinsamen Projekts im Europäischen Metrologieforschungsprogramm zu Dank verpflichtet.

Besonderer Dank gilt meiner Frau Kristin, sie hat mich stets unterstützt und viel Geduld und Verständnis gezeigt.

# Inhaltsverzeichnis

<b>Abkürzungsverzeichnis</b>	<b>x</b>
<b>Symbolverzeichnis</b>	<b>xi</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1 Motivation und Aufgabenbeschreibung . . . . .	1
1.1.1 Anwendungen mit dynamischen Drehmomentverläufen . . . . .	2
1.1.2 Anforderungen an die Kalibrierung . . . . .	5
1.1.3 Zielstellung . . . . .	5
<b>2 Stand der Technik</b>	<b>7</b>
2.1 Metrologische Infrastruktur und Darstellung der Einheit Drehmoment . .	7
2.1.1 Primäre Darstellung des Drehmoments . . . . .	7
2.1.2 Sekundäre Darstellung des Drehmoments . . . . .	8
2.1.3 Vorschriften für die Drehmomentkalibrierung . . . . .	9
2.2 Aufbau von Drehmomentaufnehmern . . . . .	9
2.2.1 Dehnungsmessstreifen-basierte Drehmomentaufnehmer . . . . .	10
2.2.2 Andere Messprinzipien . . . . .	15
<b>3 Theoretische Grundlagen</b>	<b>16</b>
3.1 Messprinzip zur primären Darstellung des Drehmoments . . . . .	17
3.1.1 Messprinzip: Zweites Newton'sches Gesetz . . . . .	18
3.1.2 Messung der Winkelbeschleunigung . . . . .	18
3.2 Modellbasierte Beschreibung . . . . .	28
3.2.1 Modell des Drehmomentaufnehmers . . . . .	28
3.2.2 Modell der Messeinrichtung . . . . .	30
3.3 Identifikation der Modellparameter des Aufnehmers . . . . .	32
3.3.1 Übertragungsfunktionen . . . . .	33
3.3.2 Simulation des Aufnehmerhaltens . . . . .	37
3.3.3 Modellparameteridentifikation . . . . .	38
3.4 Messprinzipien zur komplementären Bestimmung der Modellparameter . .	44
3.4.1 Torsionssteifigkeit . . . . .	44
3.4.2 Massenträgheitsmoment . . . . .	47
3.4.3 Dämpfung . . . . .	51
3.5 Einflüsse durch Signalkonditionierungs- und Datenerfassungselektronik . .	58
3.5.1 Dynamische Kalibrierung von Brückenverstärkern . . . . .	59
3.5.2 Einflüsse durch die Signalerfassungselektronik . . . . .	61
3.5.3 Kompensation der Einflüsse der Signalkonditionierungselektronik .	61

3.6	Messunsicherheitsbetrachtung . . . . .	62
3.6.1	Modell der Messdatenauswertung . . . . .	62
3.6.2	Typen der Messunsicherheitseinflüsse . . . . .	63
3.6.3	Monte-Carlo-Simulation . . . . .	65
3.6.4	Angabe des Messwertes und der Messunsicherheit . . . . .	65
3.6.5	Wiederholbarkeit der Messung . . . . .	67
3.6.6	Addition von Unsicherheiten . . . . .	67
3.6.7	Korrelationen . . . . .	67
3.6.8	Messunsicherheiten bei dynamischen Messungen . . . . .	68
<b>4</b>	<b>Experimentelle Untersuchungen</b>	<b>69</b>
4.1	Aufbau der dynamischen Drehmoment-Messeinrichtung . . . . .	69
4.1.1	Konstruktiver Aufbau . . . . .	69
4.1.2	Drehmomenterzeugung . . . . .	69
4.1.3	Anregungssignale . . . . .	72
4.2	Komplementäre Bestimmung der Modellparameter der Messeinrichtung . . . . .	75
4.2.1	Messeinrichtung für Torsionssteifigkeit . . . . .	75
4.2.2	Massenträgheitsmoment – physikalisches Pendel . . . . .	81
4.2.3	Massenträgheitsmoment – Torsionspendel . . . . .	86
4.2.4	Dämpfung . . . . .	89
4.3	Dynamische Kalibrierung von Drehmomentaufnehmern . . . . .	95
4.3.1	Inbetriebnahme der Messeinrichtung . . . . .	96
4.3.2	Messdatenerfassung und -verarbeitung . . . . .	96
4.3.3	Auswertung der Zeitreihen . . . . .	98
4.3.4	Durchführung der Messungen . . . . .	100
4.3.5	Einflüsse von Messverstärker und Signalübertragung . . . . .	101
4.3.6	Messergebnisse . . . . .	103
<b>5</b>	<b>Modellparameteridentifikation, Validierung der Ergebnisse, Grenzen des Verfahrens</b>	<b>107</b>
5.1	Parameteridentifikation . . . . .	107
5.2	Unsicherheitsbetrachtung für die Modellparameteridentifikation . . . . .	110
5.3	Validierung der Ergebnisse . . . . .	111
5.3.1	Datenblattangaben . . . . .	111
5.3.2	Ergebnisse aus Messungen . . . . .	112
5.3.3	Validierung der Massenträgheitsbestimmung durch Ankopplung von Zusatzmassekörpern . . . . .	113
5.3.4	Interpretation der Ergebnisse . . . . .	116
5.4	Grenzen des Verfahrens . . . . .	118
5.4.1	Mechanische Eigenschaften . . . . .	118
5.4.2	Elektrische Eigenschaften . . . . .	119
<b>6</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>120</b>
<b>A</b>	<b>Anhang</b>	<b>122</b>
A.1	Herleitung der Übertragungsfunktionen . . . . .	122

A.2	Massenträgheitsmoment der Kupplungen . . . . .	124
A.3	Bestimmung der Torsionssteifigkeit . . . . .	127
A.4	Bestimmung des Massenträgheitsmoments – physikalisches Pendel . . . . .	132
A.5	Bestimmung des Massenträgheitsmoments – Torsionspendel . . . . .	134
A.6	Vier-Quadranten-Arkustangens . . . . .	137
A.7	Bestimmung der Dämpfung . . . . .	137
A.8	Kalibrierung des PXI-Systems . . . . .	142
A.9	Demodulation der Interferometersignale . . . . .	144
A.10	Dynamische Kalibrierung von Brückenverstärkern . . . . .	146
A.11	Messunsicherheiten der einzelnen Messkanäle . . . . .	151
A.12	Anzahl der Monte-Carlo-Simulationsdurchläufe . . . . .	156
<b>B</b>	<b>Veröffentlichungen im Rahmen der Arbeit</b>	<b>159</b>
<b>C</b>	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>161</b>
<b>D</b>	<b>Wissenschaftlicher Werdegang</b>	<b>172</b>

# Abkürzungsverzeichnis

<b>AOM</b>	akustooptischer Modulator
<b>CAD</b>	rechnerunterstütztes Konstruieren, engl. Computer-Aided Design
<b>CCD</b>	Bildsensor zur Erfassung von Helligkeitsinformationen, engl. Charge Coupled Device
<b>DAC</b>	Digital-Analog-Konverter, engl. digital-to-analogue converter
<b>DAQ</b>	Datenerfassungssystem, engl. data acquisition system
<b>DFT</b>	digitale Fourier-Transformation
<b>DIN</b>	Deutsches Institut für Normung
<b>DKD</b>	Deutscher Kalibrierdienst
<b>DMS</b>	Dehnungsmessstreifen
<b>DynBN</b>	Dynamisches Brückennormal
<b>EMRP</b>	Europäisches Metrologieforschungsprogramm, engl. European Metrology Research Programme
<b>FEM</b>	Finite-Elemente-Methode
<b>GUM</b>	Leitfaden zur Angabe der Unsicherheit beim Messen, engl. Guide on the Expression of Uncertainty of Measurements
<b>GUM S1</b>	Supplement 1 des GUM
<b>ISO</b>	International Standardization Organisation
<b>LTI</b>	linear und zeitinvariant, engl. linear and time invariant
<b>MU</b>	Messunsicherheit
<b>NMI</b>	Nationales Metrologieinstitut
<b>NPL</b>	National Physical Laboratory, britisches NMI
<b>OLS</b>	Methode der kleinsten Quadrate, engl. Ordinary Least Squares
<b>PTB</b>	Physikalisch-Technische Bundesanstalt
<b>PXI</b>	PCI eXtension for Instrumentation
<b>SI</b>	Internationales Einheitensystem, frz. Système international d'unités
<b>SSE</b>	Summe der quadrierten Abweichungen, engl. sum of squared errors
<b>TDMS</b>	proprietäres, binäres Datenformat der Fa. National Instruments, engl. technical data management streaming
<b>TLS</b>	orthogonale Regression nach der Methode der kleinsten Quadrate, engl. Total Least Squares
<b>USB</b>	Universal Serial Bus
<b>VIM</b>	Internationales Wörterbuch der Metrologie, frz. Vocabulaire international de métrologie
<b>WLS</b>	gewichtete Regression nach der Methode der kleinsten Quadrate, engl. weighted least squares

# Symbolverzeichnis

Symbol	Beschreibung	Einheit
$a$	Beschleunigung	$\text{m/s}^2$
$a$	Apertur eines Objektivs	m
$c$	Torsionssteifigkeit	$\text{N}\cdot\text{m}/\text{rad}$
$c_E$	Modellparameter der Torsionssteifigkeit der unteren Kupplung	$\text{N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}/\text{rad}$
$c_M$	Modellparameter der Torsionssteifigkeit der oberen Kupplung	$\text{N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}/\text{rad}$
$c_T$	Modellparameter der Torsionssteifigkeit des zu kalibrierenden Drehmomentaufnehmers	$\text{N}\cdot\text{m}/\text{rad}$
$d$	Dämpfungskonstante	$\text{N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}/\text{rad}$
$d$	Durchmesser	m
$d$	Abstand der zwei Laserstrahlen eines Rotationsvibrometers	m
$d_E$	Modellparameter der Dämpfung der unteren Kupplung	$\text{N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}/\text{rad}$
$d_M$	Modellparameter der Dämpfung der oberen Kupplung	$\text{N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}/\text{rad}$
$d_T$	Modellparameter der Dämpfung des zu kalibrierenden Drehmomentaufnehmers	$\text{N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}/\text{rad}$
$f$	Frequenz	Hz
$f_1$	Frequenz des vom Laser ausgesendeten Lichts	Hz
$f_{\text{AOM}}$	Frequenzverschiebung durch einen akustooptischen Modulator	Hz
$f_D$	Dopplerfrequenzverschiebung	Hz
$f_{\text{Mod}}$	Frequenz des Laserlichts nach der Modulation	Hz
$f'_{\text{Autocoll}}$	Brennweite des Objektivs eines Autokollimators	m
$f_{\text{ist}}$	Bestimmter Wert der Frequenz	Hz
$f_{\text{soll}}$	Sollwert für die Frequenz	Hz
$f_{\text{SR}}$	Aufzeichnungsrate	$\text{s}^{-1}$
$g$	Gitterkonstante / Strukturbreite einer Gitterstruktur	mm
$g_{\text{loc}}$	Lokale Erdbeschleunigung	$\text{m/s}^2$
$i$	Komplexe Zahl, $i = \sqrt{-1}$	
$i$	Index	
$k$	Beugungsordnung	
$k$	Erweiterungsfaktor für die erweiterte Messunsicherheit	1
$l$	Abstand des Schwerpunktes $s$ eines Pendels zur Rotationsachse	m

Symbol	Beschreibung	Einheit
$l$	Abstand von Objektiv und Messspiegel eines Autokollimators	m
$l$	Hebellänge	m
$\ell$	Maximum-Likelihood-Funktion	
$l$	Verschiebung des Masseschwerpunkts zur Rotationsachse	m
$m_0 \cdot l_0 \cdot g_{\text{loc}}$	Rückstellmoment des physikalischen Pendels	N·m
$m$	Masse	kg
$m_i \cdot l_i \cdot g_{\text{loc}}$	Rückstellmoment der Massekörper in der Konfiguration $i$	N·m
$n$	Drehzahl	min <sup>-1</sup>
$n$	Endwert	
$n$	Anzahl Messwerte	
$p_{\text{Speisung}}$	Druck der Druckluftversorgung	MPa
$p$	Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion	
$r$	Radius	m
$r_A$	Wellenradius am Messpunkt des Interferometers A	m
$r$	Abstand eines Massepunktes von der Rotationsachse	m
$r_B$	Wellenradius am Messpunkt des Interferometers B	m
$l$	Radius	m
$\vec{r}$	Ortsvektor	m
$s$	Weg	m
$s$	Schwerpunkt eines Pendels	m
$s_A$	Wegverschiebungskomponenten in Strahlrichtung des Interferometers A	m
$s_B$	Wegverschiebungskomponenten in Strahlrichtung des Interferometers B	m
$s_{\text{rel}}$	Relative Stichprobenstandardabweichung	
$s$	Stichprobenstandardabweichung	
$s_{\text{TA}}$	Tangentialverschiebung am Messpunkt des Interferometers A	m
$s_{\text{TB}}$	Tangentialverschiebung am Messpunkt des Interferometers B	m
$t$	Zeit	s
$u_{\text{rel}}$	Relative Standardmessunsicherheit	
$u$	Standardmessunsicherheit	
$v$	Geschwindigkeit	m/s
$v_A$	Geschwindigkeitskomponenten in Strahlrichtung des Interferometers A	m /s
$v_B$	Geschwindigkeitskomponenten in Strahlrichtung des Interferometers B	m /s
$v_T$	Tangentialgeschwindigkeit	m /s
$v_{\text{TA}}$	Tangentialgeschwindigkeit am Messpunkts des Interferometers A	m /s

Symbol	Beschreibung	Einheit
$v_{TB}$	Tangentialgeschwindigkeit am Messpunkts des Interferometers B	m /s
$\boldsymbol{w}$	Gewichtungsvektor	
$\boldsymbol{x}_1$	Zuordnungsvektor	
$\boldsymbol{x}_2$	Zuordnungsvektor	
$\boldsymbol{x}_3$	Zuordnungsvektor	
$\boldsymbol{x}_4$	Zuordnungsvektor	
$x_{\text{env},i}$	$i$ -ter Wert der gemessenen Umhüllenden	
$\hat{x}_{\text{env},i}$	$i$ -ter Wert der approximierten Umhüllenden	
$\boldsymbol{x}_\omega$	Frequenzvektor	$\text{s}^{-1}$
$\boldsymbol{x}_t$	Zeitvektor	s
$y_{\text{eff}}$	Effektivwert	
$\hat{y}_0$	Startamplitude	
$\hat{y}$	Amplitude eines sinusförmigen Signals	
$\hat{y}$	Scheitелwert eines periodischen Signals	
$y_I$	In-Phase-Signal zur Demodulation des Interferometersignals	
$y_i(t)$	Zeitabhängige Messdaten für eine Konfiguration $i$	
$y_{IF}$	Aufgezeichnetes IF-Spannungssignal des Interferometers	
$y_{IF-I}$	Gemischtes In-Phase- und Interferometersignal	
$y_{IF-Q}$	Gemischtes Quadratur- und Interferometersignal	
$\tilde{y}$	Imaginärteil eines komplexen Signals $y$	
$\underline{y}$	Komplexes analytisches Signal $y$	
$\boldsymbol{y}$	Messwertvektor	
$\bar{y}$	Arithmetischer Mittelwert von $y$	
$y_Q$	Quadratur-Signal zur Demodulation des Interferometersignals	
$A$	Amplitude	
$A_{\text{gemessen}}$	Gemessene Amplitude	rad
$A_{\text{kal}}$	Amplitude des Kalibrierergebnisses	
$A_{\text{korr}}$	Um das Kalibrierergebnis korrigierte Amplitude	
$A$	Einhüllende	
$B$	Bias	
$C$	Scheitelfaktor	1
$\boldsymbol{C}$	Steifigkeitsmatrix	N·m/rad
$D$	Dämpfungsgrad	1
$\boldsymbol{D}$	Dämpfungsmatrix	N·m·s/rad
$D$	Verhältnis	
$E$	Erwartungswert	
$E$	Elektromagnetische Welle	
$F$	Kraft	N
$\vec{F}$	Vektorielle Kraft	N
$G$	Modellfunktion eines Systems	



Symbol	Beschreibung	Einheit
$G$	Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktion	
$H$	Übertragungsfunktion eines Systems	
$H_{\text{gemessen}}$	Gemessene Übertragungsfunktion	V/(rad/s <sup>2</sup> )
$H_{\text{kal}}$	Übertragungsfunktion des Kalibrierergebnisses	V/(rad/s <sup>2</sup> )
$H_{\text{korr}}$	Korrigierte Übertragungsfunktion	V/(rad/s <sup>2</sup> )
$H_{\text{oben}}$	Übertragungsfunktion des Oberteils der Messeinrichtung	V/(rad/s <sup>2</sup> )
$H_{\text{unten}}$	Übertragungsfunktion des Unterteils der Messeinrichtung	V/(rad/s <sup>2</sup> )
$\mathcal{H}[y(t)]$	Hilbert-Transformierte eines Signals $y(t)$	
$I$	Intensität überlagerter elektromagnetischer Wellen	W/m <sup>2</sup>
$J$	Massenträgheitsmoment	kg·m <sup>2</sup>
$J_0$	Massenträgheitsmoment eines Pendels	kg·m <sup>2</sup>
$J_i$	Massenträgheitsmoment der Massekörper in der Konfiguration $i$	kg·m <sup>2</sup>
$J_{\text{Kopfteil}}$	Massenträgheitsmoment des Kopfteils	kg·mm <sup>2</sup>
$J_{\text{Kupplung 1}}$	Massenträgheitsmoment der Kupplung 1	kg·mm <sup>2</sup>
$J_{\text{Kupplung 2}}$	Massenträgheitsmoment der Kupplung 2	kg·mm <sup>2</sup>
$\mathbf{J}$	Massenträgheitsmomentsmatrix	kg·m <sup>2</sup>
$J_{\text{Zyl}}$	Massenträgheitsmoment eines Zylinders	kg·m <sup>2</sup>
$J_{\text{B}}$	Modellparameter des Massenträgheitsmoments des Fußteils des zu kalibrierenden Drehmomentaufnehmers	kg·m <sup>2</sup>
$J_{\text{E1}}$	Modellparameter des Massenträgheitsmoments des Fußteils der Messeinrichtung	kg·m <sup>2</sup>
$J_{\text{E2}}$	Modellparameter des Massenträgheitsmoments des starr unterhalb des Aufnehmers angekoppelten Kupplungsteils der Messeinrichtung	kg·m <sup>2</sup>
$J_{\text{H}}$	Modellparameter des Massenträgheitsmoments des Kopfteils des zu kalibrierenden Drehmomentaufnehmers	kg·m <sup>2</sup>
$J_{\text{M1}}$	Modellparameter des Massenträgheitsmoments des starr oberhalb des Aufnehmers angekoppelten Kupplungsteils der Messeinrichtung	kg·m <sup>2</sup>
$J_{\text{M2}}$	Modellparameter des Massenträgheitsmoments des Kopfteils der Messeinrichtung	kg·m <sup>2</sup>
$K_{\text{b}}$	Zusammenfassung der bekannten Modellparameter des Fußteils der Messeinrichtung	1
$\mathbf{K}$	Kostenfunktion	
$K_{\text{t}}$	Zusammenfassung der bekannten Modellparameter des Kopfteils der Messeinrichtung	1
$L_{\text{C}}$	Lastkoeffizient	1
$M$	Drehmoment	N·m
$\mathbf{M}$	Drehmomentmatrix der erzwungenen Schwingungen	N·m
$N_{\text{Umfang}}$	Anzahl der Gitterlinien auf dem Umfang eines Radialgitters	1
$P$	Leistung	W

Symbol	Beschreibung	Einheit
$P$	Wahrscheinlichkeit	
$R$	Elektrischer Widerstand	$\Omega$
SSE	Summe der quadrierten Abweichungen	
SSE <sub>Hilbert</sub>	Summe der quadrierten Abweichungen des Hilbert-Fits	
SSE <sub>Sinus</sub>	Summe der quadrierten Abweichungen des Sinus-Fits	
$U$	Elektrische Spannung	V
$U_0$	Brückenspeisespannung	V
$U_{\text{DUT}}$	Ausgangsspannung des zu kalibrierenden Drehmomentaufnehmers	V
$U_{\text{Ausg}}$	Ausgangsspannungssignal des Brückenverstärkers	V
$U_{\dot{\varphi}_E}$	Spannungssignal der Winkelbeschleunigung am Fußpunkt	V
$U$	Erweiterte Messunsicherheit	
$U_{\text{Br}}$	Brückenausgangsspannung	mV
Var	Varianz	
$\mathbf{X}_M$	Gemessene Eingangsgröße eines Systems	
$\mathbf{X}$	Eingangsgröße eines Systems	
$X$	Eingangsgröße eines Modells zur Abschätzung der Messunsicherheitseinflüsse	
$\mathbf{Y}_M$	Gemessene Ausgangsgröße eines Systems	
$\mathbf{Y}$	Ausgangsgröße eines Systems	
$Y$	Ausgang eines Modells zur Abschätzung der Messunsicherheitseinflüsse	
$\alpha$	Torsionswinkel	rad
$\alpha$	Messwinkel eines Autokollimators	rad
$\alpha_{\text{DUT}}$	Torsionswinkel über dem Messobjekt (DUT)	rad
$\dot{\alpha}$	Torsionswinkelgeschwindigkeit	rad/s
$\dot{\alpha}_{\text{DUT}}$	Torsionswinkelgeschwindigkeit über dem Messobjekt (DUT)	rad/s
$\alpha$	Winkel des Laserstrahls von Interferometer A zur Oberfläche	rad
$\beta$	Winkel des Laserstrahls von Interferometer B zur Oberfläche	rad
$\delta$	Abklingkonstante	$\text{s}^{-1}$
$\bar{\delta}_{\text{soll}}$	Mittlerer Sollwert der Dämpfungskonstante	$\text{s}^{-1}$
$\delta_{\text{ist}}$	Bestimmter Wert der Abklingkonstante	$\text{s}^{-1}$
$\delta_{\text{soll}}$	Sollwert für die Abklingkonstante	$\text{s}^{-1}$
$\delta_{\text{tol}}$	Toleranzparameter zur Bewertung der Verlässlichkeit einer Monte-Carlo-Simulation	
$\varepsilon$	Dehnung	$\mu\text{m}/\text{m}$
$\epsilon_X$	Stochastische Streuungen durch Messunsicherheiten der Eingangsgröße eines Systems	
$\epsilon_Y$	Stochastische Streuungen durch Messunsicherheiten der Ausgangsgröße eines Systems	

Symbol	Beschreibung	Einheit
$\theta$	Beugungswinkel an einem Gitter	°
$\hat{\theta}$	Geschätzter Parameter eines Systems	
$\theta$	Parameter eines Systems	
$\boldsymbol{\theta}_1$	Parametervektor der bekannten Parameter der Messeinrichtung	
$\vartheta$	Winkelauslenkung eines Pendels	rad
$\vartheta_s$	Spitzenwinkelauslenkung eines Pendels	rad
$\boldsymbol{\theta}_2$	Parametervektor der unbekannt Parameter des Messobjekts	
$\ddot{\vartheta}$	Winkelbeschleunigung der Auslenkung eines Pendels	rad/s <sup>2</sup>
$\lambda$	Wellenlänge monochromatischen Lichts	nm
$\pi$	Kreiszahl $\pi = 3,14159\dots$	
$\rho$	Proportionalitätsfaktor der Ausgangsspannung des Aufnehmers $U_{\text{DUT}}$ zur Torsion $\Delta\varphi$	V/rad
$\rho_{\text{Luft}}$	Luftdichte	kg/m <sup>3</sup>
$\rho_{\text{Masse}}$	Dichte der Massekörper	kg/m <sup>3</sup>
$\sigma$	Standardabweichung	
$\tau$	Taupunkttemperatur	°C
$\tau_0$	Schwingdauer eines ungedämpften linearen Pendels	s
$\tau_{\vartheta_s}$	Schwingdauer eines ungedämpften nichtlinearen Pendels	s
$\tau$	Schwingdauer des Torsionspendels	s
$\varphi$	Winkelposition	rad
$\varphi_1$	Startwinkel	rad
$\varphi_2$	Startwinkel	rad
$\varphi_A$	Phasenwinkel des Interferometers A	rad
$\varphi_{\text{gemessen}}$	Gemessener Phasenwinkel	rad
$\varphi_{\text{kal}}$	Phasenwinkel des Kalibrierergebnisses	rad
$\varphi_B$	Phasenwinkel des Interferometers B	rad
$\varphi_B$	Modellparameter der Winkelposition am unteren Ende des Aufnehmers	rad
$\varphi_B$	Biaswinkel	rad
$\varphi_E$	Modellparameter der Winkelposition am Fußpunkt der Messeinrichtung	rad
$\varphi_H$	Modellparameter der Winkelposition am oberen Ende des Aufnehmers	rad
$\hat{\varphi}$	Winkelamplitude einer sinusförmigen Schwingung	rad
$\varphi_{\text{korr}}$	Um das Kalibrierergebnis korrigierter Phasenwinkel	
$\varphi_T$	Modellparameter der Winkelposition am Kopfteil der Messeinrichtung	rad
$\boldsymbol{\varphi}$	Winkelmatrix	rad
$\varphi$	Phasenlage einer harmonischen Schwingung	rad
$\varphi_{\text{Ref}}$	Referenzphase	rad
$\dot{\varphi}$	Winkelgeschwindigkeit	rad/s

Symbol	Beschreibung	Einheit
$\dot{\varphi}_B$	Modellparameter der Winkelgeschwindigkeit am unteren Ende des Aufnehmers	rad /s
$\dot{\varphi}_E$	Modellparameter der Winkelgeschwindigkeit am Fußpunkt der Messeinrichtung	rad /s
$\dot{\varphi}_H$	Modellparameter der Winkelgeschwindigkeit am oberen Ende des Aufnehmers	rad /s
$\dot{\varphi}_T$	Modellparameter der Winkelgeschwindigkeit am Kopfteil der Messeinrichtung	rad /s
$\dot{\varphi}$	Winkelgeschwindigkeitsmatrix	rad/s
$\ddot{\varphi}$	Winkelbeschleunigung	rad/s <sup>2</sup>
$\ddot{\varphi}_B$	Modellparameter der Winkelbeschleunigung am unteren Ende des Aufnehmers	rad /s <sup>2</sup>
$\ddot{\varphi}_E$	Modellparameter der Winkelbeschleunigung am Fußpunkt der Messeinrichtung	rad /s <sup>2</sup>
$\ddot{\varphi}_H$	Modellparameter der Winkelbeschleunigung am oberen Ende des Aufnehmers	rad /s <sup>2</sup>
$\ddot{\varphi}_T$	Modellparameter der Winkelbeschleunigung am Kopfteil der Messeinrichtung	rad /s <sup>2</sup>
$\ddot{\varphi}$	Winkelbeschleunigungsmatrix	rad/s <sup>2</sup>
$\varphi_B$	Biaswinkel	rad
$\omega_0$	Resonanzkreisfrequenz eines ungedämpften Systems	s <sup>-1</sup>
$\omega_d$	Resonanzkreisfrequenz eines gedämpften Systems	s <sup>-1</sup>
$\omega$	Kreisfrequenz, $\omega = 2\pi \cdot f$	s <sup>-1</sup>
$\omega$	Winkelgeschwindigkeit	rad/s
$\Delta\varphi_{HB}$	Winkeldifferenz über dem Aufnehmer	rad
$\overline{\Delta\delta}_{fit}$	Mittlere Abweichung der gefitteten Dämpfungskonstante	s <sup>-1</sup>
$\overline{\Delta\delta}_{rel}$	Mittlere relative Abweichung der Dämpfungskonstante	
$\overline{\Delta f}_{fit}$	Mittlere Abweichung der gefitteten Frequenz	Hz
$\overline{\Delta f}_{rel}$	Mittlere relative Abweichung der Frequenz	
$\Delta J$	Abweichung des Massenträgheitsmoments	kg·mm <sup>2</sup>
$\Delta J_{rel}$	Relative Abweichung des Massenträgheitsmoments	
$\Delta\varphi$	Verdrehwinkel	rad
$\Lambda$	Logarithmisches Dekrement	1
$\Phi$	Drehwinkel einer Welle	rad

# 1 Einleitung

Thema dieser Arbeit ist die Entwicklung eines direkt auf andere physikalische Messgrößen zurückgeführten Kalibrierverfahrens zur Bestimmung der dynamischen Eigenschaften von Drehmomentaufnehmern. In den letzten Jahren entwickelte sich ein wachsender Bedarf in der Industrie nach einer solchen dynamischen Charakterisierung von Drehmomentaufnehmern.

## 1.1 Motivation und Aufgabenbeschreibung

Dynamische Drehmomentverläufe treten bei diversen Anwendungen in der Automobilindustrie und in industriellen Fertigungslinien auf. Derzeit gibt es keine Möglichkeit, diese mit Drehmomentaufnehmern zu messen, die auch dynamisch kalibriert wurden. Der Stand der Technik sind rein statische Kalibrierungen, die über einen weiten Drehmomentbereich (von Millinewtonmetern bis Meganewtonmetern) und mit sehr kleinen Messunsicherheiten hinab zu  $2 \cdot 10^{-5}$  (relativ) realisiert werden können. Das dynamische Verhalten von Aufnehmern kann jedoch von der statisch ermittelten Empfindlichkeit abweichen. Aus der Forschung an Kraftaufnehmern, die von ihrem mechanischen Aufbau, dem Messprinzip und der Einbausituation mit Drehmomentaufnehmern verwandt sind, ist bekannt, dass solche Abweichungen existieren können [KL90].

Die Problematik fehlender Rückführbarkeit von Aufnehmern für dynamische Messungen auf nationale Normale (ausführlichere Informationen zur metrologischen Infrastruktur siehe Abschnitt 2.1) umfasst nicht nur die Drehmomentmessung. Auch weitere mechanische Größen wie Kraft und Druck werden bisher nur statisch rückgeführt, obwohl viele Anwendungen mit dynamischen Verläufen existieren. Im Rahmen des Europäischen Metroloieforschungsprogrammes EMRP (European Metrology Research Programme) [Eur08] wurde im gemeinsamen Forschungsprojekt *Traceable Dynamic Measurement of Mechanical Quantities* die dynamische Messung mechanischer Größen erforscht [EMR]. Ziel der gemeinsamen Forschungsarbeiten von neun europäischen nationalen Metrologieinstituten (NMIs) unter Leitung der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt (PTB) war das Entwickeln von Methoden für die dynamische Rückführung von Aufnehmern für die Messgrößen Kraft, Druck und Drehmoment. Neben der Betrachtung der mechanischen Messkette nimmt die elektrische Messwertaufbereitung (Messverstärker und Signalaufbereitung) eine immer wichtigere Rolle ein. Gemeinsam nutzbare mathematische Verfahren sollen die Weitergabe der Einheiten ermöglichen und Synergien durch ähnliche Messprinzipien und Signalverarbeitung nutzen [Bar+13]. Vor diesem Hintergrund behandelte das Arbeitspaket *WP3 – Torque* des genannten EMRP-Projektes die Forschung zur Messgröße Drehmoment.

### 1.1.1 Anwendungen mit dynamischen Drehmomentverläufen

Unter dynamischen Drehmomentsignalen werden in dieser Arbeit zeitliche Änderungen des gemessenen Drehmoments verstanden, deren Amplitude und Frequenzinhalt zu Einflüssen durch die Resonanzfrequenz des Aufnehmers oder der Beschleunigung angekoppelter Massekörper führen kann. Eine rein statische Drehmomentmessung bei Rotation des Aufnehmers bzw. der Messwelle mit konstanter Winkelgeschwindigkeit zählt nach dieser Definition nicht zu einer dynamischen Drehmomentmessung, auch nicht eine allgemeine, unter Umständen langsame zeitliche Änderung, wie sie von anderen Autoren [Wos64] der dynamischen Messung zugeordnet wird. Die im Folgenden dargestellten Anwendungsfälle weisen dynamische Drehmomente nach der oben genannten Definition auf.

#### 1.1.1.1 Impulsschrauber

Impulsschrauber sind Schraubwerkzeuge für industrielle Anwendungen, die ein schnelles Verschrauben mit einem definierten Anziehdrehmoment ermöglichen. Verschiedene Bauweisen decken einen weiten Drehmomentbereich von einigen Newtonmeter bis zu knapp einem Kilonewtonmeter ab [Ury05]. Die Energie zum Anziehen der Schraubverbindung wird durch Vorspannen eines Hydraulikfluids in einer Kammer erzeugt, das bei Entlastung einen Drehmomentpuls abgibt [Bar96, S. 313 ff.]. Das Drehmoment unterliegt bei der Abgabe eines solchen Impulses dynamischen Änderungen, wie in Abbildung 1.1 erkennbar ist, denn die Gesamtdauer eines Pulses liegt im Bereich einiger Millisekunden. Durch die Trägheit des Werkzeugs wirkt das auf die Schraubverbindung aufgebrachte impulsförmige Drehmoment kaum auf den Bediener ein, was vorteilhaft für den Einsatz dieser Schraubwerkzeuge ist. Zusätzlich zur guten Ergonomie lässt sich eine sehr gute Reproduzierbarkeit bei geringem mechanischen Verschleiß realisieren. Durch die kurze Pulsdauer haben die Drehmomentpulse Frequenzanteile im Kilohertzbereich.

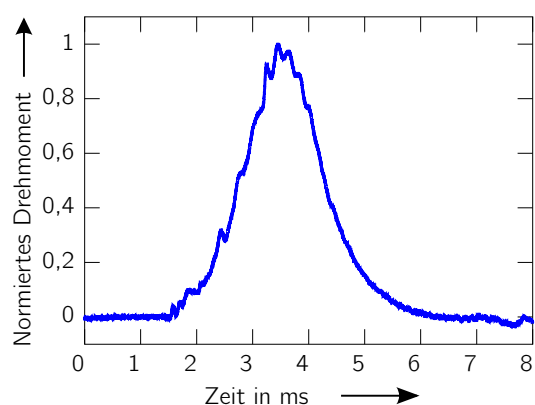


Abbildung 1.1: Impulsschrauber des Herstellers Uryu mit pneumatischem bzw. elektrischem Antrieb (links), Drehmomentverlauf eines Anziehvorgangs (rechts).

## 1.1 Motivation und Aufgabenbeschreibung

Derzeit gibt es keine Möglichkeit einer dynamischen Kalibrierung solcher Schraubwerkzeuge. Für sicherheitsrelevante Verbindungen bleibt die messtechnisch unbefriedigende Lösung der Messung mittels eines statisch kalibrierten Drehmomentaufnehmers [Deu03a] oder das händische Anziehen von mit Schraubwerkzeugen vorgespannten Schraubverbindungen bis zum gewünschten Drehmoment mittels kalibrierter Drehmomentschlüssel. Um das Verhalten von Impulsschraubern hinsichtlich der Wiederholbarkeit und Langzeitstabilität untersuchen zu können, wurde eine VDI-Richtlinie [Maj10] entwickelt, die die abgegebene Leistung des Schraubers durch Schraubkraftmessung in Schraubsimulatoren bestimmt. Diese Lösung umgeht die dynamische Drehmomentmessung, erlaubt aus den durchgeführten Messungen aber keine direkten Rückschlüsse auf andere Schraubverbindungen als den für die Messung eingesetzten Schraubsimulatoren.

### 1.1.1.2 Motorenprüfstände

In Motorenprüfständen werden Verbrennungsmotoren und elektrische Maschinen untersucht oder optimiert. Ein solcher Prüfstand für Verbrennungsmotoren ist in Abbildung 1.2 abgebildet, ein Prüfstand für Elektromaschinen in Abbildung 1.3. Die mechanische Leistung eines Prüflings  $P$  wird auf Basis von Drehzahl  $n$  und Drehmoment  $M$  vor einer Bremse gemessen und ergibt sich nach

$$P = n \cdot M \quad . \quad (1.1)$$



Abbildung 1.2: Verbrennungsmotorenprüfstand [Bay07].

Verbrennungsmotoren – aber auch elektrische Maschinen – geben im Betrieb nicht nur ein statisches Drehmoment ab, vielmehr kann das Drehmoment auch starken dynamischen Schwankungen unterworfen sein. Bei Verbrennungsmotoren sind diese im Wesentlichen auf die Arbeitszyklen im Motor, die ungleichförmig erfolgen, zurückzuführen. Bei elektrischen Maschinen können Umrichter und Versorgungsnetz für dynamische Drehmomentanteile verantwortlich sein.

Für die Forschung und Entwicklung an Verbrennungsmotoren und an Elektroantrieben ist es von großer Wichtigkeit, die momentan wirkende Leistung korrekt zu messen. Vor

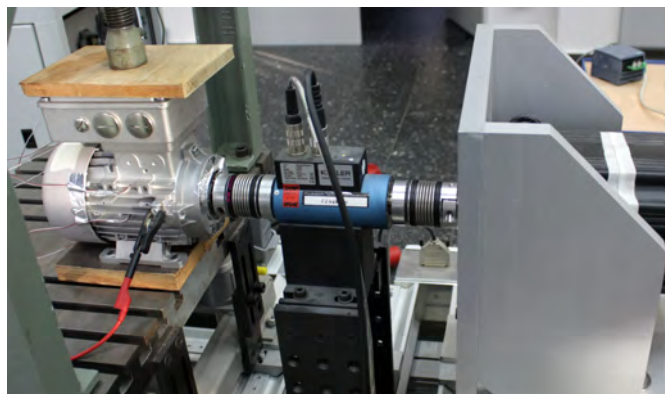


Abbildung 1.3: Elektromotorenprüfstand mit Prüfling (links) und Bremsmotor (rechts).

allem in Hinblick auf die heutigen Vorgaben zur Reduktion der Abgasemissionen und für die Verbesserung der Wirkungsgrade ist eine korrekte Bestimmung der mechanischen Abgabeleistung unerlässlich [LDL10].

Die Anforderungen an Drehmomentaufnehmer im Hinblick auf deren dynamische Eigenschaften für den Einsatz in Motorenprüfständen sind hoch. Bereits bei Verbrennungsmotoren für PKW können dynamische Drehmomentkomponenten im Frequenzbereich von einem Kilohertz auftreten [AW06] und die anteiligen dynamischen Drehmomentkomponenten können 50 % des statischen Drehmoments erreichen. Bei im Motorsport eingesetzten Motoren können dynamische Drehmomentanteile von 100 % und mehr, bezogen auf das statische Drehmoment, auftreten. Auch der angeregte Frequenzbereich kann durch höhere Zylinderzahl und höhere Drehzahl weit höher werden. Die Drehmomentmessbereiche liegen hier im Bereich einiger Kilonewtonmeter. Typische Drehmomentverläufe sind in Abbildung 1.4 dargestellt.

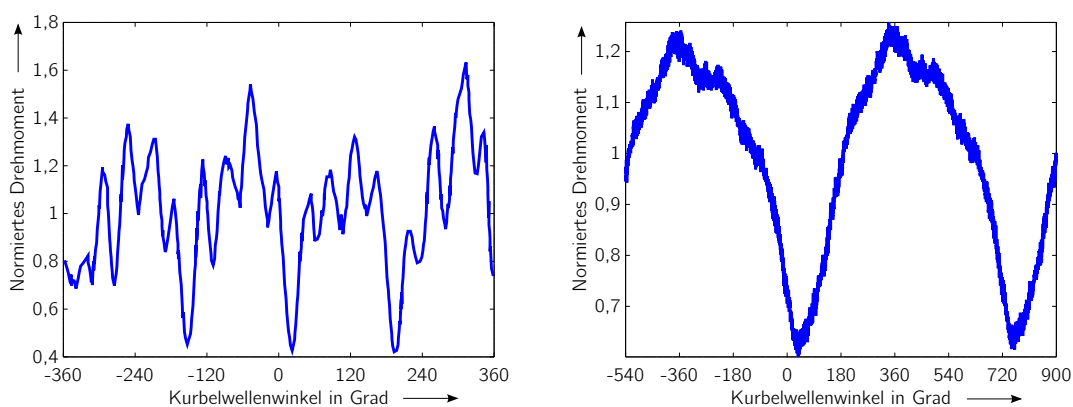


Abbildung 1.4: Drehmomentsignal eines Dieselmotors über einen kompletten Arbeitszyklus von zwei Kurbelwellenumdrehungen bei  $1200 \text{ min}^{-1}$  (links) [AW06], Drehmomentsignals eines Nutzfahrzeug-Einzylerdieselmotors bei  $1200 \text{ min}^{-1}$  über zwei vollständige Arbeitszyklen [Ins14] (rechts).



## 1.1 Motivation und Aufgabenbeschreibung

Bei ähnlich ausgeführten Prüfständen für Antriebsstränge und Getriebe werden in mehr oder weniger ausgeprägter Form auch dynamische Drehmomentverläufe auf dort eingebaute Drehmomentaufnehmer einwirken. Durch eine torsionsweiche Auslegung der Antriebsstrangkomponenten und dem damit einhergehenden mechanischen Tiefpassverhalten sind die dynamischen Anteile in geringerem Maße überlagert. In der Automobilindustrie treten zusätzlich auch in Motorkomponentenprüfständen, wie z.B. Ventil- und Steuertriebprüfständen [Mül00; MP03] oder Reibleistungsprüfständen, dynamische Drehmomentanteile auf. Gleiches gilt allgemein im Maschinenbau für Kompressoren- oder Pumpenprüfstände [LW14; FH09], deren Funktionsprinzip Kolbenverbrennungsmaschinen ähnelt.

Bei elektrischen Antrieben sind die dynamischen Anteile zwar kleiner als bei Verbrennungsmotoren, können aber deutlich im zweistelligen Prozentbereich liegen und Frequenzanteile von mehreren einhundert Hertz aufweisen. Der Drehmomentverlauf einer Synchronmaschine ist in Abbildung 1.5 dargestellt.

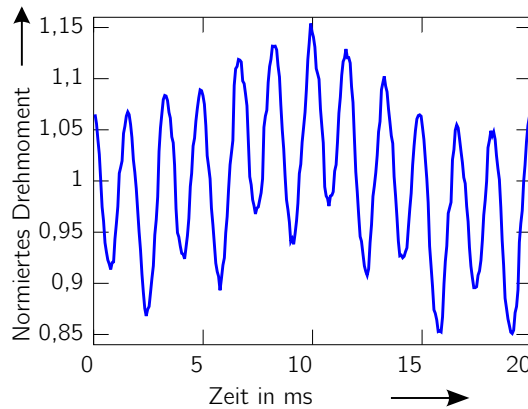


Abbildung 1.5: Drehmomentsignal einer Synchronmaschine mit überlagertem dynamischen Anteil (rechts).

### 1.1.2 Anforderungen an die Kalibrierung

Das Ziel der dynamischen Kalibrierung von Drehmomentaufnehmern ist es, die Eigenschaften des Aufnehmers dynamisch zu charakterisieren und diese an den Kunden weiterzugeben. Dies sollte in einer Weise erfolgen, die es dem Kunden ermöglicht, das dynamische Verhalten in seiner Einbausituation bestimmen zu können. Die Untersuchung des Aufnehmers sollte eine Betrachtung des Frequenzganges in Frequenz und Phase umfassen.

### 1.1.3 Zielstellung

Zielstellung dieser Arbeit ist die Entwicklung von Verfahren, mit dem die dynamischen Eigenschaften von Drehmomentaufnehmern messtechnisch bestimmt und in geeigneter

Form, einschließlich der Messunsicherheiten, dargestellt werden können. Die Messgröße *Drehmoment* soll hierbei primär dargestellt werden, das heißt, die Messgröße soll auf andere Messgrößen zurückgeführt werden [Bri12]. Da bisher keine Verfahren für eine dynamische Darstellung des Drehmoments existieren, ist ein anderes Vorgehen über sekundäre Vergleichsverfahren auch nicht möglich.

## 2 Stand der Technik

Das Drehmoment ist definiert als das Kreuzprodukt von einem Ortsvektor  $\vec{r}$  und einer vektoriellen Kraft  $\vec{F}$

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} \quad (2.1)$$

[Bur06] und stellt somit eine abgeleitete Größe im *internationalen Einheitensystem / Système international d'unités* (SI) dar. Die Einheit des Drehmoments ist Newtonmeter (N·m).

### 2.1 Metrologische Infrastruktur und Darstellung der Einheit Drehmoment

Die Darstellung der Einheiten (und somit auch des Drehmoments) erfolgt in einer hierarchischen, pyramidenförmigen Struktur über verschiedene Ebenen und mit unterschiedlichen Messunsicherheiten, angefangen von der höchsten Stelle, dem internationalen oder nationalen Normal, das mit hohem Aufwand und geringsten Messunsicherheiten realisiert wird, bis hin zur Kalibrierung für den Endkunden mit einfacheren Verfahren und größeren Messunsicherheiten [Kos95]. Die höchste Ebene der Darstellung mit geringster Messunsicherheit liegt in den Händen von nationalen Metrologieinstituten oder designierten Instituten. In Deutschland übernimmt diese Aufgabe für die meisten Einheiten die Physikalisch-Technische Bundesanstalt, die die Weitergabe der Einheiten an akkreditierte Kalibrierlaboratorien über Transfernormale (Aufnehmer, die zur Weitergabe genutzt werden) realisiert. Die Hierarchie der Weitergabe der Einheiten, absteigend über die verschiedenen Ebenen, ist in Abbildung 2.1 dargestellt. Die nationalen Metrologieinstitute vergleichen sich untereinander in sogenannten Ringvergleichen, um ihre Messunsicherheiten zu bestätigen.

Der Stand der Technik für die Darstellung und Weitergabe des Drehmoments umfasst bislang nur statische Realisierungen. Eine dynamische Kalibrierung, wie sie Thema dieser Arbeit ist, existiert bisher nicht.

#### 2.1.1 Primäre Darstellung des Drehmoments

Bei der Darstellung von Einheiten wird zwischen primärer und sekundärer Kalibrierung unterschieden. Bei einer primären Darstellung wird die Realisierung auf andere Einheiten zurückgeführt, bei sekundärer Kalibrierung wird mit einem Referenzaufnehmer der gleichen Messgröße verglichen [Bri12].

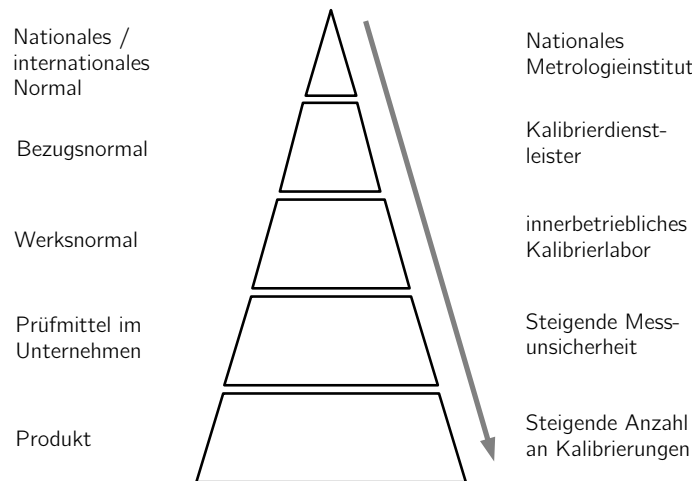


Abbildung 2.1: Kalibrierhierarchie vom nationalen/internationalen Standard über Bezugsnormale bis zum eingesetzten kalibrierten Produkt.

Auf der höchsten Ebene der Kalibrierhierarchie kommen für die primäre Darstellung des statischen Drehmoments Einrichtungen zum Einsatz, bei denen bekannte Massekörper der Masse  $m$  im Schwerfeld der Erde mit bekannter lokaler Erdbeschleunigung  $g_{\text{loc}}$  an Hebeln bekannter Hebellänge  $l$  angebracht werden. Der Luftauftrieb der Massekörper (durch die unterschiedlichen Dichten von Luft  $\rho_{\text{Luft}}$  und Massekörpern  $\rho_{\text{Masse}}$ ) wird dabei korrigiert. Das so realisierte Drehmoment ergibt sich nach [SBS06, S.13]

$$M = m \cdot \left(1 - \frac{\rho_{\text{Luft}}}{\rho_{\text{Masse}}}\right) \cdot l \cdot g_{\text{loc}} \quad . \quad (2.2)$$

Zur Reduktion der Messunsicherheitseinflüsse wird in solchen Einrichtungen der Hebelarm mit Luftlagern nahezu reibungsfrei gelagert. Eine stabile Umgebungstemperatur und Luftfeuchtigkeit sind dabei essenziell [Brü12].

### 2.1.2 Sekundäre Darstellung des Drehmoments

In sekundären Kalibriereinrichtungen wird ein Drehmoment erzeugt, bei dem der zu kalibrierende Aufnehmer mit einem in einer anderen Einrichtung kalibrierten Referenzaufnehmer – dem sogenannten Bezugsnormal – verglichen wird. Die Drehmomentbelastung der beiden Aufnehmer kann durch Massestücke, wie bei primär messenden Einrichtungen, oder durch eine motorische Verspannung realisiert werden. Dieses sekundäre Verfahren weist prinzipbedingt höhere Messunsicherheiten als ein primäres Verfahren auf.

### 2.1.3 Vorschriften für die Drehmomentkalibrierung

Drehmomentkalibrierungen werden in Deutschland für verschiedene Anwendungsfälle in unterschiedlichen Normen und Richtlinien geregelt. Drehmomentaufnehmer werden üblicherweise nach DIN 51309 kalibriert. Des Weiteren gibt es diverse Richtlinien für akkreditierte Laboratorien zur rückgeführten Kalibrierung von Messeinrichtungen und von Drehmomentwerkzeugen, wie in Tabelle 2.1 dargestellt.

Tabelle 2.1: Übersicht über Normen für Drehmomentkalibrierungen.

Bezeichnung	Titel	Anwendung
DIN 51309 [Deu05]	Kalibrierung von Drehmomentmessgeräten für statische Drehmomente	Drehmomentaufnehmer
DIN EN ISO 6789 [Deu03b]	Handbetätigte Drehmomentwerkzeuge; Anforderungen und Prüfungen	Drehmomentwerkzeuge
DKD-R 3-5 [Deu98]	Kalibrierung von Drehmomentmessgeräten für statische Wechseldrehmomente	Drehmomentaufnehmer
DKD-R 3-8 [Deu03a]	Statische Kalibrierung von Kalibriereinrichtungen für Drehmomentschraubwerkzeuge	Kalibriereinrichtungen für Drehmomentwerkzeuge
VDI/VDE 2646 [Ver06]	Drehmomentmessgeräte; Mindestanforderungen an Kalibrierungen	Drehmomentaufnehmer, Drehmomentwerkzeuge
Euramet cg-14 [Eur11]	Guidelines on the Calibration of Static Torque Measuring Devices	Drehmomentaufnehmer

Den Richtlinien und Normen ist gemein, dass sie statische Rückführungen bei statischen Drehmomentbelastungen beschreiben. Ausnahme hierbei ist die DKD-R 3-8 (Anhang D), bei der dynamische Drehmomentbelastungen durch Impulsschrauber als spezieller Anwendungsfall betrachtet werden, allerdings auch nur mit statisch rückgeführten Referenzaufnehmern.

## 2.2 Aufbau von Drehmomentaufnehmern

Drehmomentaufnehmer sind je nach Einsatzzweck konstruktiv, aber auch elektronisch, unterschiedlich aufgebaut. Die Anforderungen an in einem Kalibrierlabor eingesetzte Bezugsnormale unterscheiden sich erheblich von denen an Aufnehmer, die in einer Antriebswelle in einem Prüfstand untergebracht werden. Das Messprinzip fast aller Drehmomentaufnehmer basiert auf einer Messung von Torsion, die als indirekte Messgröße für das Drehmoment herangezogen wird. Der konstruktive Aufbau von Drehmomentaufnehmern ist daher so gewählt, dass der Aufnehmer als Ganzes möglichst torsionssteif ausgelegt ist, die Stellen des Messkörpers, an der das Drehmoment erfasst werden soll, jedoch eine geringere Steifigkeit aufweisen.

### 2.2.1 Dehnungsmessstreifen-basierte Drehmomentaufnehmer

Die vorherrschende Technik für die Drehmomentenerfassung sind Dehnungsmessstreifen (DMS). Diese werden auf den Messkörper aufgebracht, und die durch die Torsion entstehende elastische Dehnung im Material wird durch die Dehnungsmessstreifen erfasst. Dehnungsmessstreifen messen Dehnungsänderungen durch eine Änderung ihres elektrischen Widerstandes. Zentrale Komponente ist ein Widerstandsdraht, der bei zunehmender Dehnung länger und dünner wird und dadurch einen höheren Widerstandswert annimmt. Bei einer abnehmenden (negativen) Dehnung wird der DMS gestaucht und dicker, der Widerstandswert sinkt. Um die Wirkung dieses Effekts optimal ausnutzen zu können, wird der Widerstandsdraht eines DMS mäanderförmig verlegt und so eine große Länge bei gleichzeitig kleiner Fläche erreicht. DMS werden für das Messen mechanischer Größen in Kraftaufnehmern, Wägezellen, Druckaufnehmern und in Drehmomentaufnehmern eingesetzt.

#### 2.2.1.1 Brückenmessschaltung

Dehnungsmessstreifen werden oft als Wheatstone'sche Brücken elektrisch verschaltet. In Aufnehmern kommen überwiegend Vollbrücken mit vier Brückenwiderständen zum Einsatz. Hierbei werden vier DMS mit jeweils dem Nennwiderstand  $R_i$  verschaltet und mit einer Brückenspeisespannung  $U_0$  versorgt, wie in Abbildung 2.2 dargestellt. Bei Verstimmung der Brücke (geringfügige Veränderung der Widerstände  $R_i$ ) ändert sich die als Messgröße abgegriffene Brückenspannung  $U_{Br}$ . Die Brückenverstimmung wird ratiometrisch in Abhängigkeit der Brückenspeisespannung angegeben, sie folgt aus

$$\frac{U_{Br}}{U_0} = \frac{R_1 \cdot R_2 - R_3 \cdot R_4}{(R_1 + R_2) \cdot (R_3 + R_4)} \quad (2.3)$$

[Hof87]. Bei abgeglichenen Brücke gilt:  $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_0$ . Bei Verstimmung der Brücke kommt es zu einer Widerstandsänderung  $R_1 = R_0 + \Delta R_1$ ,  $R_2 = R_0 + \Delta R_2$ , etc. Hierbei gilt, dass die Widerstandsänderung  $\Delta R$  in Abhängigkeit der Dehnung  $\varepsilon$  erfolgt:

$$\Delta R = f(\varepsilon) \quad (2.4)$$

Die Beschaltung erfolgt dergestalt, dass bei einer Belastung des Aufnehmers die DMS  $R_1$ ,  $R_2$  Dehnungen gleichen Vorzeichens ausgesetzt sind (also z.B. gelängt werden,  $\Delta R$  also positiv wird), während die DMS  $R_3$ ,  $R_4$  eine Dehnung mit entgegengesetztem Vorzeichen erfahren (dann z.B. gestaucht werden,  $\Delta R$  also negativ wird). So wird das Ausgangsspannungsverhältnis der Brücke maximal.

Halbbrücken bestehen aus zwei – statt vier – veränderlichen Brückenwiderständen, Viertelbrücken nur aus einem veränderlichen Brückenwiderstand. Die Brückenschaltung muss dabei mit nicht-veränderlichen Brückenwiderständen vervollständigt werden.

## 2.2 Aufbau von Drehmomentaufnehmern

Durch eine Brückenschaltung und eine geschickte Gestaltung des Messkörpers lassen sich parasitäre mechanische und thermische Einflüsse durch Biegemomente und Axialkräfte kompensieren.

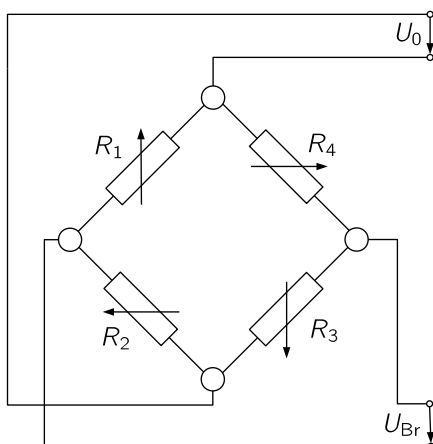


Abbildung 2.2: Wheatstone'sche Brückenschaltung.

### 2.2.1.2 Messverstärker

Die bei der Verstimmung der Wheatstone'schen Brücke entstehende Brückenspannung  $U_{Br}$  ist klein, potentialfrei und proportional der Brückenspeisespannung  $U_0$ . Das Ausgangssignal wird in mV/V (Quotient von  $U_{Br}$  und  $U_0$ ) angegeben. Diese ratiometrische Messung sollte auch in Messverstärkern, die die kleinen analogen Spannungen aufbereiten und weiter verarbeitbar machen, umgesetzt werden [She80, S.35 f.]. Das Ausgangssignal eines solchen Brückenverstärkers ist dann abhängig von der Brückenspeisespannung *und* der Brückenspannung. Oftmals werden bei den kommerziell erhältlichen Brückenverstärkern leider nur die Brückenspeisespannungen bei der Justage des Verstärkers eingestellt. Die Verstärkung der kleinen Spannungssignale erfolgt mit einem festen Verstärkungsfaktor, in der Hoffnung, dass die Speisespannung stabil bleibt. Für die Signalaufbereitung kommen analoge Verstärkerschaltungen zum Einsatz. Hierbei ist zwischen zwei Grundtypen zu unterscheiden: Trägerfrequenzmessverstärker (die Brückenspeisespannung wird mit einer bekannten Frequenz moduliert) und Gleichspannungsverstärker (konstante Brückenspeisespannung).

**Trägerfrequenzbrückenverstärker** Durch die Modulation der Brückenspeisespannung  $U_0$  ist das Brückenausgangssignal  $U_{Br}$  amplitudenmoduliert mit der bekannten Modulationsfrequenz von  $U_0$ . Durch diese Modulation lassen sich Störungen unterdrücken, deren Frequenzanteile nicht im Bereich der Modulationsfrequenz liegen. Der nutzbare Frequenzbereich bei dynamischen Signalen ist durch die Modulationsfrequenz begrenzt. Typische Modulationsfrequenzen von kommerziellen Verstärkern liegen im Bereich von 225 Hz, im Allgemeinen genutzt für statische Messungen, bis hin zu 9,6 kHz für dynamische Messungen. Die obere nutzbare Grenzfrequenz des eigentlichen Messsignals liegt etwa eine halbe bis eine Größenordnung niedriger

[Her82a; Her82b]. Höhere Trägerfrequenzen werden bei externen Brückenverstärkern nicht eingesetzt, finden aber in im Aufnehmer integrierter Elektronik Anwendung [KS08].

**Gleichspannungsbrückenverstärker** Diese technisch einfacher zu realisierende Variante weist bei statischen Messungen höhere Empfindlichkeiten gegenüber Störungen auf, ist aber speziell für Messung dynamischer Signale gut geeignet. Entsprechende Verstärker haben einen nutzbaren Frequenzbereich hin zu einigen 10 kHz und sind daher die geeignete Wahl für Messungen dynamischer Signale [Kuh09]. Die Rückführung von Gleichspannungsbrückenverstärkern ist in Abschnitt 3.5.1 beschrieben.

Beide Verstärkertypen werden als eigenständige Geräte, wie auch als in Aufnehmern integrierte Elektronik eingesetzt.

### 2.2.1.3 Konstruktiver Aufbau für rotierende / nicht-rotierende Anwendungen

Einrichtungen zur Messung des Drehmoments lassen sich anhand des Messaufbaus in vier Kategorien einteilen:

**Reaktionsmoment Pendelmaschine** Die Reaktionsmomente von Pendelmaschinen (Antriebe oder Bremsen, die um ihre Drehachse drehbar gelagert sind) werden mittels eines Hebelarms bekannter Länge und Kraftsensoren gemessen. Diese Technik findet immer weniger Anwendung, da dynamische Signale durch den mechanischen Tiefpass, den die hohen Massenträgheitsmomente dieses Aufbaus darstellen, praktisch komplett unterdrückt werden. Der mechanische Aufbau einer Pendelmaschine ist zudem aufwändig und die Drehmomentmessung mit Aktionsdrehmomentaufnehmern zur Montage im Wellenstrang weist geringere Messunsicherheiten auf, da keine Einflüsse durch Hebellänge und Reibung existieren.

**Reaktionsdrehmomentaufnehmer** Diese Aufnehmer werden auf einer Seite fest mit dem Untergrund verschraubt und messen das Reaktionsmoment, das von der Messseite eingeleitet wird. Typische Einsatzfelder sind die Prozessüberwachung von Rührern, Knetern, Mischern oder Torsionsdauerfestigkeitsuntersuchungen [SW02, S.16].

**Aktionsdrehmomentaufnehmer** Für direkten Einsatz in einer rotierenden Messwelle sind Aktionsdrehmomentaufnehmer entworfen. Die Messsignale müssen bei solchen Aufnehmern von der rotierenden Welle, an der das Drehmoment gemessen werden soll, auf sich nicht drehende Komponenten in der Umgebung übertragen werden. In umgekehrter Richtung gilt das Gleiche für die Versorgungsspannungen. Rotierende Anwendungen sind überwiegend im industriellen Einsatz zu finden. Diese Einsatzgebiete sind durch ausgeprägte Umwelteinflüsse wie Temperatur- und Luftfeuchtigkeitsänderungen, Erschütterungen, Axiallasten und Biegemomente gekennzeichnet. Oft sind auch elektromagnetische Störungen nicht auszuschließen, was eine robuste Signalübertragung erfordert.

**Normalaufnehmer** Diese hochgenauen Aufnehmer für nicht-rotierende Anwendungen werden über Kabel angeschlossen, die direkt mit den Messelementen verbunden sind.



## 2.2 Aufbau von Drehmomentaufnehmern

Diese Aufnehmer werden an externe Messverstärker angeschlossen, die die Signale des Aufnehmers aufbereiten. Aufnehmer, die als Normale eingesetzt werden, weisen oft keine oder nur wenig Abschirmung von Umwelteinflüssen in Form von Abdichtungen des Gehäuses oder der Steckverbinder auf. Sie werden als Sekundärnormale (Vergleichsnormale) in Kalbrierlaboratorien eingesetzt.

### 2.2.1.4 Lagerung der Messwelle

Bei rotierender Anwendung muss je nach Ausführung der Daten- / Spannungsübertragung die Position des Rotors zur Position des Stators radial und axial genau eingehalten werden. In diesem Fall werden Stator und Rotor mittels einer Lagerung (üblicherweise durch Kugellager) verbunden und so fest axial und radial ausgerichtet. Andere Datenübertragungssysteme benötigen eine solch exakte Ausrichtung von Rotor und Stator nicht und erlauben größere Abstände. In diesen Fällen wird oft auf eine physische Verbindung zwischen bewegten und feststehenden Komponenten des Aufnehmers verzichtet. Dadurch entfallen die Nachteile der Lagerung wie Reibwiderstand, Wartung des Lagers und die durch das Lager möglicherweise begrenzte Drehzahl.

Bei Verzicht auf eine Lagerung besteht der Drehmomentaufnehmer aus den zwei Komponenten *Rotor* und *Stator*, die getrennt ausgeführt sein können. Die Montage erfolgt in diesem Fall nacheinander.

### 2.2.1.5 Integrierte Elektronik, Signalübertragung

Die Signalübertragung vom Messkörper des Drehmomentaufnehmers lässt sich auf verschiedene Weisen realisieren. Für nicht-drehende Anwendungen werden Kabelverbindungen eingesetzt, und die Elektronik zur Aufbereitung der Messsignale wird extern angeschlossen. Für rotierende Anwendung lässt sich eine Signalübertragung mit Schleifringen technisch einfach realisieren. Hierbei werden die Signale von der Messwelle ohne zusätzliche Elektronik mittels umlaufender Kontaktringe, auf die mittels Federn Schleifkontakte gepresst werden, übertragen. Die Schleifkontakte und Andruckfedern sind dabei im Statorgehäuse untergebracht. Diese Methode ist die älteste bei Drehmomentaufnehmern eingesetzte Signalübertragung für rotierende Anwendung. Abgesehen von der einfachen Realisierung weist sie eine Reihe von Nachteilen auf: Hohe Reibung durch die Schleifkontakte, reduzierte maximale Drehzahl (eine sichere Signalübertragung kann durch Abheben der Schleifkontakte bei hohen Drehzahlen nicht sichergestellt werden) und hohe Wartungsintensität.

Für moderne Aufnehmerkonstruktionen werden daher drahtlose Übertragungstechniken eingesetzt. In diesem Fall wird das Drehmomentsignal in der Welle durch eine integrierte Elektronik aufbereitet und an den Rotor übertragen. Hierfür wird überwiegend eine elektromagnetische Übertragung mit umlaufender Antenne verwendet, aber auch eine optische Übertragung ist möglich. Die Elektronik in der Messwelle muss auf jeden Fall mit Energie versorgt werden. Dies kann mittels induktiver Übertragung – entweder über

eine weitere Spule oder über dieselbe Spule, wie sie zur Messsignalübertragung genutzt wird – realisiert werden.

Die Übertragung der Messsignale erfolgte bei den ersten Aufnehmern mit diesem Übertragungsverfahren noch analog mit Hilfe einer Frequenzmodulation. Mehr und mehr setzt sich jedoch heute eine digitale Übertragung mit Analog-Digital-Umsetzung in der Messwelle durch.

### 2.2.1.6 Mechanischer Aufbau des Messkörpers

DMS-basierte Drehmomentaufnehmer lassen sich hinsichtlich ihres mechanischen Aufbaus in zwei Gruppen unterteilen: Wellen- und Flanschdrehmomentaufnehmer. Die klassische Bauweise eines Drehmomentaufnehmers ist ein relativ langer, torsionsweicher Aufnehmer in Wellenform. Er wird mittels zylindrischen oder Vierkantwellenenden an die Umgebung angekoppelt. Die Drehmomente werden bei zylindrischen Wellenenden mit Spannnaben kraftschlüssig verbunden. Im Fall von Vierkantwellenenden wird das Drehmoment über entsprechende Aufnahmen formschlüssig übertragen. Der vergleichsweise weich ausgelegte Messkörper ist als (Voll-, Hohl-) Welle, Käfig oder Vierkant ausgeführt. Die DMS werden an geeigneten, überwiegend mit reduzierter Torsionssteifigkeit versehenen Stellen auf den Außenflächen appliziert (siehe Abbildung 2.3).

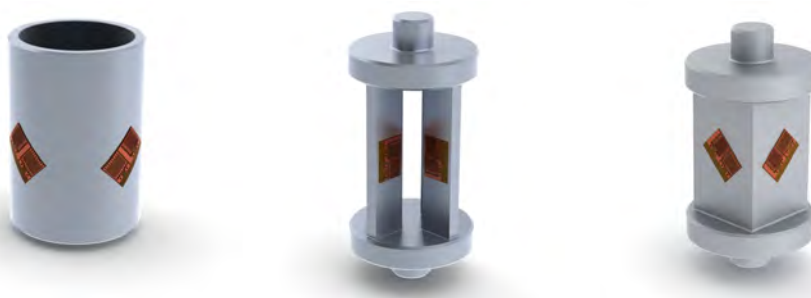


Abbildung 2.3: Wellenaufnehmer mit Hohlwellen- (links), Käfig- (Mitte) und Vierkant-Messkörper (rechts) [KK12].

Flanschdrehmomentaufnehmer sind dagegen kurz gebaut und haben einen im Verhältnis zur Länge viel größeren Durchmesser als Wellenaufnehmer. Die Torsionssteifigkeit solcher Konstruktionen ist weit höher als die von Wellenaufnehmern. Der Messkörper kann als Hohlwelle ausgeführt werden, mechanisch komplexere Gestaltungen verwenden DMS, die Scherverformungen an speziell hierfür gestalteten Strukturelementen aufnehmen [QS95] (siehe Abbildung 2.4). Die DMS werden in der Regel innen in der Hohlwelle aufgebracht und können so hermetisch von Umwelteinflüssen abgeschirmt werden. Beide mechanischen Konstruktionen werden für rotierbare und nicht-rotierbare Aufnehmer eingesetzt.

## 2.2 Aufbau von Drehmomentaufnehmern

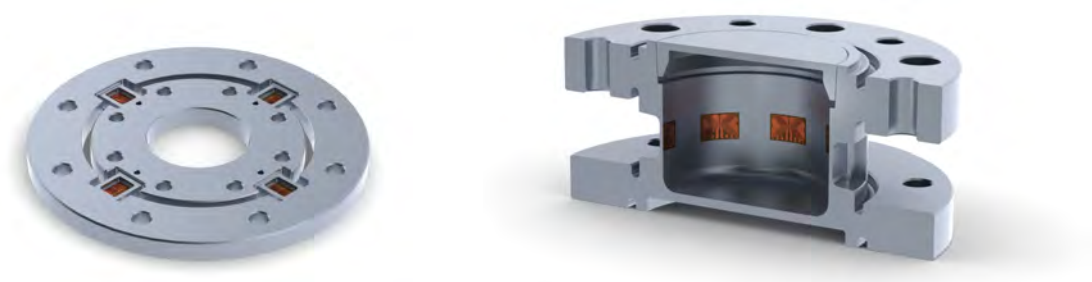


Abbildung 2.4: Flanschaufnehmer mit radialem (links) und axialem Scherprinzip (rechts) [KK12].

### 2.2.2 Andere Messprinzipien

Für die Erfassung von Drehmomenten existieren auch andere Techniken als mit DMS. Allerdings haben diese weder im Bereich der Normalaufnehmer für die statische Weitergabe der Einheit, noch für den Einsatz bei dynamischen Messungen, beispielsweise in Prüfständen, eine nennenswerte Verbreitung. Diese hier angesprochenen Messverfahren sind z.B. die piezoelektrische Messung des Drehmoments [Gau02, S. 105 f.] oder die Torsionswinkelmessung mit induktiven [Vib97, S. 4-2 f.] oder optischen Verfahren [JF70]. Eine umfassende Übersicht der verschiedenen Verfahren findet sich in [Bau+94]. Durch die geringe Bedeutung für den dynamischen Einsatz werden diese Verfahren in dieser Arbeit nicht weiter betrachtet.

### 3 Theoretische Grundlagen

Voraussetzung für die Realisierung einer dynamischen Drehmomentkalibrierung ist die Wahl eines geeigneten Messprinzips, das die Möglichkeit bietet, die benötigten Messgrößen mit ausreichend geringen Messunsicherheiten zu erfassen, und das darüber hinaus eine adäquate Beschreibung des dynamischen Verhaltens des untersuchten Aufnehmers und der Messeinrichtung erlaubt.

Für eine vollständige Beschreibung des dynamischen Verhaltens müssen hierfür nicht nur die Eigenschaften des Aufnehmers untersucht werden, sondern alle weiteren Komponenten der Messkette sind ebenfalls dynamisch zu charakterisieren. Für die dynamische Kalibrierung sind hierfür die Signalkonditionierungselektronik, wie auch die Komponenten für die Datenerfassung und Übertragung zu charakterisieren. Um die Eigenschaften voneinander trennen zu können, werden diese Untersuchungen einzeln durchzuführen sein. In Abbildung 3.1 ist die elektrische Messkette mit den verschiedenen Komponenten dargestellt. Für die Weitergabe der Kalibrierergebnisse ist zwischen passiven Aufnehmern mit extern anschließbaren Messverstärkern und zwischen Aufnehmern mit integrierter Elektronik zu unterscheiden. Im ersten Fall müssen allein die Eigenschaften des Aufnehmers durch die Kalibrierung bestimmt werden, im zweiten Fall auch die Eigenschaften der Signalkonditionierungs- und ggf. Übertragungselektronik. Prinzipiell müssten auch Kabelverbindungen miteinbezogen werden, aber im Rahmen der zu erwartenden Messunsicherheiten und der betrachteten Anregungsfrequenzen können die Kabeinflüsse hier vernachlässigt werden.

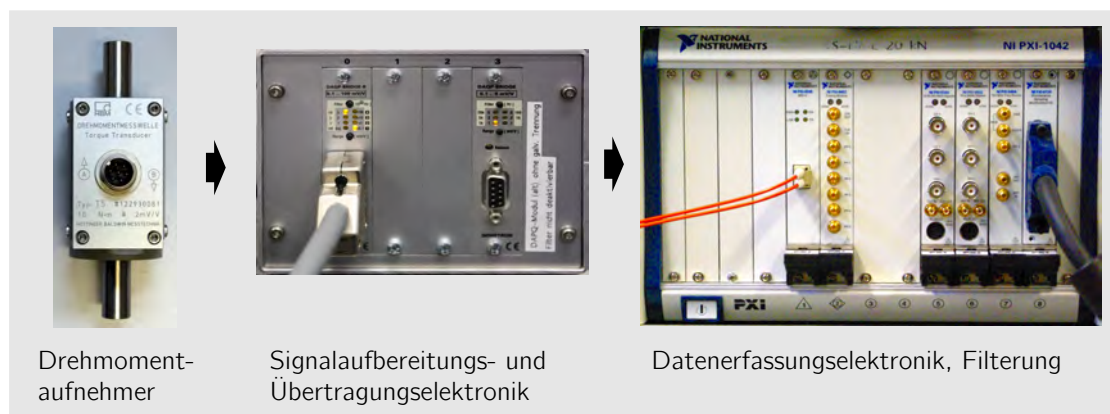


Abbildung 3.1: Komponenten der elektrischen Messkette mit Einfluss auf die dynamische Drehmomentmessung.

### 3.1 Messprinzip zur primären Darstellung des Drehmoments

Im Folgenden werden Verfahren zur Messung des dynamischen Drehmoments, der Bestimmung der Eigenschaften von Drehmomentaufnehmern und Möglichkeiten zur Analyse des dynamischen Verhaltens von Brückenverstärkern vorgestellt. Die Methoden zur korrekten Bestimmung der Messunsicherheit werden beschrieben.

## 3.1 Messprinzip zur primären Darstellung des Drehmoments

Für die dynamische Darstellung des Drehmoments soll mangels vorhandener Messeinrichtungen und Normen ein neuartiges, primäres Messverfahren entwickelt werden. Die bekannten statischen Realisierungen eignen sich nicht als Basis für dynamische Drehmomentkalibrierungen.

Für die dynamische Charakterisierung von Aufnehmern für mechanische Größen finden entweder kontinuierliche Anregungen (z.B. periodisch sinusförmig, Rauschen) oder Pulsanregungen Anwendung. Beide Verfahren haben Vor- und Nachteile. Für dynamische Drehmomentanregung hat die Puls- oder Stoßanregung den Nachteil, dass sich die Einleitung einer solchen rotatorischen Anregung weit schwieriger darstellt, als bei longitudinalen Bewegungen. Ohne komplexe Ankopplungen an den zu untersuchenden Aufnehmer und damit weitreichende Beeinflussung des zu untersuchenden Objekts ist eine Pulsanregung nicht möglich. Zusätzlich sind Auswirkungen von parasitären Momenten und Kräften schwer beherrschbar. In China existiert eine Entlastungsstoß-Messeinrichtung [Tao+06] zur Erzeugung dynamischer Drehmomente. Wie hierbei die Weitergabe der Einheit Drehmoment realisiert wird, oder die Messunsicherheitsbeiträge bestimmt wurden, ist nicht bekannt. Auch sind keine weitergehenden detaillierteren Veröffentlichungen als die genannte Übersicht bekannt, die die Ankopplung des Aufnehmers und der angekoppelten Komponenten beschreiben würde. Ausführliche Anwendungsbeispiele oder Messdaten fehlen.

Die kontinuierliche Anregung hat den Vorteil, einzelne Frequenzen direkt anregen zu können und größere Freiheitsgrade bei der Wahl der Form und der Dauer der Anregung zu besitzen. Der Nachteil ist die im Vergleich zu stoßförmiger Anregung beschränkte Amplitude. Für die im Folgenden beschriebenen Untersuchungen wird eine kontinuierliche Anregung angewandt.

Auch wenn Forschung im Bereich der dynamischen Messung mechanischer Größen eine recht neue Disziplin im Vergleich zur etablierten statischen Messtechnik ist, wurde bereits in den 1960er-Jahren erkannt, dass für eine dynamische Anregung auch eine entsprechende Kalibrierung erforderlich ist [Roh67, S. 106 f.]. Das grundlegende, im Folgenden beschriebene und für die dynamische Drehmomentkalibrierung eingesetzte Verfahren, wurde dort bereits vorgeschlagen. Zu einem Entwurf, wie sich dynamische Drehmomente erzeugen lassen könnten und dies in einer Messeinrichtung umgesetzt werden könnte, kam es aber erst in jüngerer Zeit [Bru03].

### 3.1.1 Messprinzip: Zweites Newton'sches Gesetz

Die Basis für die primäre Darstellung des Drehmoments ist das zweite Newton'sche Gesetz. Bei der Betrachtung von longitudinalen Bewegungen einer beschleunigten Masse liefert das Produkt von Masse  $m$  und Beschleunigung  $a(t)$  die zeitabhängige Kraft

$$F(t) = m \cdot a(t) \quad . \quad (3.1)$$

Dieses Prinzip wird bereits für die Kalibrierung von Kraftaufnehmern erfolgreich eingesetzt. Diese Beziehung lässt sich auf rotatorische Bewegungen übertragen. Das Drehmoment  $M(t)$  folgt hierbei aus dem Produkt von Massenträgheitsmoment  $J$  und der Winkelbeschleunigung  $\ddot{\varphi}(t)$  gemäß

$$M(t) = J \cdot \ddot{\varphi}(t) \quad . \quad (3.2)$$

Dieser Zusammenhang erlaubt eine Rückführung des Drehmoments bei dynamischen Anregungen auf ein statisches Massenträgheitsmoment, das vor der Messung bestimmt werden kann, und auf eine Messung der zeitlich veränderlichen Winkelbeschleunigung. Die Winkelbeschleunigung wird beispielsweise durch erzwungene periodische Schwingungen mit einem Rotationserreger erzeugt.

Die Umsetzung des Prinzips als Messeinrichtung verwendet einen Wellenstrang, bei dem die für die Messung nötigen Komponenten hintereinander angeordnet sind. Ob der Wellenstrang horizontal oder vertikal angeordnet ist, spielt für das Messprinzip keine Rolle, kann also anhand technischer Maßgaben entschieden werden. Wie in Abbildung 3.2 am Beispiel einer vertikalen Anordnung illustriert ist, stellt der am unteren Ende befindliche Rotationserreger die Quelle der erzwungenen Schwingungen dar. Im Wellenstrang folgt der Drehmomentaufnehmer, der zwischen zwei Wellenkupplungen montiert ist. Diese Kupplungen sind erforderlich, da Drehmomentaufnehmer empfindlich auf parasitäre axiale Kräfte und auf Biegemomente reagieren [Rös99], die sonst bei kleinem Versatz der Wellen oder bei der Montage von Verbindungselementen entstehen könnten. Mit einer Entlastung durch biegeeweiche Wellenkupplungen, die auch axiale Versätze in geringem Maß korrigieren können, lässt sich diese Beeinflussung weitgehend vermeiden [BPR00]. Für eine dynamische Kalibrierung ist es wichtig, dass diese Kupplungen für eine dynamische Anregung geeignet sind, was im Wesentlichen bedeutet, dass sie auch eine ausreichend hohe Torsionssteifigkeit besitzen. Nach dem Rotationserreger und dem Aufnehmer mit seinen zwei Kupplungen folgt im Wellenstrang dann das angekoppelte Massenträgheitsmoment. Dieses muss, um keine parasitären Belastungen auf den Aufnehmer ausüben zu können, gelagert werden (axial und radial) und gleichzeitig reibungsarm drehbar sein. Für die Bestimmung des zeitlich veränderlichen dynamischen Drehmomentes ist es noch erforderlich, die Winkelbeschleunigung des Massenträgheitsmoments mit geringer Messunsicherheit und hoher zeitlicher Auflösung zu erfassen.

### 3.1.2 Messung der Winkelbeschleunigung

Für die Messung der Winkelbeschleunigung können verschiedene Verfahren Anwendung finden, die die Winkelbeschleunigung entweder direkt messen, oder die benötigte Mess-

### 3.1 Messprinzip zur primären Darstellung des Drehmoments



Abbildung 3.2: Schematischer Aufbau einer dynamischen Drehmomentmesseinrichtung.

größe über Messung von Winkelposition oder Winkelgeschwindigkeit und anschließender Differenzierung indirekt bestimmen.

#### 3.1.2.1 Winkelbeschleunigungsaufnehmer

Die direkte Messung der Winkelbeschleunigung mit einem hierfür geeigneten Sensor ist einfach zu realisieren. Für die Messung der Winkelbeschleunigung in höheren Frequenzbereichen (bis zu einem Kilohertz), wie sie für die dynamische Drehmomentkalibrierung angestrebt werden, lässt sich das in Gleichung 3.2 dargestellte Messprinzip anwenden. Diese Aufnehmer sind daher vom Aufbau her Drehmomentaufnehmer mit angekoppeltem Massenträgheitsmoment  $J$  [Hav99]. Alternativ kommen in bekanntem Abstand zur Rotationsachse montierte translatorische Beschleunigungssensoren zur Anwendung. Auf diesem Messprinzip aufbauende Winkelbeschleunigungssensoren existieren als industrielles Produkt [Ins00]. Die verfügbaren Winkelbeschleunigungsaufnehmer werden über Kabel angeschlossen, was die Messung der Winkelbeschleunigung am Kopfteil des Wellenstrangs durch solche Aufnehmer kaum realisierbar erscheinen lässt. Durch das anteilig mitbeschleunigte Kabel ist die Messung des im Wellenstrang angekoppelten Massenträgheitsmoments mit großen Unsicherheiten behaftet. An der Messposition am unteren Ende des Wellenstrangs stellt der Anschluss über ein Kabel jedoch kein gravierendes Problem dar.

### 3.1.2.2 Inkrementelle Winkelmesssysteme

Gemessene Winkeländerungen lassen sich nach zweimaligem Differenzieren als Eingangsgröße für eine dynamische Drehmomentmessung heranziehen. Die Anforderungen sind recht hoch, da bei konstantem Drehmoment mit steigender Anregungsfrequenz die Winkelamplitude sinkt und daher eine hoch aufgelöste Winkelmessung erforderlich ist. Eine inkrementelle Winkelmessung lässt sich mittels Messverfahren realisieren, die auf induktiver Messung von Zahnringen, der magnetoresistiven Auswertung von magnetischen Kodierungen oder der optischen Auswertung von Gittern basieren. Die Auflösung der zwei erstgenannten Verfahren ist deutlich schlechter als die der optischen Winkelmessung und deshalb für den beabsichtigten Einsatzzweck ungeeignet.

Bei optischen inkrementellen Winkelmesssystemen wird auf verschiedene Weisen eine auf einen Träger aufgebrachte Gitterstruktur – die Winkelmaßverkörperung – ausgewertet. Üblicherweise befindet sich bei rotatorischen Messungen das Gitter auf dem Rotor, während die Auswertung der Winkelinformation von einem fest montierten Lesekopf übernommen wird. Die Gitterscheiben oder Gitterringe bestehen aus reflektierendem oder durchsichtigem Material, auf die die Gitterstruktur aufgebracht ist.

Die Auswertung der relativen Winkeländerung erfolgt je nach Einsatzzweck mit zwei Verfahren. Für größere Gitterstrukturen wird das abbildende Messprinzip eingesetzt, das für eine durchleuchtende oder eine reflektive Messung genutzt werden kann. Hierbei wird die Gitterstruktur mittels einer Lichtquelle hinter einer Kondensoroptik (zur parallelen Strahlausrichtung) beleuchtet, wie in Abbildung 3.3 dargestellt. Zwischen Leuchtquelle und Gitterstruktur befindet sich eine Maske mit gleicher Gitterkonstante wie die Maßverkörperung. Bei transmissiver Messung befinden sich auf der entgegen gelegenen Seite der Maßverkörperung Fotodioden, die die sich ergebenden Helligkeitsinformation auswerten. Bei reflektiver Messung wird die Gitterstruktur der Maßverkörperung verkippt zur Drehachse beleuchtet, und die Fotodioden befinden sich dann an der Austrittsseite. Für die Auswertung der Richtungsinformation werden mehrere (mindestens zwei) Gittermasken genutzt, die um Teile der Gitterkonstanten verschoben sind und so einen Phasenversatz in den Ausgangssignalen erzeugen.

Für kleinere Gitterstrukturen kommen oft interferentielle Verfahren zum Einsatz. Hierbei wird das Licht aus der Kondensoroptik durch ein transparentes Phasengitter mit der gleichen Gitterkonstanten wie die Maßverkörperung geleitet, an der eine Beugung in  $-1.$ ,  $0.$  und  $1.$  Ordnung auftritt. Die gebeugten Strahlen treffen auf die reflektive Maßverkörperung, auf die die Teilungen aufgebracht sind. Hierbei kommt es erneut zu einer Beugung des Lichtes, bei der die  $1.$  und  $-1.$  Beugungsordnung wieder zurück durch das Phasengitter gelenkt werden (siehe Abbildung 3.3). Die hierbei auftretende dritte Beugung der Strahlen führt zu einer Überlagerung der Strahlen und damit zu einem Interferenzmuster, das hinter dem Kondensator an drei Stellen mit Fotodioden ausgewertet wird. Bei einer Relativbewegung der Maßverkörperung zur Abtasteinheit kommt es zu einer Phasenverschiebung der Wellenfront der  $1.$  Beugungsordnung um eine Wellenlänge  $\lambda$  pro durchlaufener Gitterkonstante, während die  $-1.$  Beugungsordnung eine Phasenverschiebung um  $-\lambda$  pro Gitterkonstante erfährt. Die ausgewertete



### 3.1 Messprinzip zur primären Darstellung des Drehmoments

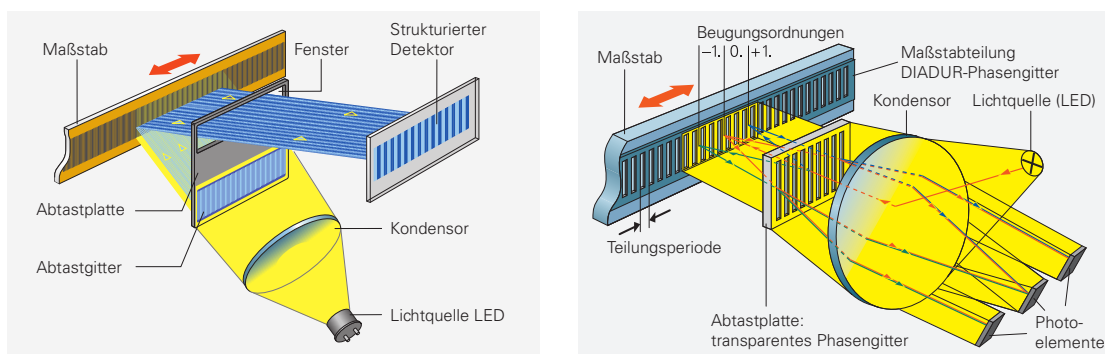


Abbildung 3.3: Aufbau eines inkrementellen Winkelmesssystems mit abbildendem Messprinzip (links) und interferentielltem Messprinzip (rechts) [Dr 13, S.16, S.17].

Interferenz der beiden Strahlen unterläuft also einer Phasenverschiebung um  $2\lambda$  [Dr 13].

Die zwei Ausgangssignale inkrementeller Winkelmesssysteme sind dabei sinusförmig und um  $90^\circ$  phasenverschoben (Quadratursignal). Sie werden aus den Signalen der im Lesekopf untergebrachten Detektoren bestimmt. An Hand der relativen Phasenbeziehung lässt sich die Drehrichtung ermitteln. Die Signale können interpoliert werden, um so Auflösungen zu realisieren, die deutlich über der Anzahl der Gitterlinien liegen. Die Messgenauigkeit inkrementeller Winkelmesssysteme kann durch Exzentrizitäten oder fehlerhafte Ausrichtung des Lesekopfes beeinträchtigt werden. Mittels der Quadratursignale aus dem Lesekopf lässt sich eine fehlerhafte Ausrichtung anhand zu kleiner Amplituden des Signals erkennen. Stellt man die phasenverschobenen Ausgangssignale in X-Y-Darstellung (beispielsweise auf einem Oszilloskop) dar, ergibt sich bei Rotation eine Lissajous-Figur. Eine vorhandene Exzentrizität zeigt sich durch ein nicht kreisförmiges, ovales Signal. Die Ausrichtung der Gitterscheibe lässt sich so direkt mit dem Ausgangssignal des Lesekopfes optimieren.

#### 3.1.2.3 Interferometrische Messung der Winkelgeschwindigkeit direkt an der Welle

Rotationsinterferometer erlauben eine direkte Winkelgeschwindigkeitsmessung an wellenförmigen Bauteilen. Die Messung kann berührungslos und mit minimalen Modifikationen am Messobjekt erfolgen. Voraussetzung ist eine diffus reflektierende Oberfläche. Die im Folgenden detaillierter beschriebene interferometrische Messmethode bietet eine Rückführung auf die Wellenlänge des verwendeten Laserlichtes und auf die Zeit. Diese beiden Größen lassen sich mit kleinsten Unsicherheiten bestimmen.

Der genutzte Effekt der Interferenz entsteht bei optischer Überlagerung zweier monochromatischer Lichtstrahlen. Bei Überlagerung zweier elektromagnetischer Wellen  $E_1$  und  $E_2$

gleicher (Kreis-) Frequenz  $\omega_1 = \omega_2 = \omega = 2 \cdot \pi \cdot f$  mit dem Spitzenwert der Amplituden  $\hat{E}_i$  und der Phase  $\varphi_i$ , d.h.

$$E_1 = \hat{E}_1 \cdot \sin(\omega t + \varphi_1(t)) \text{ und } E_2 = \hat{E}_2 \cdot \sin(\omega t + \varphi_2(t)) \quad , \quad (3.3)$$

entsteht bei Überlagerung der beiden Wellen eine messbare Intensität  $I$ , die abhängig von den Phasenlagen  $\Delta\varphi(t) = \varphi_2(t) - \varphi_1(t)$  ist. Die Intensität ist proportional zum Quadrat der Feldstärke der überlagerten Wellen.

$$I \propto (E_1 + E_2)^2 \quad (3.4)$$

Für die Amplitude überlagerter harmonischer Schwingungen gleicher Frequenz aber unterschiedlicher Amplitude und Phase folgt nach dem Kosinussatz [Ped+05, S. 260 ff.]

$$\hat{E}^2 = \hat{E}_1^2 + \hat{E}_2^2 + 2\hat{E}_1\hat{E}_2 \cos(\Delta\varphi(t)) \quad . \quad (3.5)$$

Die Frequenz der überlagerten optische Strahlen ist so hoch, dass sie mit den in Interferometern eingesetzten Detektoren nicht erfasst werden kann. Die gemessene Intensität  $I$  ist daher nur von den Amplituden und Phasenlagen der überlagerten Strahlen abhängig. Aus der vorangegangenen Gleichung folgt für die Intensität

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\Delta\varphi(t)) \quad . \quad (3.6)$$

Die Intensität der überlagerten Wellen ist somit eine Funktion der Phasendifferenz der interferierenden Strahlen. Unter Annahme gleicher Intensitätsamplituden ( $I_1 = I_2$ ) lässt sich die Darstellung vereinfachen:

$$I(\Delta\varphi) = 2I_1(1 + \cos(\Delta\varphi)) \quad (3.7)$$

Der beschriebene Effekt der Überlagerung monochromatischer Lichtstrahlen und der Auswertung der sich dabei ergebenden Intensitäten werden in Laserinterferometern genutzt. Die in diesen Geräten vielfach eingesetzten Helium-Neon- (HeNe-) Laser senden monofrequentes Licht der Wellenlänge  $\lambda = 633 \text{ nm}$  aus. In Abbildung 3.4 wird der Aufbau eines modifizierten Mach-Zehnder-Interferometers erläutert. Das vom Laser ausgesendete Licht der Frequenz  $f_1$  wird im Strahlteiler 1 aufgeteilt. Ein Teilstrahl (der Referenzstrahl) wird auf den Intensitätsdetektor (Photodiode) geleitet, während der andere Teilstrahl (Messstrahl) einen zweiten, polarisierenden Strahlteiler und ein  $\lambda/4$ -Plättchen durchläuft und vom Messobjekt zurückgeworfen wird. Durch die Polarisationsdrehung des  $\lambda/4$ -Plättchens wird der zurückgeworfene Messstrahl im Strahlteiler abgelenkt und dann auf dem Detektor mit dem Referenzstrahl zur Interferenz gebracht.

Die sich dort ergebende Intensität ändert sich allein durch die Veränderung des Abstandes  $s(t)$  von Messobjekt und Interferometer. Nachdem der Messstrahl diese Distanz zweifach durchläuft, ist die auftretende Phasenänderung

$$\Delta\varphi(t) = \frac{4 \cdot \pi \cdot s(t)}{\lambda} \quad . \quad (3.8)$$

Bewegt sich das Messobjekt mit einer Geschwindigkeit  $v$ , so führt dies zu einer Längenänderung  $\Delta s(t)$  in Abhängigkeit der Zeit  $t$ , und es gilt

$$\Delta s(t) = v(t) \cdot t \quad . \quad (3.9)$$

### 3.1 Messprinzip zur primären Darstellung des Drehmoments

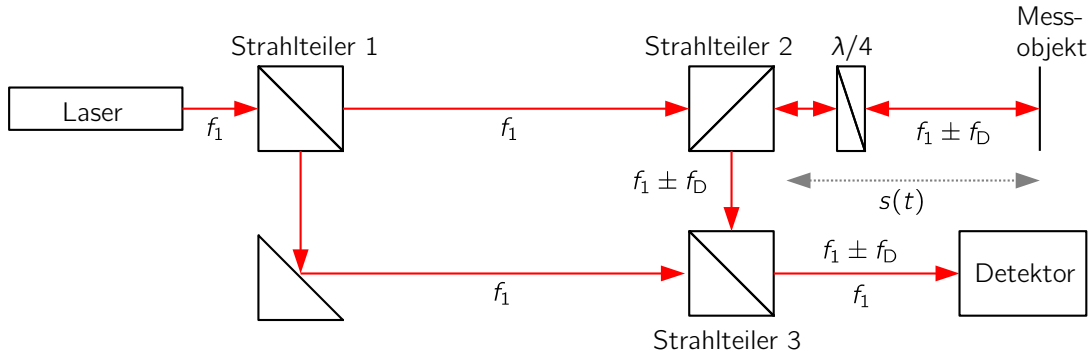


Abbildung 3.4: Modifiziertes Mach-Zehnder-Homodyninterferometer.

Mit der Einführung einer geschwindigkeitsabhängigen Dopplerfrequenz  $f_D$  aufgrund der Bewegung des Messobjektes gemäß

$$f_D = \frac{2 \cdot v}{\lambda} \quad (3.10)$$

führt dies zu einer sinusförmigen Intensitätsmodulation.

$$I(\Delta\varphi) = 2I_1 \left( 1 + \cos \left( \frac{4 \cdot \pi \cdot v \cdot t}{\lambda} \right) \right) = 2I_1 (1 + \cos(2 \cdot \pi \cdot f_D \cdot t)) \quad (3.11)$$

Die gemessene Dopplerfrequenz am Detektor ist also ein Maß für die Geschwindigkeit des Messobjektes. Die Bewegungsrichtung lässt sich dadurch aber noch nicht feststellen. Durch eine Frequenzverschiebung mit einer bekannten, im Vergleich zur Frequenz des Laserlichtes kleinen, Modulationsfrequenz  $f_{AOM}$  eines der beiden interferierenden Strahlengänge mittels eines akustooptischen Modulators (AOM), wie in Abbildung 3.5 dargestellt, lässt sich ein sich virtuell immer bewegendes Messobjekt erzeugen. Durch diese bekannte Frequenzverschiebung  $f_{Mod} = f_1 + f_{AOM}$  kann dann auch die Bewegungsrichtung (also das Vorzeichen der Geschwindigkeit) des Messobjektes bestimmt werden. Am Detektor wird somit kontinuierlich eine Intensitätsänderung mit der Frequenz  $f_{AOM}$  gemessen, der die geschwindigkeitsproportionale Dopplerfrequenz  $f_D$  überlagert ist. Hierbei gilt

$$I(\Delta\varphi) = 2I_1 (1 + \cos(2 \cdot \pi \cdot (f_{AOM} + f_D) \cdot t)) \quad (3.12)$$

Die gemessene Frequenz wird je nach Vorzeichen der Dopplerfrequenz höher oder niedriger. Dieser Interferometeraufbau wird abweichend von den Homodyninterferometern mit Laserstrahlen gleicher Frequenz – wie weiter oben beschrieben – Heterodyninterferometer genannt.

Die dargestellte interferometrische Messung der Geschwindigkeit wird für translatorische Messungen eingesetzt [Bim93]. Zur Messung von Rotationsschwingungen kommen zwei identisch aufgebaute Interferometer (Bezeichnung A, B; siehe Abbildung 3.6) zum Einsatz. Die zwei parallelen Laserstrahlen der Interferometer werden auf die Welle quer zur Rotationsrichtung und symmetrisch zur Mitte ausgerichtet. Der Abstand der

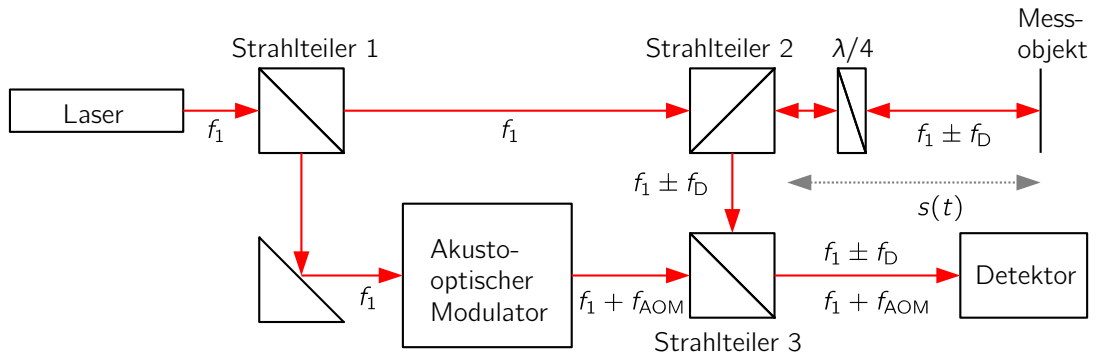


Abbildung 3.5: Modifiziertes Mach-Zehnder-Heterodyneninterferometer.

Laserstrahlen  $d$  ist bekannt. Das zurückgestreute Licht beinhaltet jeweils die Geschwindigkeitskomponenten in Strahlrichtung. Abhängig von der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  und dem Radius  $r$  der Welle, ergibt sich an der Messposition eine Tangentialgeschwindigkeit  $v_T$  von

$$v_T = r \cdot \omega \quad , \quad (3.13)$$

deren Komponenten in Strahlrichtung  $v_A$  bzw.  $v_B$  für die jeweiligen Interferometer A und B in Abhängigkeit des Winkels zur Oberfläche  $\alpha$  und  $\beta$  sich aus

$$v_A = v_{TA} \cdot \cos \alpha = r_A \cdot \omega \cdot \cos \alpha \quad \text{und} \quad (3.14a)$$

$$v_B = v_{TB} \cdot \cos \beta = r_B \cdot \omega \cdot \cos \beta \quad (3.14b)$$

ergeben.

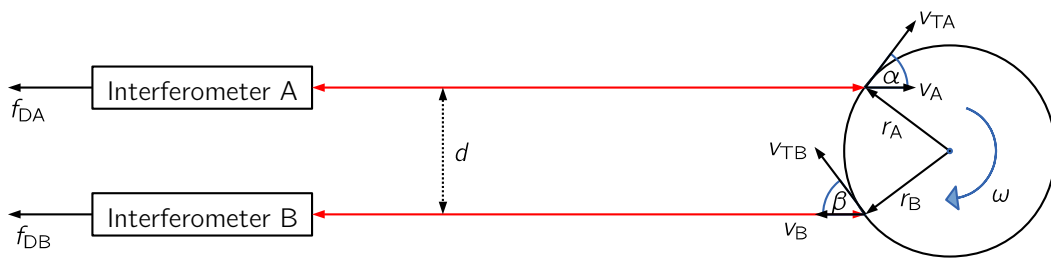


Abbildung 3.6: Messverfahren zur Rotationsschwingungsmessung mittels zweier Interferometer.

Mit dem geometrischen Zusammenhang der Winkel  $\alpha$  und  $\beta$  und mit den Radien  $r_A$  und  $r_B$  gilt

$$d = r_A \cdot \cos \alpha + r_B \cdot \cos \beta \quad . \quad (3.15)$$

### 3.1 Messprinzip zur primären Darstellung des Drehmoments

Für die Summe der Dopplerfrequenzen gilt mit den Gleichungen 3.14a, 3.14b und 3.15

$$f_D = f_{DA} + f_{DB} = \frac{2 \cdot d \cdot \omega}{\lambda} . \quad (3.16)$$

Die Gleichung zeigt, dass die Winkelgeschwindigkeitsmessung (Dopplerfrequenz  $f_D$ ) nicht von der exakten Positionierung zur Wellenmitte (eine außermittige Positionierung bedeutet  $\alpha \neq \beta$ ) abhängig ist und daher ohne Anforderungen an die Rundheit der Messwelle ist. Prinzipbedingt werden auch translatorische Bewegungen der Messwelle durch die unterschiedlichen Vorzeichen der gemessenen Geschwindigkeitskomponenten der beiden Messstrahlen subtraktiv kompensiert [LRS94].

#### 3.1.2.4 Interferometrische Messung an Gittern

Die im vorhergehenden Abschnitt beschriebenen Methoden der interferometrischen Messung lassen sich auch auf Beugungsgitter anwenden. Fällt Licht auf eine solche periodische Gitterstruktur, so wird es dort abhängig von der Strukturbreite (der Gitterkonstanten)  $g$  gebeugt (siehe Abbildung 3.7). Bei einem Beobachtungsabstand der deutlich größer ist als die Strukturbreite, lassen sich für monochromatisches Licht einzelne Intensitätsmaxima des gebeugten interferierenden Lichtes erkennen. Der Beugungswinkel  $\theta$  der Intensitätsmaxima bei orthogonal zum Gitter einfallendem Licht ergibt sich aus der Bragg-Gleichung mit der Beugungsordnung  $k$  und der Wellenlänge  $\lambda$ , und es gilt

$$k \cdot \lambda = g \cdot \sin \theta . \quad (3.17)$$

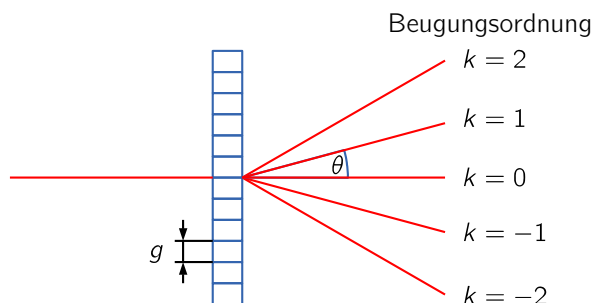


Abbildung 3.7: Schematische Darstellung der Intensitätsmaxima durch die Beugung an einem Transmissionsgitter.

Bei einer Bewegung des Gitters sind die Intensitätsmaxima ortsfest. Läuft das Gitter durch den Strahl, kommt es zu einer Modulation der gebeugten Strahlen in allen Beugungsordnungen außer der nullten. Das bewegte Gitter führt zu einer entsprechenden Bewegung der von den durchstrahlten Gitterlinien gebeugten Teilstrahlen, nicht jedoch zu einer Positionsänderung der durch die Interferenz entstehenden Intensitätsmaxima. Auch im bewegten System kann die Beugung wie im stehenden System betrachtet werden, und

es treten die gleichen Beugungswinkel nach Gleichung 3.17 auf. Bei der Transformation in das stehende Koordinatensystem der Umgebung kommt es zu einer Frequenzmodulation aufgrund des Doppler-Effektes [Nie+93, S.389 ff.]. Wenn die Geschwindigkeit in Anzahl der Teilungsperioden  $g$  pro Zeiteinheit angenommen wird ( $v = g/t$ ), ergibt sich aus Gleichung 3.17

$$v_{\text{Gitter}} = \frac{k \cdot \lambda}{t \cdot \sin \theta} \quad . \quad (3.18)$$

Die im Winkel  $\theta$  gebeugten Lichtstrahlen haben die Geschwindigkeitskomponenten  $v_{\text{Gitter}} \cdot \sin \theta$ . Für die Frequenzverschiebung durch den Doppler-Effekt gilt hier

$$\Delta f_{\text{D}} = \frac{v_{\text{Gitter}} \cdot \sin \theta}{\lambda} \quad . \quad (3.19)$$

Aus den beiden letzten Gleichungen folgt damit für die Frequenzverschiebung  $\Delta f_{\text{Doppler}}$  durch das Gitter

$$\Delta f_{\text{D}} = \frac{\left(\frac{k \cdot \lambda}{t \cdot \sin \theta}\right) \cdot \sin \theta}{\lambda} = k \cdot \frac{1}{t} \quad . \quad (3.20)$$

Die modulierte Dopplerfrequenzverschiebung ist also proportional zur Anzahl der durchlaufenen Gitterlinien pro Zeit und abhängig von der betrachteten Beugungsordnung, die Vorzeichen und Multiplikationsfaktor darstellen. So kommt es bei einer Geschwindigkeit in Richtung der positiven Beugungsordnungen zu einer Frequenzerhöhung in den Beugungsordnungen mit positivem Vorzeichen und zu einer Frequenzverringern in den Beugungsordnungen mit negativem Vorzeichen.

Für auf einer kreisförmigen Scheibe angeordnete Radialgitter kann mit diesem Verfahren die Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  gemessen werden, wenn die Teilung  $\Delta\varphi$ , also die Anzahl der Gitterlinien  $N$  auf dem Umfang, bekannt ist:

$$\Delta\varphi = \frac{N}{360^\circ} \quad (3.21)$$

Für die Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  folgt mit der vorangegangenen Gleichung

$$\omega = \frac{k \cdot \frac{1}{t}}{\Delta\varphi} = \frac{\Delta f_{\text{D}}}{\Delta\varphi} \quad . \quad (3.22)$$

Mach-Zehnder-Heterodyninterferometer können somit auch zur Winkelgeschwindigkeitsmessung mit Gittern eingesetzt werden. Hierfür wird der Laserstrahl des Interferometers über einen Strahlteiler und einen Spiegel auf das Beugungsgitter gelenkt. Der optische Aufbau ist in Abbildung 3.8 dargestellt. Das gebeugte Laserlicht wird dann wieder in das Interferometer zurückgekoppelt. Abhängig von der Bewegungsrichtung des Gitters kommt es nun zu einer Modulation des Laserstrahls, der der einer translatorischen Bewegung, wie zuvor beschrieben, entspricht.

Werden die Laserstrahlen zweier Interferometer an gegenüberliegenden Seiten der Radialgitterscheibe durch das Gitter geleitet, ergibt sich der vorteilhafte Effekt, dass sich die drehzahlabhängigen Dopplerfrequenzverschiebungen addieren und eventuelle parasitäre Longitudinalbewegungen entweder nicht gemessen werden (quer zur Strahlrichtung horizontal und vertikal), da die Gitter ihre Position zum Messstrahl nicht ändern, oder durch gleiches Vorzeichen eliminiert werden (in Strahlrichtung).

### 3.1 Messprinzip zur primären Darstellung des Drehmoments

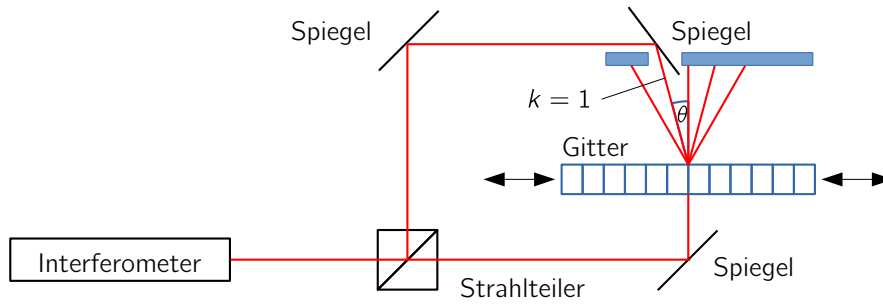


Abbildung 3.8: Interferometeraufbau mit Transmissionsgitter.

#### 3.1.2.5 Phasenwinkelauswertung an Interferometern

Mit der Dopplerverschiebung der Frequenz des Laserlichts des Interferometers kommt es auch zu einer Phasenmodulation  $\Delta\varphi$ , die proportional zur Wegverschiebung  $\Delta s$  bei translatorischen Messungen ist. Für eine messtechnische Erfassung von Schwingungsvorgängen hat eine Phasenmessung den Vorteil, dass diese für jeden erfassten Wert einzeln bestimmt werden kann, wenn die Absolutphase bekannt ist. Für Messungen von translatorischen Verschiebungen ergibt sich der Zusammenhang von Phase  $\varphi(t)$  und Weg  $s(t)$  mit der Wellenlänge des Laserlichtes  $\lambda$  nach Gleichung 3.8. Basierend auf diesem Zusammenhang lässt sich analog zur Dopplereffektverschiebung beim Rotationsvibrometer der Zusammenhang der zwei Phasenwinkel  $\varphi_A$  und  $\varphi_B$  der Einzelinterferometer A und B beschreiben. Wie in Abbildung 3.6 für Winkelgeschwindigkeitskomponenten dargestellt, messen die zwei Interferometer bei einer Verdrehung um den Winkel  $\Phi$  die resultierenden Tangentialverschiebungen  $s_{TA}$  und  $s_{TB}$  (vgl. Gleichungen 3.13, 3.14a und 3.14b).

In Abhängigkeit der Oberflächenwinkel  $\alpha$  und  $\beta$  ergeben sich die Verschiebungen

$$s_A = s_{TA} \cdot \cos \alpha = r_A \cdot \Phi \cdot \cos \alpha \quad \text{und} \quad (3.23)$$

$$s_B = s_{TB} \cdot \cos \beta = r_B \cdot \Phi \cdot \cos \beta \quad , \quad (3.24)$$

und mittels Gleichung 3.15 kann auch für die Phasenmessung der trigonometrische Zusammenhang von Strahlabstand  $d$  und Verschiebung bestimmt werden:

$$s_A + s_B = \Phi \cdot d \quad (3.25)$$

Für die Phasenwinkel  $\varphi_A$  und  $\varphi_B$  folgt mit Gleichung 3.8

$$s_A + s_B = (\varphi_A + \varphi_B) \cdot \frac{\lambda}{4 \cdot \pi} \quad , \quad (3.26)$$

und damit für den Verdrehwinkel  $\Phi$

$$\Phi = (\varphi_A + \varphi_B) \cdot \frac{\lambda}{4 \cdot \pi \cdot d} \quad . \quad (3.27)$$

Auch für durch ein Gitter modulierte Interferometer lässt sich der Phasenwinkel auswerten. In den Intensitätsmaxima der verschiedenen Beugungsordnungen  $k$  interferieren die durch die Gittermaske gebeugten Lichtstrahlen konstruktiv, weisen also eine Phasendifferenz von  $2 \cdot \pi \cdot k$  zueinander auf. Bei Verschiebung des Gitters wird die Gesamtphase des interferierenden Lichtes moduliert und zwar um eben diese  $2 \cdot \pi \cdot k$  je durchlaufener Gitterlinie.

Im Fall eines Radialgitters mit  $N_{\text{Umfang}}$  Linien auf dem Umfang ergibt sich eine Teilung von

$$\Delta\Phi = \frac{360^\circ}{N_{\text{Umfang}}} = \frac{2 \cdot \pi}{N_{\text{Umfang}}} \quad (3.28)$$

für Winkelangaben in Grad bzw. Radiant. Für die Phasenverschiebung des Interferometers in Abhängigkeit des Verdrehwinkels  $\Phi$  und der Beugungsordnung  $k$  folgt damit

$$\varphi(t) = 2 \cdot \pi \cdot k \cdot \frac{\Phi(t)}{\Delta\Phi} \quad , \quad (3.29)$$

was auch experimentell bestätigt wurde [TM95].

## 3.2 Modellbasierte Beschreibung

Das Verhalten eines Drehmomentaufnehmers bei dynamischer Anregung kann, anders als bei statischer Belastung, nicht mit einem Wert (wie der statischen Empfindlichkeit) charakterisiert werden. Für statisch kalibrierte DMS-basierte Aufnehmer wird die ermittelte Empfindlichkeit in  $(\frac{\text{mV}}{\text{V}})/\text{N} \cdot \text{m}$  angegeben. Je nach ausgeführter Kalibrierung wird die Empfindlichkeit durch einen einzelnen Wert (bei größeren Messunsicherheiten) oder durch ein Polynom charakterisiert.

Die Beschreibung des dynamischen Verhalten ist komplexer. Da Drehmomentaufnehmer beidseitig mit der Umgebung mechanisch gekoppelt sind, kann bei dynamischen Drehmomenten die Umgebung das Verhalten des Aufnehmers beeinflussen. Ebenso kann der Einbau eines Drehmomentaufnehmers in einen Versuchsaufbau oder dessen Austausch gegen ein anderen Typ das Schwingungsverhalten des Versuchsaufbaus beeinflussen. Um die Wechselwirkung des Aufnehmers mit seiner Umgebung beschreiben und abschätzen zu können, ist eine Modellierung des dynamischen Verhaltens unumgänglich. Diese Modellierung umfasst für die eigentliche Kalibrierung nur ein Modell des Aufnehmers. Da durch die vorgenannte mechanische Kopplung dessen Eigenschaften aber nicht unabhängig von der Umgebung bestimmt werden können, muss auch die Messeinrichtung modellhaft beschrieben werden.

### 3.2.1 Modell des Drehmomentaufnehmers

Die Modellierung des Aufnehmers soll auf der einen Seite eine adäquate mathematische Beschreibung des dynamischen Aufnehmerverhaltens ermöglichen, auf der anderen Seite



### 3.2 Modellbasierte Beschreibung

aber auch den Aufbau physikalisch nachbilden. Das Modell wird daher anhand des tatsächlichen Aufbaus von Drehmomentenaufnehmern ausgelegt. Wie bereits im Abschnitt 2.2 beschrieben wurde, sind Drehmomentenaufnehmer für dynamische Anwendungen zum Großteil mit Dehnungsmessstreifen ausgeführt. Diese haben einen charakteristischen konstruktiven Aufbau, der sich durch eine möglichst drehsteife Aufnehmerkonstruktion auszeichnet, die an den Stellen, an denen die DMS appliziert sind, eine geringere Steifigkeit aufweisen und daher dort strukturell nachgiebiger sind.

Der mechanische Aufbau, die Messprinzipien und das Frequenzspektrum dynamischer Anregungen sind bei Kraftaufnehmern ähnlich denen von Drehmomentenaufnehmern. Im Unterschied zur Messgröße *Drehmoment* gibt es aber für die Kalibrierung von Kraftaufnehmern schon seit etwa 15 Jahren Forschung zum Verhalten bei dynamischer Anregung, sowohl für periodische (sinusförmige) [KL90; Kum96] als auch für stoßförmige Kräfte [Bru+02; KB03]. Auch für die dynamische Charakterisierung von Kraftaufnehmer wird eine modellbasierte Beschreibung genutzt [Lin+06; Kob+07]. Auf diese Erfahrungen wurde für die Wahl des Modells des Drehmomentenaufnehmers zurückgegriffen.

Für die Modellierung des Drehmomentenaufnehmers wird ein lineares und zeitinvariantes (engl. linear and time invariant, LTI) Modell gewählt. Die Aufnehmer sind von den Herstellern auf ein lineares Verhalten hin ausgelegt und optimiert. Die gemessenen Dehnungen müssen im elastischen Bereich der Verformung des Messkörpers stattfinden, um neben der Linearität des Ausgangssignals zur eingeleiteten Belastung auch Langzeitstabilität erreichen zu können. Datenblattangaben für Drehmomentenaufnehmer, die auch durch Kalibrierungen bestätigt sind, erlauben die Annahme linearen Verhaltens (beispielhaft [Hot12; Hot13; Kis12]). Aus Erfahrungen mit DMS-basierten Aufnehmern, die für (statische) Ringvergleiche zwischen Laboratorien genutzt werden und daher eine bekannte Historie aufweisen sollen, ist bekannt, dass sich die Eigenschaften auch über lange Zeit in nur geringem Maße ändern [EH00; RM06; Pus07]. Die Messunsicherheiten statischer Drehmomentkalibrierungen sind sehr klein (einige  $10^{-5}$  relativ). Somit sind die Ansprüche, die an Aufnehmer in Bezug auf Linearität und Langzeitstabilität gestellt werden, weit höher, als sich für dynamische Messungen Messunsicherheiten erwarten lassen. Daher ist im Rahmen der für eine dynamische Kalibrierung zu erwartenden Messunsicherheiten eine Betrachtung des Aufnehmers als lineares und zeit-invariantes System zulässig.

Aus dem mechanischen Aufbau DMS-basierter Drehmomentenaufnehmer (vgl. Abbildungen 2.3, 2.4) und den Erfahrungen mit Kraftaufnehmern hat sich ein rotatorisches Feder-Masse-Dämpfer-Modell mit vier Modellparametern herausgebildet, das in Abbildung 3.9 dargestellt ist. Die Messfederelemente werden durch eine masselose Torsionsfeder  $c_T$  modelliert, der ein ebenfalls masseloser Dämpfer  $d_T$  parallel geschaltet ist. Das Gesamtträgheitsmoment  $J$  des Drehmomentenaufnehmers teilt sich auf beide Seiten des Feder-Dämpfer-Elementes auf und ist mit  $J_H$  (Kopf, engl. head),  $J_B$  (Fuß, engl. base) bezeichnet, wie in Abbildung 3.9 dargestellt. Die Verteilung des Gesamtträgheitsmoment in die Anteile ober- und unterhalb der Messfeder richtet sich nach dem konstruktiven Aufbau des Aufnehmers und wird zusammen mit den anderen Komponenten ( $c_T$ ,  $d_T$ ) durch Messungen während der Kalibrierung bestimmt.

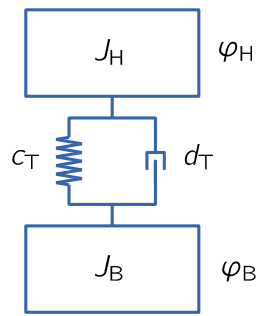


Abbildung 3.9: Mechanisches Modell des Drehmomentaufnehmers.

Das vom einwirkenden Drehmoment  $M$  abhängige Ausgangsspannungssignal des Aufnehmers  $U_{\text{DUT}}$  wird als proportional zum Torsionswinkel  $\Delta\varphi$  der Aufnehmerober- und -unterseite angenommen:

$$U_{\text{DUT}}(t) \propto M(t) \propto \Delta\varphi(t) . \quad (3.30)$$

Dies gilt unter der Annahme, dass eventuelle Einflüsse durch elektronische Komponenten wie Brückenverstärker bekannt sind und kompensiert werden können.

### 3.2.2 Modell der Messeinrichtung

Durch die mechanischen Verbindungen zwischen Messeinrichtung und dem zu kalibrierenden Aufnehmer lassen sich gegenseitige Beeinflussungen nicht vermeiden. Um in der Lage zu sein, die Eigenschaften des Aufnehmers zweifelsfrei im Rahmen der angestrebten Messunsicherheit zu bestimmen, ist es unerlässlich, auch an den Aufnehmer angekoppelte Elemente in die Modellierung mit einzubeziehen. Das gewählte Modell der Messeinrichtung ist ebenso wie das des Aufnehmers linear und zeit-invariant. Die bereits beschriebenen Komponenten der Messeinrichtung werden im Modell anhand ihrer Eigenschaften berücksichtigt. Wie in Abbildung 3.2 dargestellt, sind alle Komponenten in einem drehbar gelagerten Wellenstrang angeordnet. Dieser unverzweigte Aufbau hintereinander angeordneter Komponenten wurde entsprechend in das Modell übernommen. Vereinfachend werden direkt verbundene Starrkörperelemente zu einem Element zusammengefasst. Die beschriebenen Kupplungselemente zur Ankopplung des Aufnehmers sind zwar konstruktiv dafür ausgelegt, torsionssteif und gleichzeitig biegeweich zu sein, in Verbindung mit dem Ziel, die zusätzlich angekoppelten Massenträgheitsmomente so gering wie möglich zu halten, sind sie dennoch als die dominanten Torsionselemente im Modell anzunehmen. Wie der Drehmomentaufnehmer werden sie als Massenträgheitsmoment-Feder-Dämpfer-Kombination beschrieben. Die Schnittstelle von Messeinrichtung und zu kalibrierendem Aufnehmer wird trotz angenommener Starrkörperankopplung im Modell mit getrennten Massenträgheitsmomenten ausgeführt, um eine Trennung von Modelleigenschaften des zu untersuchenden Aufnehmers und der Messeinrichtung sicherstellen zu können.

### 3.2 Modellbasierte Beschreibung

In der Abbildung 3.10 ist schematisch der Aufbau der Messeinrichtung (inklusive Aufnehmer) mit den zugehörigen Modellkomponenten dargestellt. Das Massenträgheitsmoment  $J_{M1}$ , dessen Winkelauslenkung  $\varphi_M$  gemessen wird, ist starr mit dem oberen Teil der Kupplung  $J_{M2}$  verbunden. Das bei dynamischer Anregung infolge der Trägheit erzeugte Drehmoment wird durch die Torsionsfeder-Dämpfer-Kombination  $c_M, d_M$  der Kupplung auf den unteren Teil der Kupplung, der starr mit dem Aufnehmer verbunden ist, übertragen. Auf die Torsionsfeder des Aufnehmers, deren Torsion als proportional zum Ausgangssignal angenommen wird (siehe Gleichung 3.30), wirken so das Drehmoment des beschleunigten Massenträgheitsmoments über die Feder des Kupplungselements  $J_{M2}$ , wie auch die mitbeschleunigten starr gekoppelten Massenträgheitsmomente des unteren Kupplungsteils  $J_{M1}$  und der oberen Hälfte  $J_H$  des Aufnehmers selbst. Die Winkelbeschleunigungen  $\ddot{\varphi}_E$  werden durch einen Rotationserreger erzeugt, der mittels einer Kupplung (bestehend aus  $J_{E2}, d_E, c_E$ , sowie in Teilen aus  $J_{E1}$ ) an den Aufnehmer angekoppelt ist. Das Massenträgheitsmoment des Rotationserregers wird  $J_{E1}$  zugeschlagen.

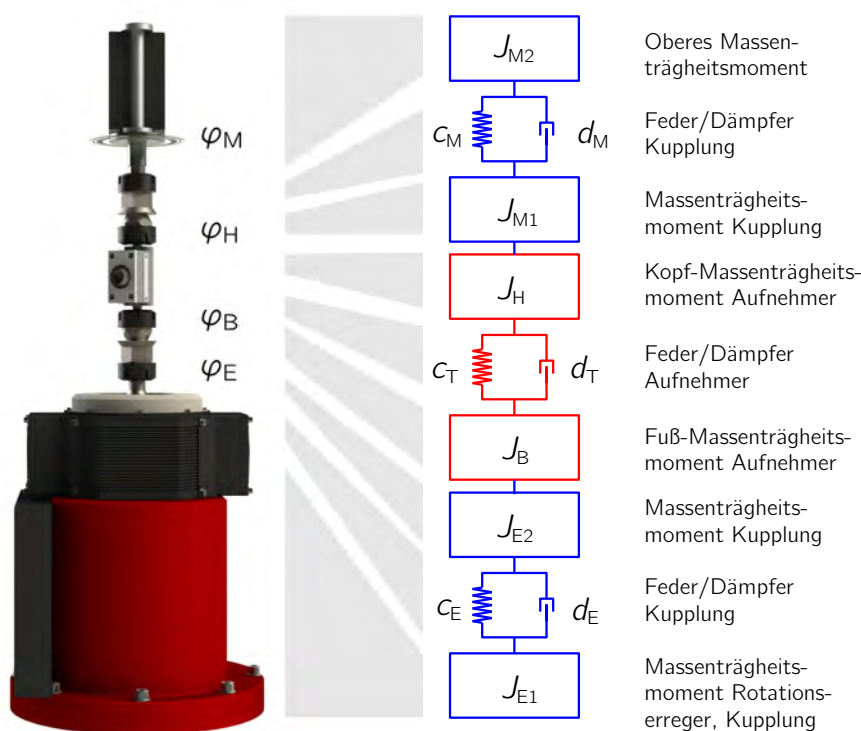


Abbildung 3.10: Modell der Messeinrichtung mit den zugehörigen Komponenten.

Das Modell von Messeinrichtung inklusive des Drehmomentenaufnehmers lässt sich als lineares inhomogenes Differentialgleichungssystem der allgemeinen Form

$$\mathbf{J}\ddot{\varphi} + \mathbf{D}\dot{\varphi} + \mathbf{C}\varphi = \mathbf{M} \quad (3.31)$$

mit der Massenträgheitsmomentsmatrix  $\mathbf{J}$ , der Dämpfungsmatrix  $\mathbf{D}$  und der Steifig-

keitsmatrix  $\mathbf{C}$  beschreiben. Die Modellkonfiguration aus Abbildung 3.10 führt zu den im folgenden dargestellten Matrizen:

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} J_{M2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (J_{M1} + J_H) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (J_B + J_{E2}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_{E1} \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} d_M & -d_M & 0 & 0 \\ -d_M & (d_M + d_T) & -d_T & 0 \\ 0 & -d_T & (d_T + d_E) & -d_E \\ 0 & 0 & -d_E & d_E \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_M & -c_M & 0 & 0 \\ -c_M & (c_M + c_T) & -c_T & 0 \\ 0 & -c_T & (c_T + c_E) & -c_E \\ 0 & 0 & -c_E & c_E \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

Die erzwungenen Schwingungen des Rotationserregers finden sich im Lastvektor  $\mathbf{M}$ , die Winkel-, Winkelgeschwindigkeits- und Winkelbeschleunigungsvektoren  $\boldsymbol{\varphi}$ ,  $\dot{\boldsymbol{\varphi}}$ ,  $\ddot{\boldsymbol{\varphi}}$  beinhalten die jeweils zugehörigen Positionen im Strang:

$$\boldsymbol{\varphi} = \begin{bmatrix} \varphi_M(t) \\ \varphi_H(t) \\ \varphi_B(t) \\ \varphi_E(t) \end{bmatrix}, \quad \dot{\boldsymbol{\varphi}} = \begin{bmatrix} \dot{\varphi}_M(t) \\ \dot{\varphi}_H(t) \\ \dot{\varphi}_B(t) \\ \dot{\varphi}_E(t) \end{bmatrix}, \quad \ddot{\boldsymbol{\varphi}} = \begin{bmatrix} \ddot{\varphi}_M(t) \\ \ddot{\varphi}_H(t) \\ \ddot{\varphi}_B(t) \\ \ddot{\varphi}_E(t) \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ M(t) \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

### 3.3 Identifikation der Modellparameter des Aufnehmers

Ziel bei der dynamischen Drehmomentkalibrierung ist die Charakterisierung der dynamischen Eigenschaften des Aufnehmers. Dies erfolgt durch Identifikation der Parameter des Aufnehmermodells. Die Identifikation soll auf Basis von Messwerten erfolgen, die bei der Kalibrierung mit sinusförmiger Anregung und unterschiedlichen Frequenzen in der hierfür aufgebauten dynamischen Drehmomentmesseinrichtung aufgezeichnet werden.

Die Identifikation der Modellparameter des Messobjektes kann aber nur gelingen, wenn das im Modell beschriebene Gesamtsystem eine ausreichend geringe Zahl unbekannter Parameter besitzt. Das System muss also in einem Maß vorher bestimmt sein, dass aufgrund

### 3.3 Identifikation der Modellparameter des Aufnehmers

der Kalibriermessdaten die Identifikation der Modellparameter des Drehmomentaufnehmers möglich ist. Aus diesem Grund müssen alle Parameter der Messeinrichtung nach Möglichkeit vor der Messung bestimmt werden. Die Verfahren zur Bestimmung der Parameter der Messeinrichtung werden in Abschnitt 3.4 beschrieben. Aus diesen Messungen ergeben sich für das Differentialgleichungssystem bekannte und die gesuchten unbekannt Parameter. Welche Parameter für die Modellparameteridentifikation als bekannt und welche als unbekannt angenommen werden können, ist in Tabelle 3.1 dargestellt.

Tabelle 3.1: Modellparameter der Messeinrichtung und des Aufnehmers.

	Bekannte Modellparameter	Unbekannte Modellparameter
Massenträgheitsmoment	$J_{M2}, J_{M1}, J_{E2}$	$J_B, J_H$
Torsionssteifigkeit	$c_M, c_E$	$c_T$
Dämpfung	$d_M, d_E$	$d_T$

#### 3.3.1 Übertragungsfunktionen

Die Eingangsgrößen für die Modellparameteridentifikation sind die Messdaten der Winkelposition, Winkelgeschwindigkeit und Winkelbeschleunigung im Strang der Messeinrichtung. Messtechnisch lassen sich nicht an allen für die Modellierung erforderlichen Stellen diese Messgrößen erfassen. So können zwar die erforderlichen Größen ganz oben und unten im Strang ( $\varphi_M(t), \varphi_E(t)$ ) erfasst werden, nicht jedoch die Winkel direkt ober- und unterhalb des Aufnehmers ( $\varphi_T(t), \varphi_B(t)$ ). Die Winkeldifferenz  $\Delta\varphi(t) = \varphi_T(t) - \varphi_B(t)$  ist aber proportional zum Ausgangsspannungssignal des Aufnehmers  $U_{DUT}$  (siehe Gleichung 3.30). Somit kann mit einem unbekanntem und ebenfalls zu identifizierenden Proportionalitätsfaktor  $\rho$  das Spannungssignal  $U_{DUT}$  als Maß der Torsionswinkeldifferenz ober- und unterhalb des zu kalibrierenden Aufnehmers herangezogen werden, denn es gilt

$$U_{DUT} = \rho \cdot \Delta\varphi_{HB}(t) = \rho (\varphi_H(t) - \varphi_B(t)) \quad . \quad (3.37)$$

Die erfassten Messwerte an Ober- oder Unterseite des Messstranges, wie auch das Drehmomentaufnehmersignal, können jeweils nur Informationen einer Messgröße, also Winkel, Winkelgeschwindigkeit oder Winkelbeschleunigung enthalten. Die Anregung mit sinusförmigen harmonischen Schwingungen erlaubt einen Verzicht auf numerische Differentiation oder Integration. Die zugehörigen Werte lassen sich direkt aus der vorhandenen Messgröße berechnen. Mit der Winkelamplitude  $\hat{\varphi}$  der sinusförmigen Schwingung gilt für den Winkel und seine Ableitungen in komplexer Schreibweise

$$\begin{aligned} \varphi(t) &= \hat{\varphi} e^{i\omega t} \quad , \\ \dot{\varphi}(t) &= i\omega \hat{\varphi} e^{i\omega t} \quad \text{bzw.} \quad \dot{\varphi}(t) = i\omega \varphi(t) \quad , \\ \ddot{\varphi}(t) &= -\omega^2 \hat{\varphi} e^{i\omega t} \quad \text{bzw.} \quad \ddot{\varphi}(t) = -\omega^2 \varphi(t) \quad . \end{aligned} \quad (3.38)$$

Für die Parameteridentifikation sind zwei unterschiedliche Ansätze denkbar: Für Aufnehmer, deren Torsionssteifigkeit weit unter der der Messeinrichtung liegt, kann ein vereinfachter Modellansatz gewählt werden, bei dem die Komponenten der Modelleinrichtung als starr gekoppelte Körper betrachtet werden. Für Aufnehmer höherer Steifigkeit muss ein allgemeiner Modellansatz mit Einbeziehung der Steifigkeiten der Messeinrichtung gewählt werden. Für beide Modelle werden aus den Messdaten Übertragungsfunktionen  $H(i\omega)$  im Frequenzraum berechnet, auf deren Basis die gesuchten Parameter approximiert werden. Beide Modelle und ihre zugehörigen Übertragungsfunktionen sind in Abbildung 3.11 dargestellt.

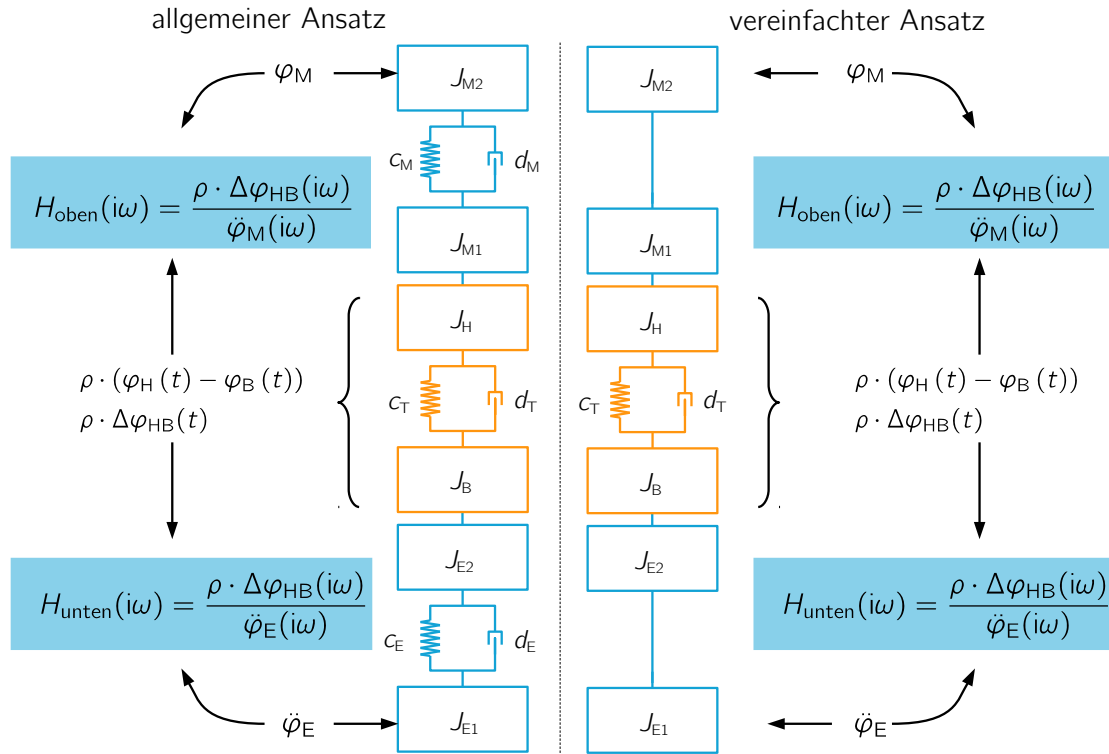


Abbildung 3.11: Allgemeines Modell (links) und vereinfachtes Modell (rechts) für die Parameteridentifikation mit den zugehörigen Übertragungsfunktionen.

In beiden Fällen werden zwei Übertragungsfunktionen aus Ober- und Unterteil der Messeinrichtung gebildet. Die Übertragungsfunktion des oberen Teils  $H_{\text{oben}}(i\omega)$  setzt das komplexe Ausgangssignal des Aufnehmers  $\rho \cdot \Delta\varphi(i\omega)$  mit der gemessenen komplexen Winkelbeschleunigung am oberen Ende der Messeinrichtung  $\ddot{\varphi}_M(i\omega)$  im Frequenzraum ins Verhältnis.

$$H_{\text{oben}}(i\omega) = \frac{\rho \cdot \Delta\varphi_{\text{HB}}(i\omega)}{\ddot{\varphi}_M(i\omega)} \quad (3.39)$$

Für die zweite Übertragungsfunktion  $H_{\text{unten}}(i\omega)$  wird analog verfahren. Hierbei wird aus dem Ausgangssignal des Aufnehmers und der Winkelbeschleunigung  $\ddot{\varphi}_E(i\omega)$  am unteren

### 3.3 Identifikation der Modellparameter des Aufnehmers

Ende der Messeinrichtung am Rotationserreger die entsprechende Übertragungsfunktion gebildet.

$$H_{\text{unten}}(i\omega) = \frac{\rho \cdot \Delta\varphi_{\text{HB}}(i\omega)}{\ddot{\varphi}_{\text{E}}(i\omega)} \quad (3.40)$$

Mit Hilfe der Matrizen von Massenträgheit, Dämpfung und Torsionssteifigkeit (siehe Gl. 3.32, 3.33, 3.34) des Gleichungssystems lassen sich die den Übertragungsfunktionen hinterlegten Modellbeziehungen bestimmen.

#### 3.3.1.1 Modell mit einem Freiheitsgrad

Für den vereinfachten Modellansatz wird die Steifigkeit der Kupplungselemente als unendlich hoch angenommen. Die Komplexität des Modells reduziert sich dadurch drastisch, es besitzt so nur noch einen Freiheitsgrad. Im Folgenden werden die Zusammenhänge von Winkel, Winkelgeschwindigkeit und Winkelbeschleunigung aus den Gleichungen 3.38 angewandt. Die Massenträgheitsmomente  $J_{M2}$ ,  $J_{M1}$  und  $J_T$  werden zu einem Kopfmassenträgheitsmoment  $J_{\text{oben}}$  zusammengefasst, und analog wird aus  $J_{E2}$ ,  $J_{E1}$  und  $J_B$  die Größe  $J_{\text{unten}}$ . Aus dem Differentialgleichungssystem folgt für die Winkeldifferenz am Aufnehmer  $\Delta\varphi_{\text{HB}} = \Delta\varphi_{\text{ME}}$ , und es gilt

$$\Delta\varphi_{\text{ME}}(i\omega) = \frac{\omega^2 J_{\text{oben}} \varphi_{\text{M}}}{i\omega d_T + c_T} \quad (3.41)$$

Für die Übertragungsfunktionen folgt aus dem Differentialgleichungssystem für den oberen Teil der Messeinrichtung

$$H_{\text{oben}}(i\omega) = -\rho \cdot \frac{J_{\text{oben}}}{i\omega d_T + c_T} \quad (3.42)$$

und für den unteren Teil der Messeinrichtung

$$H_{\text{unten}}(i\omega) = -\rho \cdot \left( \frac{1}{\omega^2} - \frac{J_{\text{oben}}}{i\omega d_T + c_T} \right) \quad (3.43)$$

Wie aus den beiden Übertragungsfunktionen ersichtlich wird, ist es nicht möglich, Torsionssteifigkeit, Dämpfung und Massenträgheitsmoment unabhängig voneinander zu bestimmen. Das Massenträgheitsmoment am Fußteil ließe sich grundsätzlich nicht bestimmen. Die vereinfachten Modellannahmen führen dazu, dass das Massenträgheitsmoment und die Verteilung zwischen Kopf- und Fußteil des Aufnehmers vor der Messung der Parameteridentifikation auf anderem Weg bestimmt worden sein müsste.

#### 3.3.1.2 Modell mit drei Freiheitsgraden

Für das komplexere Modell wurden in gleicher Weise die Gleichungen für die Übertragungsfunktionen aufgestellt. Aus dem Differentialgleichungssystem folgt für die Winkeldifferenz über dem Aufnehmer  $\Delta\varphi_{\text{HB}}(i\omega)$  der Ausdruck

$$\Delta\varphi_{\text{HB}}(i\omega) = \frac{-\omega^2 J_{M2} \varphi_{\text{M}}}{i\omega d_T + c_T} - \left( \frac{\omega^2 (J_{M1} + J_H)}{i\omega d_T + c_T} \cdot \frac{(\omega^2 J_{M2} + i\omega d_M + c_M) \varphi_{\text{M}}}{i\omega d_M + c_M} \right) \quad (3.44)$$

Die Herleitung für diese und die im Folgenden dargestellten Übertragungsfunktionen findet sich im Abschnitt A.1. Aus der vorangegangenen Gleichung folgt für die Übertragungsfunktion des Kopfteils

$$H_{\text{oben}}(i\omega) = -\rho \cdot \frac{J_{M2} + (J_{M1} + J_H) \cdot K_t(i\omega)}{i\omega d_T + c_T} \quad (3.45)$$

mit

$$K_t(i\omega) = \frac{\varphi_H}{\varphi_M} = \frac{\omega^2 J_{M2} + i\omega d_M + c_M}{i\omega d_M + c_M} \quad , \quad (3.46)$$

wobei  $K_t(i\omega)$  nur die bekannten Parameter des Kopfteils der Messeinrichtung beinhaltet.

Die Übertragungsfunktion des unteren Teils des Messstranges  $H_{\text{unten}}(i\omega)$  führt zu komplexeren Gleichungen. Um eine übersichtlichere Darstellung zu ermöglichen, werden analog zu  $K_t(i\omega)$  die bekannten Modellparameter des Fußteils in  $K_b(i\omega)$  zusammengefasst, somit folgt

$$K_b(i\omega) = \frac{\omega^2 J_{E2} + i\omega d_E + c_E}{i\omega d_E + c_E} \quad . \quad (3.47)$$

Die daraus resultierende Gleichung für die Übertragungsfunktion

$$H_{\text{unten}}(i\omega) = \frac{H_{\text{oben}}(i\omega)}{\frac{\omega^2 H_{\text{oben}}(i\omega)}{\rho} \cdot \left( \frac{-\omega^2 J_B}{i\omega d_E + c_E} + \frac{i\omega d_T + c_T}{i\omega d_E + c_E} + K_b(i\omega) \right) + K_t(i\omega) \cdot \left( \frac{-\omega^2 J_B}{i\omega d_E + c_E} + K_b(i\omega) \right)} \quad (3.48)$$

lässt sich übersichtlicher invertiert darstellen. Für  $H_{\text{unten}}^{-1}(i\omega)$  ergibt sich

$$H_{\text{unten}}^{-1}(i\omega) = \frac{\omega^2}{\rho} \cdot \left( \frac{-\omega^2 J_B}{i\omega d_E + c_E} + \frac{i\omega d_T + c_T}{i\omega d_E + c_E} + b(i\omega) \right) + \frac{K_t(i\omega)}{H_{\text{oben}}} \cdot \left( \frac{-\omega^2 J_B}{i\omega d_E + c_E} + K_b(i\omega) \right) \quad (3.49)$$

bzw. mit  $H_{\text{oben}}(i\omega)$  aus Gleichung 3.45

$$H_{\text{unten}}^{-1}(i\omega) = \frac{\omega^2}{\rho} \cdot \left( \frac{-\omega^2 J_B}{i\omega d_E + c_E} + \frac{i\omega d_T + c_T}{i\omega d_E + c_E} + K_b(i\omega) \right) - \frac{K_t(i\omega)}{\rho} \cdot \left( \frac{\left( \frac{-\omega^2 J_B}{i\omega d_E + c_E} + K_b(i\omega) \right) \cdot (i\omega d_T + c_T)}{J_{M2} + (J_{M1} + J_H) \cdot K_t(i\omega)} \right) \quad . \quad (3.50)$$

Von den gesuchten Aufnehmerparametern lassen sich aus  $H_{\text{oben}}$  die gesuchten Parameter  $J_H$ ,  $d_T$  und  $c_T$  identifizieren (siehe Gleichung 3.45), während aus  $H_{\text{unten}}$  zusätzlich auch  $J_B$  gewonnen werden kann, wie aus Gleichung 3.50 ersichtlich wird.



### 3.3 Identifikation der Modellparameter des Aufnehmers

#### 3.3.1.3 Gewähltes Modell für die Parameteridentifikation

Aufgrund der starken Beschränkungen des vereinfachten Modells mit nur einem Freiheitsgrad in Bezug auf die Bestimmung des Aufnehmermassenträgheitsmoments wird für die Modellparameteridentifikation nur das komplexere Modell mit drei Freiheitsgraden eingesetzt. Hiermit ist es möglich, alle gesuchten Parameter des Aufnehmers zu bestimmen, sofern diese einen ausreichend starken Einfluss auf die Übertragungsfunktion besitzen.

#### 3.3.2 Simulation des Aufnehmerverhaltens

Basierend auf den Modellgleichungen 3.50 und 3.45 kann das Verhalten des Gesamtstranges der dynamischen Drehmomentmesseinrichtung simuliert werden. Dies erfolgte zuerst mit abgeschätzten Werten und danach mit den bestimmten Parametern der Messeinrichtung (siehe Abschnitt 3.4). Bei der Simulation wurden zwei Ziele verfolgt: Theoretische Übertragungsfunktionen ermöglichen eine Abschätzung der Gültigkeit der Modellannahmen bei vorhandenen Messdaten. Im Vergleich zu Ergebnissen aus Messungen könnte durch eine berechnete Übertragungsfunktion eine unzureichende Modellannahme erkannt werden. Der zweite Grund war die Analyse der Identifizierbarkeit der Aufnehmerparameter.

##### 3.3.2.1 Analyse der Bestimmbarkeit von Modellparametern des Aufnehmers

Die Modellparameter des Drehmomentaufnehmers werden durch die Approximation der beiden genannten Übertragungsfunktionen bestimmt. Dies ist aber nur dann möglich, wenn eine Veränderung der Modellparameter des Aufnehmers auch zu einer entsprechenden Veränderung in den Übertragungsfunktionen der Messeinrichtung führt, also eine Sensitivität auf die Veränderung des Modellparameters existiert. Dies wurde in Form einer Fallstudie für zwei in ihren mechanischen Eigenschaften sehr unterschiedlichen Drehmomentaufnehmern untersucht. Wie bereits in Abschnitt 2.2.1.6 beschrieben, existieren zwei unterschiedliche Bauformen für Drehmomentaufnehmer, nämlich mit Flansch- und mit Wellenform, die sich hinsichtlich ihrer mechanischen Eigenschaften stark unterscheiden. Exemplarisch wurden für zwei Aufnehmer die technischen Daten aus den Datenblättern herangezogen und Veränderungen der Modellparameter hinsichtlich ihres Einflusses auf die Übertragungsfunktionen untersucht. Als Wellenaufnehmer wurde ein Aufnehmer Typ *HBM T5* mit einem Nenndrehmoment von 10 N·m und als Flansch-aufnehmer ein *HBM T10F* mit 50 N·m gewählt. Beide Aufnehmer werden später auch bei dynamischen Messungen eingesetzt. In Tabelle 3.2 sind die gewählten technischen Daten für die Simulationsrechnungen aufgeführt.

Die simulierten Übertragungsfunktionen für den Aufnehmer T5 sind in Abbildung 3.12 in Amplitude und Phase dargestellt. Für die Sensitivitätsanalyse wurden die zwei Übertragungsfunktionen für die genannten Modellparameter berechnet, dann ein Modellparameter um einen vorgegebenen Faktor verändert und die Berechnung wiederholt. Die relativen

Tabelle 3.2: Aus den Datenblättern [Hot04; Hot09] abgeschätzte Modellparameter von HBM T5 (10 N·m) und HBM T10F (50 N·m).

Aufnehmer	Torsionssteifigkeit	Massenträgheitsmoment	Verteilung
			Massenträgheitsmoment
HBM T5	640 N·m/rad	$41 \cdot 10^{-6} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$	0,5 / 0,5 ( $J_H/J_B$ )
HBM T10F	$160 \cdot 10^3 \text{ N}\cdot\text{m/rad}$	$1,3 \cdot 10^{-3} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$	0,51 / 0,49 ( $J_H/J_B$ )

Änderungen in Real- und Imaginärteil der inversen komplexen Übertragungsfunktionen wurden untersucht. Eine Übersicht über die Sensitivität der Übertragungsfunktionen auf Änderungen jeweils eines Parameters ist in Tabelle 3.3 dargestellt. Die Untersuchung wurde jeweils für zwei Frequenzbereiche durchgeführt. Oberhalb der Resonanzfrequenz sinkt die Empfindlichkeit des Systems weit unter das Niveau vor der Resonanz. Daher ist davon auszugehen, dass je nach Aufnehmer nicht bis zur höchsten vom System erzeugbaren Frequenz von 1 kHz gemessen werden kann, sondern bereits eher abgebrochen werden muss. Um dies für die Analyse mit einbeziehen zu können, wurde eine Änderung der Übertragungsfunktion bis 300 Hz (HBM T5) bzw. 500 Hz (HBM T10F) und bis 1 kHz betrachtet.

Die Ergebnisse der Simulationsrechnungen zeigen, dass sich die meisten Größen für beide Aufnehmertypen gut identifizieren lassen sollten. Schwierig wird die Identifikation dann, wenn die Änderung eines Modellparameters des Aufnehmers die Gesamteigenschaft der Messeinrichtung nicht nennenswert beeinflusst. Bei beiden untersuchten Aufnehmern existieren solche Parameter. Bei dem schlanken Wellenaufnehmer führt eine Änderung des Massenträgheitsmoments  $J_H$  oder  $J_B$  zu nur sehr schwach ausgeprägten Änderungen in den Übertragungsfunktionen  $H_{\text{oben}}$  und  $H_{\text{unten}}$ . Das Massenträgheitsmoment des Aufnehmers führt zu einer nur sehr geringen Änderung des Gesamtmassenträgheitsmoments des Stranges. Ähnlich schwierig lässt sich der Dämpfungsparameter des Flanschsaufnehmers bestimmen.

### 3.3.3 Modellparameteridentifikation

Die zuvor vorgestellten Übertragungsfunktionen beschreiben den Zusammenhang zwischen Eingangs- und Ausgangssignal des Systems, das mittels der Modellgleichungen beschrieben wird. An Hand der aufgezeichneten Messdaten sollen die unbekannt Parameter identifiziert werden. Das dynamische Verhalten eines Systems lässt sich im Frequenzraum mit Hilfe seiner Übertragungsfunktion  $H(i\omega)$  beschreiben, die den Zusammenhang zwischen dem Eingang  $\mathbf{X}(i\omega)$  und dem Ausgang  $\mathbf{Y}(i\omega)$  des Systems herstellt, somit gilt

$$\mathbf{Y}(i\omega) = H(i\omega) \mathbf{X}(i\omega) \quad . \quad (3.51)$$

### 3.3 Identifikation der Modellparameter des Aufnehmers

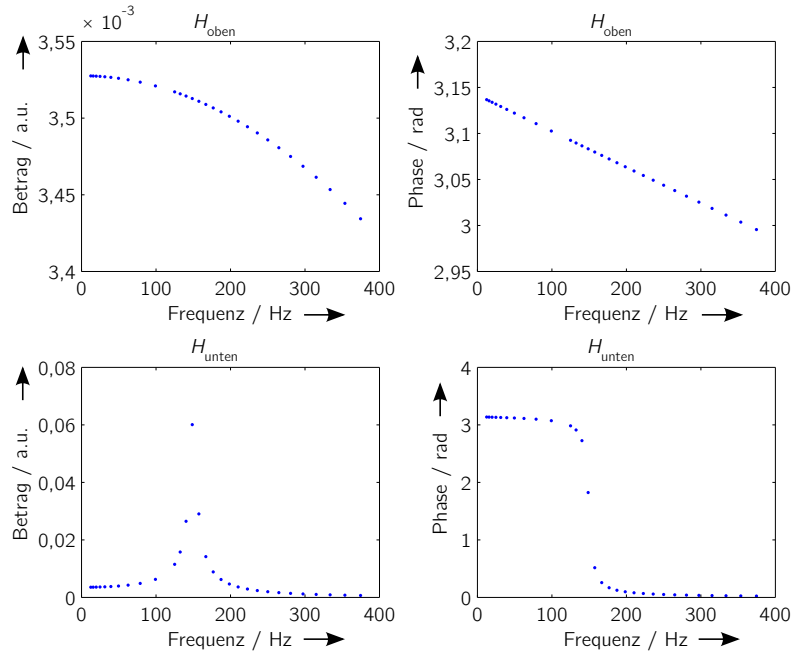


Abbildung 3.12: Simulierte Übertragungsfunktionen  $H_{\text{oben}}$  und  $H_{\text{unten}}$  in Amplitude und Phase mit den Modellparameterdaten des HBM T5 (10 N·m).

Die zwei Übertragungsfunktionen des hier betrachteten Systems mit den Modellparametern des Drehmomentaufnehmers wurden im vorangegangenen Abschnitt beschrieben. Die Messdaten sind aufgrund der Unsicherheitseinflüsse stochastischen Streuungen unterworfen sind. Diese Einflüsse verfälschen die erfassten Messdaten. Die Ein- und Ausgänge des Systems ( $\mathbf{X}(i\omega)$ ,  $\mathbf{Y}(i\omega)$ ), die zur Bestimmung der Systemeigenschaften genutzt werden könnten, können daher nicht direkt gemessen werden. Die gewonnenen Messwerte ( $\mathbf{X}_M$ ,  $\mathbf{Y}_M$ ) beinhalten die gesuchten Größen  $\mathbf{X}$ ,  $\mathbf{Y}$ , diesen sind aber stochastische Streuungen durch Messunsicherheiten des Eingangs  $\epsilon_X$  und des Ausgangs  $\epsilon_Y$  überlagert. In Abbildung 3.13 ist der Zusammenhang dargestellt.

Aufgrund der überlagerten Streuungen sind die Messwerte als Stichproben der zufällig streuenden Menge der Eingangs- und Ausgangssignale anzusehen. Die gesuchten Modellparameter werden aus diesen Stichproben abgeschätzt. Hierfür werden Schätzfunktionen (oder auch Schätzer) genutzt. Eine solche Schätzfunktion soll einen Parameter  $\theta$  anhand von Stichproben  $x_1, x_2, \dots, x_n$  (in diesem Fall: Messdaten) abschätzen. Das Ergebnis in Form des geschätzten Parameters  $\hat{\theta}$  ist wieder eine Zufallsgröße, die sich durch ihren Erwartungswert  $E(\hat{\theta})$  (vgl. Gleichung 3.111) und ihre Streuung um diesen Erwartungswert in Form der Varianz  $\text{Var}$  bzw. der Standardabweichung  $\sigma$  (vgl. Gleichung 3.112) beschreiben lässt.

In der klassischen frequentistischen Statistik wird für die vorliegenden Daten ein passender Satz Parameter geschätzt, der diese möglichst gut beschreibt. Die so abgeschätzten Parameter haben in dieser Betrachtung ebenso wie die Daten keine Unsicherheit. Die Un-

Tabelle 3.3: Einfluss der Veränderung eines Modellparameters um 10 % auf Real- und Imaginärteil der inversen Übertragungsfunktionen  $H_{\text{oben}}^{-1}$  und  $H_{\text{unten}}^{-1}$ .

Geänderter Parameter	Übertragungsfunktion	HBM T5		HBM T10F	
		bis 300 Hz	bis 1 kHz	bis 500 Hz	bis 1 kHz
$1, 1 \cdot J_H$	$\text{Re}(H_{\text{oben}}^{-1})$	0,3 %	0,3 %	4,8 %	4,8 %
	$\text{Im}(H_{\text{oben}}^{-1})$	0 %	0 %	0 %	0 %
	$\text{Re}(H_{\text{unten}}^{-1})$	2 %	2 %	8 %	20 %
	$\text{Im}(H_{\text{unten}}^{-1})$	0,1 %	0,1 %	0 %	0 %
$1, 1 \cdot J_B$	$\text{Re}(H_{\text{oben}}^{-1})$	0,3 %	0,3 %	0 %	0 %
	$\text{Im}(H_{\text{oben}}^{-1})$	0 %	0 %	0 %	0 %
	$\text{Re}(H_{\text{unten}}^{-1})$	1 %	1 %	6 %	6 %
	$\text{Im}(H_{\text{unten}}^{-1})$	0 %	0 %	0 %	0 %
$1, 1 \cdot d_T$	$\text{Re}(H_{\text{oben}}^{-1})$	0 %	0 %	0 %	0 %
	$\text{Im}(H_{\text{oben}}^{-1})$	2 %	4 %	0,01 %	0,02 %
	$\text{Re}(H_{\text{unten}}^{-1})$	0 %	0 %	0 %	0 %
	$\text{Im}(H_{\text{unten}}^{-1})$	2 %	4 %	0 %	0,03 %
$1, 1 \cdot c_T$	$\text{Re}(H_{\text{oben}}^{-1})$	10 %	10 %	15 %	20 %
	$\text{Im}(H_{\text{oben}}^{-1})$	0 %	0 %	0 %	0 %
	$\text{Re}(H_{\text{unten}}^{-1})$	20 %	20 %	10 %	20 %
	$\text{Im}(H_{\text{unten}}^{-1})$	0,1 %	0,1 %	0 %	0 %

sicherheitseinflüsse müssen durch weitere Betrachtungen abgeschätzt werden. Anhand der Eigenschaften der Schätzer lässt sich allerdings bestimmen, wie groß im Allgemeinen die Streuungen des Ergebnisses im Vergleich im anderen Schätzern sind. Dies ist jedoch keine konkrete Aussage in Bezug auf eine bestimmte Anwendung.

Geeignete Schätzer lassen sich anhand verschiedener Eigenschaften qualifizieren:

**Erwartungstreue** Schätzt den tatsächlichen Parameter  $\theta$  als Erwartungswert  $E$  und besitzt somit keinen Bias (die systematische Abweichung von Parameter und Erwartungswert), und es gilt

$$E(\hat{\theta}) = \theta \quad (3.52)$$

**Asymptotische Erwartungstreue** Ein vorhandener Bias zwischen dem tatsächlichen Parameter und dem Erwartungswert des Schätzers verschwindet für eine unendlich große Anzahl an Stichproben  $k$ .

$$\lim_{k \rightarrow \infty} E(\hat{\theta}(k)) = \theta \quad (3.53)$$

**Konsistenz** Für eine unendlich große Anzahl an Stichproben verschwindet der Bias und die Varianz des Ergebnisses.

**Wirksamkeit** Der Schätzer ist erwartungstreu und es existiert kein anderer erwartungstreuere Schätzer mit einer kleineren Varianz des Ergebnisses.

### 3.3 Identifikation der Modellparameter des Aufnehmers

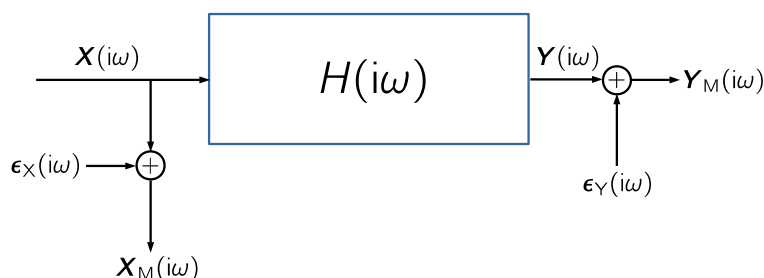


Abbildung 3.13: Ein- und Ausgang eines Systems und der Zusammenhang mit den gemessenen Daten  $\mathbf{X}_M$  und  $\mathbf{Y}_M$ .

**Robustheit** Das Ergebnis eines Schätzers ist unempfindlich gegenüber Ausreißern in den Messdaten.

Ziel ist es also, einen Schätzer zu finden, der erwartungstreu ist und eine möglichst kleine Streuung des Schätzergebnisses aufweist.

Als Schätzfunktion für die gesuchten Parameter können verschiedene Funktionen genutzt werden, die sich in ihren Anforderungen an Vorwissen (A-priori-Wissen) zu den Daten und in ihren Unsicherheiten bzw. Streuungsverteilungen unterscheiden. Grundsätzlich lässt sich feststellen, dass zusätzliches A-priori-Wissen den Informationsgehalt für die Parameteridentifikation erhöht und die Unsicherheiten verkleinern kann.

In Tabelle 3.4 sind drei typische Schätzfunktionen in Hinsicht auf ihre Anforderungen an das Vorwissen vergleichend dargestellt.

Tabelle 3.4: Anforderungen verschiedener Schätzfunktionen an das A-priori-Wissen.

Schätzer	Streuungsverteilung der Eingangsgrößen	Streuungsverteilung der (unbekannten) Parameter
Bayes-Schätzer	erforderlich	erforderlich
Maximum-Likelihood-Schätzer	erforderlich	nicht erforderlich
Least-Squares-Schätzer	nicht erforderlich	nicht erforderlich

Die Modellfunktion für die dynamische Drehmomentmesseinrichtung  $\mathbf{G}(i\omega, \boldsymbol{\theta}_1, \boldsymbol{\theta}_2)$  umfasst die beiden Übertragungsfunktionen  $H_{\text{oben}}(i\omega)$ ,  $H_{\text{unten}}(i\omega)$  und ist eine frequenzabhängige Funktion mit dem Parametervektor der bekannten Eigenschaften der Messeinrichtung  $\boldsymbol{\theta}_1$  und dem Parametervektor mit den unbekanntem Parametern des Messobjekts  $\boldsymbol{\theta}_2$ .

### 3.3.3.1 Least-Squares-Schätzer

Der Least-Squares-Schätzer stellt die geringsten Anforderungen an das A-Priori-Wissen. Die Kenntnis der Streuungsverteilung der Eingangs- wie der Ausgangsgrößen wird nicht in die Schätzung einbezogen. Der Least-Squares-Schätzer minimiert die Fehlerquadrate zwischen der Modellfunktion  $\mathbf{G}$  und den aufgezeichneten Messwerten  $\mathbf{X}_M$ ,  $\mathbf{Y}_M$  für  $n$  Messwerte

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_2 = \arg \min_{\boldsymbol{\theta}_2} \sum_{i=1}^n (X_{M,i}(i\omega_i), Y_{M,i}(i\omega_i) - \mathbf{G}(i\omega_i, \boldsymbol{\theta}_1, \boldsymbol{\theta}_2))^2 \quad . \quad (3.54)$$

Für lineare Probleme (also nicht für diesen Anwendungsfall) ist der Least-Squares-Schätzer erwartungstreu [Bos07, S. 144]. Geschätzte Parameter werden mit dem Dach Symbol ( $\hat{\cdot}$ ) gekennzeichnet.

### 3.3.3.2 Maximum-Likelihood-Schätzer

Der Maximum-Likelihood-Schätzer maximiert die Likelihood-Funktion  $\ell$  zur Abschätzung der Parameter. Für gegebene Stichproben  $x_1, x_2, \dots, x_n$  mit bekannter Wahrscheinlichkeitsdichte  $p(x, \theta)$  für die Schätzung eines unbekanntes Parameters  $\theta$  ist die Likelihood-Funktion die gemeinsame Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion [Mar12]

$$\ell(x_1, x_2, \dots, x_n, \theta) = \prod_{i=1}^n p(x_i, \theta) \quad . \quad (3.55)$$

Für die Parameteridentifikation bei der dynamischen Drehmomentkalibrierung gilt entsprechend

$$\ell(i\omega, \boldsymbol{\theta}_1, \boldsymbol{\theta}_2, \mathbf{X}_M, \mathbf{Y}_M) = \prod_{i=1}^n p(X_{M,i}(i\omega_i), Y_{M,i}(i\omega_i), \boldsymbol{\theta}_1, \boldsymbol{\theta}_2) \quad . \quad (3.56)$$

Für normalverteilte und unkorrelierte Eingangsgrößen ergibt sich für die Likelihood-Funktion

$$\ell(i\omega, \boldsymbol{\theta}_1, \boldsymbol{\theta}_2, \mathbf{X}_M, \mathbf{Y}_M) \propto \prod_{i=1}^n e^{-\frac{1}{2} \frac{((X_{M,i}(i\omega_i), Y_{M,i}(i\omega_i)) - \mathbf{G}(i\omega_i, \boldsymbol{\theta}_1, \boldsymbol{\theta}_2))^2}{u_i^2}} \quad . \quad (3.57)$$

Die Likelihood-Funktion wird für die Parameterschätzung maximiert, und die geschätzten Parameter folgen nach

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_2 = \arg \max_{\boldsymbol{\theta}_2} (\ell(i\omega, \boldsymbol{\theta}_1, \boldsymbol{\theta}_2, \mathbf{X}_M, \mathbf{Y}_M)) \quad . \quad (3.58)$$

Für eine Likelihood-Funktion wie in Gleichung 3.57 dargestellt, lässt sich der Maximum-Likelihood-Schätzer auf einen gewichteten Least-Squares-Schätzer (WLS, engl. Weighted Least Squares) überführen, was eine Auswertung mit bekannten WLS-Algorithmen ermöglicht [Bos07, S. 113 ff.]. Für WLS folgt daraus

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_2 = \arg \min_{\boldsymbol{\theta}_2} \sum_{i=1}^n \frac{((\mathbf{X}_{M,i}(i\omega_i), \mathbf{Y}_{M,i}(i\omega_i)) - \mathbf{G}(i\omega_i, \boldsymbol{\theta}_1, \boldsymbol{\theta}_2))^2}{u_i^2} \quad . \quad (3.59)$$

### 3.3 Identifikation der Modellparameter des Aufnehmers

Es kann gezeigt werden [Bos07, S. 105 ff.], dass der Maximum-Likelihood-Schätzer konsistent, asymptotisch erwartungstreu und asymptotisch wirksam ist, also kein Schätzer mit kleinerer Varianz des Ergebnisses existiert.

#### 3.3.3.3 Bayes-Schätzer

Im Unterschied zu den vorgenannten frequentistischen Schätzverfahren wird bei Methoden nach Bayes'scher Statistik aus den Wahrscheinlichkeitsdichten der Daten die Wahrscheinlichkeitsdichte der abzuschätzenden Parameter ermittelt. Es wird nicht angenommen, dass ein fester Parameter für (nicht mit Unsicherheiten behaftete) Daten existiert, vielmehr wird auf Basis der unsicheren Daten mit bekannten Eigenschaften ein ebenfalls unsicherer Parameter abgeschätzt. An Hand der vorhandenen Informationen liegen damit für die abgeschätzten Parameter immer auch die Unsicherheiten vor. Die bedingte Wahrscheinlichkeitsdichte  $p(A | B)$  beschreibt die Wahrscheinlichkeitsdichte den Auftretens von  $A$  unter der Bedingung, dass das Auftreten von  $B$  bereits bekannt ist. Mit der Auftretenswahrscheinlichkeit von  $A$  und  $B$ ,  $p(A \cap B)$  gilt dann

$$p(A | B) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)} . \quad (3.60)$$

Der Satz von Bayes beschreibt die bedingte Wahrscheinlichkeitsdichte  $p(A | B)$  mit Hilfe einer bekannten bedingten Wahrscheinlichkeitsdichte  $p(B | A)$  und den bekannten A-priori-Wahrscheinlichkeiten  $p(A)$  und  $p(B)$ . Die gesuchte A-posteriori-Wahrscheinlichkeitsdichte  $p(A | B)$  folgt mit

$$p(A | B) = \frac{p(B | A) \cdot p(A)}{p(B)} . \quad (3.61)$$

Dieser Zusammenhang wird für die Bayes-Schätzung unbekannter Parameter genutzt. Die Wahrscheinlichkeitsdichte  $p(B | A)$  entspricht der Likelihood-Funktion aus dem vorgegangenen Abschnitt. Die A-posteriori-Verteilung für die gesuchten und unbekannt Parameter  $p(\boldsymbol{\theta}_1, \boldsymbol{\theta}_2 | \mathbf{X}_M, \mathbf{Y}_M)$  folgt damit nach

$$p(\boldsymbol{\theta}_1, \boldsymbol{\theta}_2 | \mathbf{X}_M, \mathbf{Y}_M) \propto \ell(\boldsymbol{\theta}_1, \boldsymbol{\theta}_2, \mathbf{X}_M, \mathbf{Y}_M) p_0(\boldsymbol{\theta}_1) p_0(\boldsymbol{\theta}_2) \quad (3.62)$$

in Abhängigkeit der Messdaten  $\mathbf{X}_M, \mathbf{Y}_M$  nach der vorigen Gleichung mit der bekannten A-priori-Wahrscheinlichkeitsdichte der Parameter der Messeinrichtung  $p_0(\boldsymbol{\theta}_1)$  und der A-priori-Wahrscheinlichkeitsdichte der gesuchten Parameter  $p_0(\boldsymbol{\theta}_2)$  (vgl. [ET11]). Die A-priori-Kenntnis über die Streuungsverteilung der gesuchten Parameter  $p_0(\boldsymbol{\theta}_2)$  stellt abweichend von Literaturangaben [SP91] keine Forderung der Kenntnis der endgültigen Wahrscheinlichkeitsdichte für die gesuchten Parameter dar, vielmehr sollten vernünftige Startwerte bekannt sein. Aus diesen wird die A-posteriori-Verteilung dann bestimmt.

Für die hier beschriebene Modellparameteridentifikation sind prinzipiell alle drei vorgestellten Verfahren geeignet. Die Nutzung der beiden frequentistischen Schätzer (Maximum-Likelihood-Schätzer, Least-Squares-Schätzer) ist gängig und mit typischen Numerik-

Softwarepaketen mit den integrierten Regressionsalgorithmen gut umsetzbar. Der Bayes-Schätzer muss für jeden Anwendungsfall entwickelt werden und ist damit weit komplizierter in der Umsetzung. Im Rahmen dieser Arbeit ist eine Umsetzung daher nicht möglich. Die vorteilhaften Eigenschaften in Bezug auf die Unsicherheiten der geschätzten Parameter machen eine zukünftige Realisierung dennoch wünschenswert.

An Hand der vorhandenen Informationen zu den Messergebnissen wurde die bestmöglich umsetzbare Methode in Form des Maximum-Likelihood- (ML-) Schätzers gewählt. Die ungewichtete Methode der kleinsten Quadrate, auch Least-Squares-Schätzer, benötigt zwar gar kein Vorwissen, im Vergleich zur Maximum-Likelihood-Methode sind aber auch mit größerer Unsicherheit behaftete Ergebnisse zu erwarten. Ein Least-Squares-Schätzer wurde in einem ersten Schritt für die Parameteridentifikation umgesetzt.

### 3.4 Messprinzipien zur komplementären Bestimmung der Modellparameter

Um die gesuchten Modellparameter des zu kalibrierenden Drehmomentaufnehmers bestimmen zu können, müssen die Parameter der Messeinrichtung vor der Identifikation bekannt sein (vgl. Abschnitt 3.3). Diese Eigenschaften könnten prinzipiell auch rechnerisch auf Basis von CAD (engl. Computer-Aided Design) oder FEM (Finite-Elemente-Methode) ermittelt werden. Bei diesen Methoden wird jedoch auf Materialeigenschaften zurückgegriffen, die zum großen Teil nicht gut bekannt und mit hohen oder gar unbekanntem Messunsicherheiten bestimmt wurden. Auch wenn die genaue Zusammensetzung des Materials nicht bekannt ist, können diese unbekannt sein. Zusätzliche Unsicherheiten bergen komplexe mechanische Konstruktionen, die eventuell zu fehlerhaft berechneten Eigenschaften führen. Aus diesem Grund sollten die Modelleigenschaften experimentell bestimmt werden. Hierfür wurden zusätzliche, eigenständige Messeinrichtungen entwickelt, die eine Bestimmung von Torsionssteifigkeit, Massenträgheitsmoment und Dämpfung der Komponenten der Messeinrichtung möglich machen. Für einige Teilkomponenten wurde teilweise auf Berechnungen zurückgegriffen (vgl. Abschnitte A.2.1, A.2.2).

Die Messprinzipien für die drei gesuchten Größen *Torsionssteifigkeit*, *Massenträgheitsmoment* und *Dämpfung* werden im Folgenden beschrieben.

#### 3.4.1 Torsionssteifigkeit

Die Federkonstante einer Torsionsfeder  $c$  ist der Quotient eines einwirkenden Drehmoments  $M$  und der durch das Drehmoment erzeugten Torsion, beschrieben durch den Verdrehwinkel  $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ .

$$c = \frac{M}{\Delta\varphi} \quad (3.63)$$



### 3.4 Messprinzipien zur komplementären Bestimmung der Modellparameter

Ein Aufbau einer Messeinrichtung zur Messung der Torsionssteifigkeit beinhaltet Komponenten zur Erzeugung eines Drehmoments und Sensorik zur Messung von Drehmoment und Winkel. Um die Federkonstante eines Messobjektes bestimmen zu können, müssen also diese beiden Messgrößen ausreichend genau erfasst werden. Die Messobjekte werden an einer Seite starr mit der Umgebung verbunden, an der anderen Seite wird durch Aufbringen des Drehmoments das Messobjekt tordiert. Die Torsionswinkel werden oberhalb (Winkel  $\varphi_2$ ) und unterhalb (Winkel  $\varphi_1$ ) des Messobjektes gemessen, um Einflüsse durch Elastizitäten der umgebenden Konstruktion eliminieren zu können.

#### 3.4.1.1 Winkelmessung

Für die Erfassung der Torsionswinkel ist nur eine Relativmessung der Winkelveränderung nötig. Die Winkelmesstechnik muss die zu erwartenden kleinen Winkel mit hoher Auflösung messen können. Diesen kleinen Torsionswinkeln können durch die Verspannung Verkippungen überlagert sein.

Für diese Messaufgabe sind die in Abschnitt 3.1.2.2 vorgestellten inkrementellen optischen Winkelmessverfahren ungeeignet, da die Winkelmessung nah am Messobjekt erfolgen muss (also direkt ober- und unterhalb im Wellenstrang), um nicht unerwünscht die Torsion von Ankopplungselementen mitzumessen. Inkrementelle Winkelmesssysteme erfordern eine präzise Justage, was aufwändig wäre und bei jeder Montage eines neuen Messobjektes wiederholt werden müsste. Außerdem darf sich der Abstand von Rotor und Stator des Winkelmesssystems kaum ändern, was eine sehr steife Konstruktion erfordern würde. Das Beispiel eines eher unkritischen inkrementellen Winkelmesssystems Heidenhain ERO 6000 spezifiziert Montagetoleranzen von axial  $\pm 250 \mu\text{m}$  und radial  $\pm 4 \mu\text{m}$  [Dr 13; Dr 12, S.38].

Alternativ könnte die Torsion mittels Wegmesssystemen beispielsweise interferometrisch bestimmt werden, indem Hebel bekannter Länge am Messobjekt befestigt werden. Die erreichbare Messgenauigkeit ist dabei aber stark von der Messung der Hebelarmlänge abhängig und sensibel gegenüber Verbiegungen und Verkippungen, die zwangsläufig zu Veränderungen an der Messposition auf dem Hebelarm führen würden.

Gut geeignet für die Messung erscheinen hingegen Autokollimatoren, die die Anforderungen einer berührungslosen und robusten Messung mit gleichzeitig geringen Messunsicherheiten verbinden. Diese werden im Bereich hochgenauer Winkelmessungen bereits lange eingesetzt [PB04]. Das zugrunde liegende Messprinzip basiert auf der Projektion einer durch eine Blende geformten Lichtstruktur (üblicherweise ein Balken oder Kreuz) durch ein Fernrohr auf eine spiegelnde, ebene Oberfläche. Die Projektionsoptik ist so gewählt, dass die Strahlen parallel (kollimiert) austreten. Steht die Projektionsfläche orthogonal zu den einfallenden Strahlen, so werden diese auf dem gleichen Weg wieder durch das Fernrohr zurückgelenkt. Durch eine Einkopplung des projizierten Lichts durch einen Strahlteiler lassen sich diese in einem Okular betrachten oder mittels CCD-Sensor (engl. Charge Coupled Device, Bildsensor zur Erfassung von Helligkeitsinformationen) auswerten. Bei einer leichten Verkippung des Messspiegels ist im Okular oder auf dem CCD eine

Positionsänderung des zurückgeworfenen projizierten Lichtpunktes  $P'$  erkennbar (wie in Abbildung 3.14 veranschaulicht). Der Messbereich (Winkel  $\alpha$ ) wird dadurch beschränkt, dass bei größeren Verkippungen nicht mehr alle projizierten Strahlen wieder vom Objektiv erfasst werden. Der Messbereich ist somit abhängig von der Entfernung  $l$  von Objektiv und Messspiegel und der Apertur  $a$  des Objektivs:

$$\tan 2\alpha > \frac{a}{l} \quad (3.64)$$

Abhängig vom Winkel  $\alpha$  der Verkippung kommt es zu einer Bewegung des projizierten Punktes  $P'$  um die Strecke  $s$ . Hierbei gilt mit der Brennweite  $f'_{\text{Autocoll}}$  des Kollimationsobjektivs

$$\alpha = \arctan \frac{s}{2f'_{\text{Autocoll}}} \quad (3.65)$$

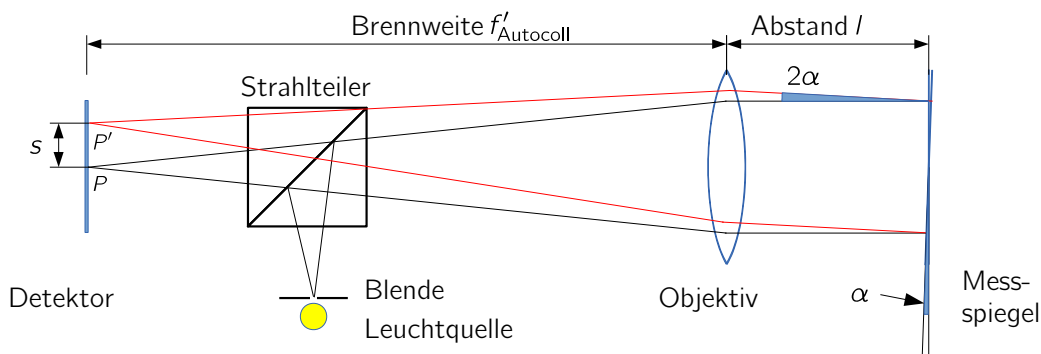


Abbildung 3.14: Messprinzip eines Autokollimators.

Die zweite für die Bestimmung der Torsionssteifigkeit nötige Messgröße (vgl. Gleichung 3.63) ist das einwirkende Drehmoment, das mit dem Verdrehwinkel ins Verhältnis gesetzt wird. Dieses lässt sich durch einen Drehmomentaufnehmer messen, der mit geringer Messunsicherheit statisch kalibriert werden kann.

### 3.4.1.2 Messdatenauswertung

Die Torsionssteifigkeit eines Messobjektes ließe sich mit einem einzigen Messpunkt beschreiben. Für möglichst vollständige Informationen zur Bestimmung der Torsionssteifigkeit wurde eine stufenweise Belastung des Messobjektes gewählt. Da Autokollimatoren absolute Winkelpositionen messen, besteht zu Beginn einer Messung für beide Winkel eine zufällige Startwinkelposition. Da nur die Winkeldifferenz von Belang ist, existiert bei Startwinkeln  $\varphi_2, \varphi_1 \neq 0$  ein Bias  $B$ , und es gilt

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \Delta\varphi + B \quad (3.66)$$

der bei der Auswertung zu Verfälschungen führen kann. Die bei einer stufenförmigen Belastung des Messobjektes bestehende Vielzahl an Drehmoment/Torsionswinkelverhältnissen lässt sich gemeinsam auswerten. In einem zweiachsigen Koordinatensystem muss

### 3.4 Messprinzipien zur komplementären Bestimmung der Modellparameter

sich aufgrund des linearen Zusammenhangs der Messwerte für die Torsionswinkel  $\Delta\varphi_i$  und des Drehmoments  $M_i$  eine Gerade mit der gesuchten Steigung  $c$  ergeben, wobei gilt

$$M_i = c \cdot \Delta\varphi_i \quad . \quad (3.67)$$

Aufgrund des Bias ist es sinnvoll, diese Gerade mit Hilfe einer linearen Regression zu approximieren. Das Verfahren hat gegenüber der Verhältnisbildung bei jedem einzelnen Messwert den Vorteil, dass die Verteilung optisch gut zu erkennen und (bei entsprechender Einbeziehung in die Regressionsgleichung) unempfindlich gegenüber einem Bias ist, da allein die Steigung der Geraden von Relevanz ist. Um zu untersuchen, welches Verfahren die beste Eignung für die Auswertung hat, wurden zwei unterschiedliche lineare Regressionsalgorithmen mit der Einzelverhältnisbildung in Form von Simulationsrechnungen verglichen. Die verschiedenen Verfahren, wie auch die Ergebnisse sind in Abschnitt A.3.1 dargestellt.

#### 3.4.2 Massenträgheitsmoment

Massenträgheitsmomente komplexer Körpergeometrien werden häufig experimentell bestimmt. Für diesen Zweck kommen meist Verfahren zum Einsatz, die auf der Auswertung von Pendelschwingungen basieren [SL01]. Die Frequenz eines Pendels ist je nach Konstruktion abhängig von seinem Massenträgheitsmoment. Die experimentellen Aufbauten ermöglichen derart schwach gedämpfte Pendelschwingungen, dass der Einfluss durch die Dämpfung für die Auswertung vernachlässigt und im Rahmen der Messunsicherheitsbetrachtung betrachtet wird.

Als Basis für die durchgeführten Versuche zur Bestimmung des Massenträgheitsmoments kommen zwei verschiedene Pendel-Konstruktionen zum Einsatz.

##### 3.4.2.1 Physikalisches Pendel

Bei einem physikalischem Pendel (siehe Abbildung 3.15) ist die Schwingfrequenz abhängig vom Massenträgheitsmoment des Pendels und kann somit für die Bestimmung des Massenträgheitsmoments genutzt werden [RH62]. Das Rückstellmoment des ausgelenkten Pendels (Winkel  $\vartheta$ ) wird durch die Masse  $m$  des Pendels, den Abstand  $l$  des Schwerpunktes  $s$  von der Rotationsachse und die lokale Erdbeschleunigung  $g_{\text{loc}}$  bestimmt, sofern der Einfluss der Dämpfung vernachlässigt werden kann. Für die Bewegungsgleichung des physikalischen Pendels ergibt dies

$$J \cdot \ddot{\vartheta} - m \cdot l \cdot g_{\text{loc}} \cdot \sin \vartheta = 0 \quad . \quad (3.68)$$

Durch die Abhängigkeit des Rückstellmoments vom Sinus des Pendelauslenkungswinkels  $\vartheta$  ist dies ein nichtlineares System. Das Massenträgheitsmoment von Messobjekten, deren Schwerpunkt außerhalb der Rotationsachse liegt, lässt sich nur mit mehreren Messungen mit unterschiedlichen Schwerpunktpositionen bestimmen, da das gemessene Massenträgheitsmoment abhängig von der Schwerpunktposition ist.

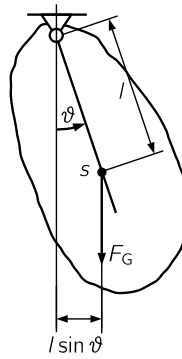


Abbildung 3.15: Schematischer Aufbau eines physikalischen Pendels.

Am Prototypen der dynamischen Drehmomentmeseinrichtung wurden bereits zuvor Versuche zur Bestimmung des Massenträgheitsmoments durchgeführt [BW06]. Es zeigte sich jedoch der unerwünschte Effekt, dass entgegen der Annahme von linearem Verhalten bei der genutzten Bestimmungsmethode signifikante nichtlineare Effekte festzustellen waren [Wed05]. Wegen der praktischen Nachteile wurde der bestehende Messaufbau anfangs verworfen und im Rahmen dieser Arbeit eine neuartige Versuchsanordnung konzipiert, die auf einem physikalischen Pendel basiert.

Zwar handelt es sich hier um ein nichtlineares System, dessen Eigenschaften sind jedoch gut bekannt. Für kleine Pendelauslenkungen kann unter der Annahme  $\sin \vartheta \approx \vartheta$  die Pendelgleichung linearisiert werden. Aus Gleichung 3.68 ergibt sich dann

$$J \cdot \ddot{\vartheta} - m \cdot l \cdot g_{\text{loc}} \cdot \vartheta = 0 \quad . \quad (3.69)$$

Bei Annahme harmonischer Schwingungen lässt sich der Lösungsansatz nach Gleichung 3.38 anwenden. Somit folgt für die linearisierte Pendelgleichung

$$J \cdot \omega^2 \cdot \vartheta + m \cdot l \cdot g_{\text{loc}} \cdot \vartheta = 0 \quad . \quad (3.70)$$

Für das Massenträgheitsmoment folgt damit

$$J = \frac{m \cdot l \cdot g_{\text{loc}}}{\omega^2} \quad . \quad (3.71)$$

Die hier vorhandene direkte Abhängigkeit des Massenträgheitsmoments des Pendels von seiner Pendelfrequenz lässt sich nicht direkt für die Bestimmung des Massenträgheitsmoments nutzen, da weder das Massenträgheitsmoment des Pendels selbst vorher bekannt ist, noch der Massenschwerpunkt oder die Masse des Pendels. Diese Parameter des Pendels lassen sich jedoch identifizieren, indem die Pendeleigenschaften durch Hinzufügen zusätzlicher bekannter Massenträgheitsmomente variiert werden. Hierfür können Massekörper in der Rotationsachse des Pendels hinzugefügt werden, was den Vorteil der Nichtbeeinflussung des Pendelrückstellmoments hat, allerdings für eine deutliche

### 3.4 Messprinzipien zur komplementären Bestimmung der Modellparameter

Veränderung des Massenträgheitsmoments große Massekörper erfordern würde. Alternativ können Massestücke in bekanntem Abstand zur Drehachse des Pendels angebracht werden.

Das Massenträgheitsmoment eines Körpers aus  $n$  Massepunkten ergibt sich aus der Summe der Produkte der Masse  $m$  der Massepunkte und deren Abstand  $r$  von der Rotationsachse:

$$J = \sum_i^n m_i \cdot r_i \quad (3.72)$$

Bei geometrisch einfach geformten Körpern kann das Massenträgheitsmoment aus Masse und Außenmaßen errechnet werden. Für zylindrische Vollkörper (Masse  $m$ , Zylinderradius  $r$ ) gilt für das Massenträgheitsmoment bei Rotation um die Zylinderachse

$$J_{\text{Zyl}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2 \quad . \quad (3.73)$$

Verschiebt sich die Rotationsachse parallel zur Zylinderachse um den Betrag  $l$ , so folgt das wirkende Massenträgheitsmoment nach dem Satz von Steiner. Hierbei gilt

$$J = J_{\text{Zyl}} + m \cdot l^2 \quad . \quad (3.74)$$

Bei der Realisierung eines experimentellen Messaufbaus für die Bestimmung des Massenträgheitsmoments wurde die Option mit in definiertem Abstand von der Rotationsachse montierbarer Massekörper gewählt. Vorteil dieser Lösung ist eine geringe Anzahl anzufertigender Massekörper bei einer Vielzahl möglicher Kombinationen durch variierbare Abstände zur Rotationsachse und zusätzlich unterschiedlicher Anzahl an Massekörpern.

Für die eigentliche Messung des Massenträgheitsmoments wurden im Rahmen dieser Arbeit  $i$  Messkonfigurationen mit verschiedenen Massekörpern (Massenträgheitsmoment  $J_i$ , Rückstellmoment  $m_i \cdot l_i \cdot g_{\text{loc}}$ ) gemessen. Aus Gleichung 3.71 gilt für jede Konfiguration mit dem gesuchten Massenträgheitsmoment  $J_0$  und dem Rückstellmoment des Pendels  $m_0 \cdot l_0 \cdot g_{\text{loc}}$  der Zusammenhang

$$\omega_i^2 = \frac{m_0 \cdot l_0 \cdot g_{\text{loc}} + \sum m_i \cdot l_i \cdot g_{\text{loc}}}{J_0 + \sum J_i} \quad . \quad (3.75)$$

Die zusätzlich hinzugefügten Massenträgheitsmomente  $J_i$  aus Gleichung 3.74 und deren Rückstellmomente  $m_i \cdot l_i \cdot g_{\text{loc}}$  sind bekannt. Die gesuchte Größe des Massenträgheitsmoments  $J_0$  kann so anhand der gemessenen Frequenzen  $\omega_i = 2\pi \cdot f_i$  und mit den bekannten Parametern der Massestücke approximiert werden.

Der Einfluss der Nichtlinearität des Pendels ist für die gewählten Auslenkungen zwar klein, musste aber quantifiziert werden. In Abschnitt A.4.1 im Anhang findet sich die Abschätzung der Einflüsse. Wird das Pendel mit einer Amplitude von  $\leq 1^\circ$  ausgelenkt, ist die Schwingfrequenz maximal um 0,01 % beeinflusst.

Aus den Ergebnissen der Messungen ergab sich für die Bestimmung des Massenträgheitsmoments auf Basis des physikalischen Pendels eine prinzipiell gute Eignung. Da

die Messobjekte (Kupplungen, Kopfmassenträgheitsmoment der dyn. Drehmomentmess-einrichtung) aber ein deutlich kleineres Massenträgheitsmoment als die existierende Pendelkonstruktion selbst hatten, ergaben sich trotz vielversprechender Ergebnisse für die Messunsicherheit des Gesamtaufbaus unbefriedigend hohe Unsicherheiten für das Messobjekt allein (vgl. Abschnitt 4.2.2.6). Daher wurde ein zweiter, empfindlicherer Messaufbau auf Basis eines Torsionspendels entworfen, ähnlich dem ursprünglichen Aufbau am Prototypen der Messeinrichtung [BW06].

### 3.4.2.2 Torsionspendel

Torsionspendelversuche zur Bestimmung des Massenträgheitsmomentes nutzen in der Regel vertikal ausgerichtete Aufbauten, die Rotationsschwingungen ausführen. Bei der Auslenkung des Pendels wird eine Rotationsfeder gespannt, die die Energie an das Pendel abgibt und so harmonische Schwingungen ermöglicht, wie in Abbildung 3.16 dargestellt. Die Bewegungsgleichung eines Torsionspendels ist linear und nur abhängig von der Federkonstante der Rückstellfeder  $c$  und dem Massenträgheitsmoment  $J$  des Pendels. Somit folgt mit dem Verdrehwinkel  $\vartheta$  des Pendels

$$J \cdot \ddot{\vartheta} + c \cdot \vartheta = 0 \quad (3.76)$$

bei Vernachlässigung der Dämpfung. Bei einer reibungsarmen Lagerung ergibt sich somit ein sehr elegantes Verfahren für die Bestimmung des Massenträgheitsmoments. Es eignet sich auch für nicht-rotationssymmetrische Körper mit dem Schwerpunkt außerhalb der Rotationsachse.

Große Messkörper werden typischerweise an zwei oder drei Fäden aufgehängt. Die Torsionspendelschwingungen werden erzeugt, indem das Messobjekt verdreht wird [JM07; Lyo02; KH62]. Die Frequenz der Pendelschwingungen wird durch einfaches Abzählen der Schwingungen innerhalb einer vorgegebenen Zeit oder durch Lichtschranken realisiert. Eine derartige Bestimmung der Pendelfrequenz ist allerdings mit recht großen Unsicherheiten verbunden. Ein solcher Messaufbau eignet sich vor allem für große Körper, bei dem andere Ansätze technisch nicht praktikabel realisierbar sind.

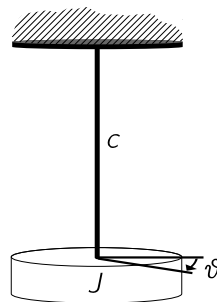


Abbildung 3.16: Schematischer Aufbau eines Torsionspendels.

### 3.4 Messprinzipien zur komplementären Bestimmung der Modellparameter

Im Unterschied zur Methode des physikalischen Pendels ist bei einem Torsionspendel der Zusammenhang zwischen (quadratischer) Pendelfrequenz und Massenträgheitsmoment linear. Die Kreisfrequenz  $\omega$  der sich bei Auslenken und Loslassen eines solchen Pendels ergebenden harmonischen Oszillationen lassen sich auf das angekoppelte Massenträgheitsmoment zurückführen. Aus der Bewegungsgleichung für das Torsionspendel (Gleichung 3.76) folgt mit der Torsionsfedersteifigkeit  $c$  und dem Auslenkwinkel  $\vartheta$

$$\begin{aligned}\omega^2 \cdot J \cdot \vartheta + c \cdot \vartheta &= 0 \quad , \\ \omega^2 \cdot J + c &= 0 \quad , \\ \omega^2 &= \frac{c}{J} \quad .\end{aligned}\tag{3.77}$$

Da die Federsteifigkeit der genutzten Torsionsfeder im Allgemeinen bei experimentellen Aufbauten nicht bekannt ist, kann das Massenträgheitsmoment des Messobjektes nicht direkt bestimmt werden. Durch Hinzufügen bekannter Massekörper kann – wie auch beim Messaufbau des physikalischen Pendels – auf das Massenträgheitsmoment geschlossen werden. Infolge des linearen Zusammenhangs vom Quadrat der Pendelkreisfrequenz und dem Massenträgheitsmoment kann dies jedoch nun durch eine Extrapolation einer Regressionsgeraden erfolgen. Aus der Inversen von Gleichung 3.77 folgt für das Quadrat der Pendelschwingdauer  $\tau^2$ , dem Pendelmassenträgheitsmoment  $J_0$  und dem Zusatzmassenträgheitsmoment  $J_i$  der Ausdruck

$$\tau^2 = \frac{4 \cdot \pi^2}{c} \cdot (J_0 + J_i) \quad .\tag{3.78}$$

Die durch diese Gleichung beschriebene Gerade hat eine Nullstelle bei  $J_0 = J_i$ . Die Messwerte, die mit den verschiedenen bekannten Zusatzmassenträgheitsmomenten ermittelt wurden, werden mittels der Methode der kleinsten Quadrate (OLS) an eine Gerade approximiert. Der Schnittpunkt der Geraden mit der X-Achse stellt das extrapolierte Massenträgheitsmoments des Torsionspendels dar. In Abbildung 3.17 ist der Zusammenhang der quadratischen Pendelfrequenz mit gekoppelten bekannten Zusatzmassenträgheitsmomenten und dem Pendelmassenträgheitsmoment  $J_0$  illustriert.

Ein Vorteil gegenüber dem physikalischen Pendel ist der Umstand, dass aufgrund der Unabhängigkeit der Schwingungen von der Erdbeschleunigung eine Integration des Torsionspendels in vorhandene Einrichtungen, bei denen Komponenten auf ihr Massenträgheitsmoment untersucht werden sollen, leichter fällt. Die Problematik der im Vergleich zum Messobjekt schweren Pendelkonstruktion ist hier kaum vorhanden.

#### 3.4.3 Dämpfung

Unter der Dämpfung eines Systems versteht man Effekte, die zu einer Reduzierung der Schwingungsamplitude über der Zeit führen. Diese Dissipation der Energie im System, in der Regel durch Wandlung in thermische Energie (Wärme), soll im Modell durch den Dämpfungsterm beschrieben werden. Die ursächlichen Effekte sind nicht vollständig

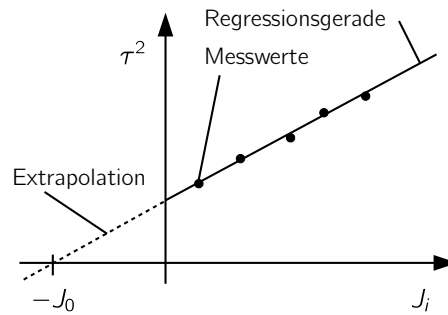


Abbildung 3.17: Extrapolation des Pendelmassenträgheitsmoments anhand der Messergebnisse mit bekannten Zusatzmassenträgheitsmomenten.

bekannt, die existierenden Dämpfungsmodelle beschreiben daher vereinfachend phänomenologisch das Verhalten.

Für die Beschreibung der dynamischen Drehmomentmesseinrichtung kann von nur schwach gedämpften Komponenten ausgegangen werden. Der Einfluss der Dämpfung auf das dynamische Verhalten des Systems ist daher klein. Typischerweise finden sich drei Modellansätze zur Beschreibung der Dämpfung

**Viskose Dämpfung** Die linearen Dämpfungseigenschaften des viskosen Dämpfungsterm  $d$  sind rein geschwindigkeitsproportional:

$$M(t) = -d \cdot \dot{\varphi} \quad (3.79)$$

**Quadratische Dämpfung** Die quadratische Dämpfung zeigt eine quadratische Abhängigkeit von der Geschwindigkeit.

$$M(t) = -d \cdot \dot{\varphi} \cdot |\dot{\varphi}| \quad (3.80)$$

**Coulomb'sche Dämpfung** Diese Dämpfung wird auch als trockene Reibung bezeichnet. Die Dämpfung ist konstant und nur von der Richtung der Geschwindigkeit abhängig. Mit der Reibungszahl  $\mu$  und der Normalkraft  $F_N$  gilt damit  $d = \mu \cdot F_N$

$$M(t) = d \cdot \frac{\dot{\varphi}}{|\dot{\varphi}|} \quad (3.81)$$

Die gängigste Beschreibung für Dämpfungseffekte ist die geschwindigkeitsproportionale viskose Dämpfung. Da das Modell der dynamischen Drehmomentmesseinrichtung linear ist, wird hier dieses Dämpfungsmodell angewendet. Die Hypothese der Anwendbarkeit der viskosen Dämpfung wird aber anhand der Messergebnisse validiert werden.

Für die Dämpfungsmessung wird ein System angenommen, das nur einen Freiheitsgrad besitzt, also nur aus einer Feder-Dämpfer-Kombination besteht. Das von einem viskosen



Dämpfer erzeugte Bremsdrehmoment ist der Winkelgeschwindigkeit entgegen gerichtet und ihr proportional. Diese Dämpfungseigenschaften der Messeinrichtung müssen bestimmt werden. Die Analyse der Dämpfungseigenschaften wird für rotatorische Schwingungen vorgenommen, wie sie in der Messeinrichtung auftreten. Weit gängiger ist die Dämpfungsanalyse translatorischer Schwingungen. Für die Analyse in Rotation mussten daher neuartige Ansätze gewählt werden.

#### 3.4.3.1 Auswertemethoden

Grundsätzlich lassen sich die Dämpfungseigenschaften im Zeitbereich oder im Frequenzbereich untersuchen. Hierbei kann zwischen den folgenden Auswertemethoden unterschieden werden:

**Resonanzverhalten** Für die Bestimmung der Dämpfung wird die Amplitude  $\hat{y}(\omega)$  eines mit erzwungenen Schwingungen konstanter Amplitude angeregten Systems im Frequenzraum untersucht, wie in Abbildung 3.18 illustriert. Abhängig von der Dämpfung ändern sich die Breite der Resonanz und die Resonanzüberhöhung. Am gängigsten ist hierbei die Analyse der Breite der Resonanz bei einer Amplitude von  $\frac{\hat{y}_{\max}}{\sqrt{2}}$ . Dieser Punkt wird als *half power bandwidth* (engl. für Bandbreite bei halber Leistung) bezeichnet, in Anlehnung an Messungen elektrischer Systeme, bei denen sich die Leistung mit dem Quadrat der Spannung verdoppelt [NJH85, S. 130 f.]. Der Dämpfungsgrad  $D$  ergibt sich damit nach

$$D = \frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_d} \quad . \quad (3.82)$$

**Abfall der Schwingungsamplitude** Die Messung der Amplitudenabnahme freier Schwingungen nach einer impulsförmigen oder sprungförmigen Anregung im Zeitbereich erlaubt die Bestimmung der Dämpfung (siehe Abbildung 3.18). Die Abnahme der Amplitudenwerte in Abhängigkeit der Zeit kann durch die Vermessung von  $n$  Schwingungen  $y$  ab einem Zeitpunkt  $k$  ( $y_k$  bis  $y_{k+n}$ ) zur Ermittlung des logarithmischen Dekrements  $\Lambda$  vorgenommen werden.

$$\Lambda = \frac{1}{n} \ln \left( \frac{y_k}{y_{k+n}} \right) \quad (3.83)$$

Alternativ zur Bestimmung des logarithmischen Dekrements kann die Abnahme der Amplitude des aufgezeichneten Signals durch Approximation einer monofrequenten gedämpften sinusförmigen Schwingung oder ihrer Umhüllenden bestimmt werden.

Die Umhüllende einer gedämpften Schwingung mit der Anfangsamplitude  $\hat{y}_0 = y_k$  beschreibt anhand der Abklingkonstanten  $\delta$  die Abnahme der Schwingungen, also die Dämpfung mit der Gleichung

$$y(t) = \hat{y}_0 \cdot e^{-\delta t} \quad . \quad (3.84)$$

Der Dämpfungsterm bleibt auch bei einer sinusförmigen Schwingung erhalten, die durch die Kreisfrequenz  $\omega$  und die Phase  $\varphi$  charakterisiert wird.

$$y(t) = \hat{y}_0 \cdot e^{-\delta t} \cdot \sin(\omega t + \varphi) \quad (3.85)$$

Die Bestimmung der Dämpfung mittels des logarithmischen Dekrements eignet sich besser bei einer geringen Anzahl ausgewerteter Schwingungen, die Analyse des Verlaufs der Umhüllenden bzw. der gesamten Schwingung besser für eine Vielzahl von Schwingungen. In beiden Fällen muss die Frequenz der Schwingung  $\omega_d$  bekannt sein. Für die Abklingkonstante  $\delta$  und den Dämpfungsgrad  $D$  gilt für die betrachteten schwach gedämpften Schwingungen mit der Resonanzfrequenz des ungedämpften Systems  $\omega_0$  der Zusammenhang

$$\delta = D \cdot \omega_0 \quad . \quad (3.86)$$

Für ein System mit nur einem Freiheitsgrad (das wie weiter oben beschrieben die Grundannahme für die Dämpfungsbestimmung ist) berechnet sich die ungedämpfte Resonanzfrequenz  $\omega_0$  aus der Abklingkonstanten  $\delta$  und der gemessenen Resonanzfrequenz  $\omega_d$  zu

$$\omega_0 = \sqrt{\omega_d^2 + \delta^2} \quad . \quad (3.87)$$

Zwischen logarithmischem Dekrement  $\Lambda$  und Dämpfungsmaß  $D$  besteht der Zusammenhang

$$D = \frac{\Lambda}{2 \cdot \pi} \quad . \quad (3.88)$$

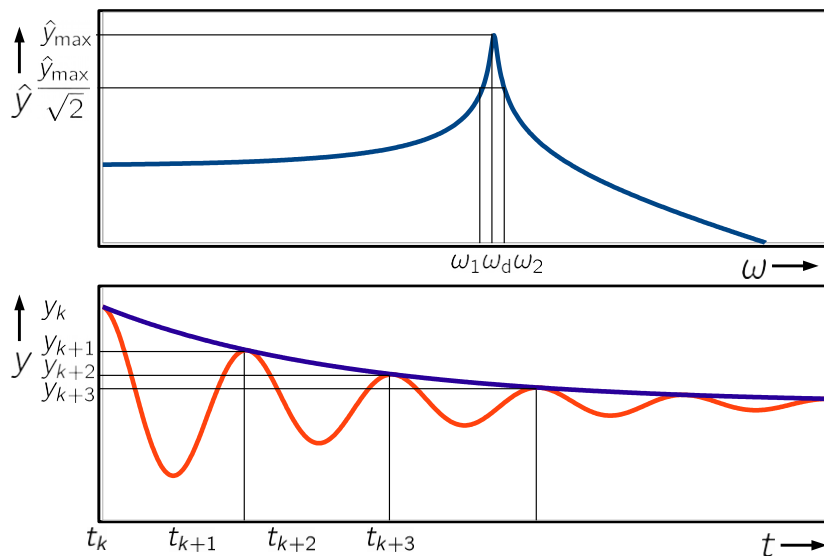


Abbildung 3.18: Dämpfungsbestimmung auf Basis des Resonanzverlaufs erzwungener Schwingungen (oben) und durch Analyse des Amplitudenabfalls (unten).

### 3.4 Messprinzipien zur komplementären Bestimmung der Modellparameter

Der Vergleich der zwei Anregungs- und Analyseverfahren zeigt, dass zur rotatorischen Dämpfungsmessung von Komponenten der dynamischen Drehmomentmesseinrichtung die Analyse der erzwungenen Schwingungen weniger gut geeignet ist:

- Für die Dämpfungsmessung wird immer von einer dominanten Resonanzfrequenz bzw. monofrequenten Schwingungen nach Impulsanregung ausgegangen, also ein Modell mit nur einem Freiheitsgrad zugrunde gelegt. Deshalb müssen die Kupplungselemente, deren Dämpfungseigenschaften bestimmt werden sollen, separat analysiert werden. Der Messaufbau sollte so realisiert werden, dass so wenig Komponenten wie möglich miteinbezogen sind. Die mit großer Torsionssteifigkeit einhergehenden hohen Resonanzfrequenzen lassen sich für erzwungene Schwingungen rotatorisch kaum anregen.
- Aus Untersuchungen mit erzwungener Anregung ist bekannt, dass das Verfahren anfällig dafür ist, zu hohe Werte für die Dämpfung zu ermitteln [CM65].

Für die Bestimmung der Dämpfungseigenschaften der Komponenten der dynamischen Drehmomentmesseinrichtung wurde daher der Abfall der Schwingungsamplitude ausgewertet. Der schematische Aufbau des Messprinzips ist in Abbildung 3.19 dargestellt.

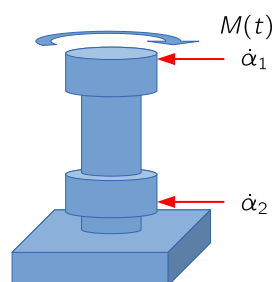


Abbildung 3.19: Schematischer Aufbau für die Dämpfungsmessung.

#### 3.4.3.2 Schwingungsanregung

Die Erzeugung von freien Schwingungen ist für rotatorische Bewegungen schwieriger zu realisieren als für translatorische Bewegungen. Translatorisch kann mittels eines Hammerschlages oder eines Stoßes etwa durch ein Pendel oder andere Stoßkörper auf einfache Weise eine pulsformige Anregung bei minimaler Modifikation des Messobjektes realisiert werden. Für Rotationsschwingungen ist ein entsprechender Ansatz bei einem zylindrischen, rotationssymmetrischen Körper ohne größere Modifikationen praktisch ausgeschlossen, insbesondere wenn Biegemomente und Axialkräfte bei der Einleitung minimal bleiben sollen. Als Alternative für das Anfachen freier Schwingungen mit ähnlich hoher Amplitude und ähnlichem Frequenzinhalt wie bei pulsformiger Anregung eignen sich Sprungfunktionen. Auch hierbei wird durch sprungförmiges Be- oder Entlasten eine breitbandige Anregung erzielt. Für Rotationsschwingungen scheint eine sprungförmige Entlastung die

einzigste Möglichkeit, unter den genannten Randbedingungen (minimale Modifikationen am Messobjekt) eine Analyse des Dämpfungsverhaltens abklingender Schwingungen zu realisieren. Da Konstruktionen zur schlagartigen Trennung eines anliegenden Drehmoments immer zusätzliche, komplexe und vergleichsweise schwere Konstruktionen (Kupplungen) erfordern, ist die Verwendung von Bruchkörpern eine technisch praktikable Lösung. Zur Erzeugung von Rotationsschwingungen ist der Bruchkörper idealerweise ein rotationssymmetrischer Stab, der bei Drehmomentbelastung versagt und somit zu einer sprungartigen Entlastung des Messobjektes führt.

Als Material für die Bruchkörper sind spröde Materialien besonders gut geeignet, da sich bei deren Bruch ein Verhalten ergibt, das dem Ideal einer Sprungfunktion nahe kommt. Für die weitere Konstruktion ist wichtig, dass die Einleitung des Drehmoments bis zum Bruchmoment weitgehend frei von zusätzlichen axialen Kräften und Biegemomenten ist. Auch sollte nach dem Bruch der abgetrennte Teil des Bruchkörpers möglichst keinen Kontakt mit dem Messobjekt haben, um eine Beeinflussung zu vermeiden. Die der Anregung entgegengesetzte Seite des Messobjektes soll dabei möglichst fest eingespannt werden.

Für die eigentliche Messung müssen die beim Entlastungsbruch angeregten Schwingungen erfasst werden. Diese Messung soll, wie auch die Erzeugung der Schwingungen selbst, mit minimalen Veränderungen am Messobjekt realisiert werden. Daher scheinen vor allem berührungslose Messverfahren zur Erfassung dynamischer Signale geeignet. Bei diesen Anforderungen zeigt sich das bereits in Abschnitt 3.1.2.3 genannte Rotationsvibrometer mit guten dynamischen Eigenschaften und der zusätzlich vorhandenen Unempfindlichkeit gegenüber parasitären Bewegungen als besonders geeignet. Um hiermit messen zu können, müssen die Oberflächen zwar lokal an den Messstellen diffus reflektierend präpariert werden, dies lässt sich jedoch mit geringem Eingriff durch dünne Klebefolien oder Sprays realisieren.

### 3.4.3.3 Messdatenauswertung

Für die Dämpfungsmessung wird der Abfall der Schwingungsamplituden des Messobjektes ausgewertet. Um hierbei Einflüsse durch die untere, feste Ankopplung zu vermeiden, werden die Schwingungsamplituden an der oben angeregten Seite der Messobjektes, an der die Drehmoment-Sprungfunktion eingeleitet wird, wie auch an der gefassten Seite, die kaum Schwingungen aufweisen sollte, gemessen (siehe Abbildung 3.19). Für die Dämpfungsmessung wird aus den beiden Messsignalen der zeitabhängige Torsionswinkel des Messobjektes bestimmt. Die zwei als Ausgangssignale der Rotationsvibrometer erfassen Winkelgeschwindigkeiten  $\dot{\alpha}_1(t)$  und  $\dot{\alpha}_2(t)$  müssen hierbei durch Integration in die zeitabhängigen Winkel  $\alpha_1(t)$  und  $\alpha_2(t)$  überführt werden. Für den Torsionswinkel  $\alpha_{\text{DUT}}$  gilt dabei

$$\alpha_{\text{DUT}}(t) = \alpha_1(t) - \alpha_2(t) \quad . \quad (3.89)$$

Nach einer Differentiation lässt sich der zugehörige zeitliche Winkelgeschwindigkeitsverlauf  $\dot{\alpha}_{\text{DUT}}$  auswerten. Diese Messgröße ist von Vorteil, da der zeitabhängige Differenzwinkel  $\alpha_{\text{DUT}}$  durch die sprungförmige Drehmomententlastung große Unterschiede vor und nach

### 3.4 Messprinzipien zur komplementären Bestimmung der Modellparameter

der Entlastung aufweist, die sich durch große überlagerte, niederfrequente Winkeländerungen bemerkbar machen. Dadurch wird die Datenauswertung erschwert. Die Torsionswinkelgeschwindigkeit  $\dot{\alpha}_{\text{DUT}}$  des Messobjektes folgt nach

$$\dot{\alpha}_{\text{DUT}}(t) = \frac{d\alpha_{\text{DUT}}(t)}{dt} \quad . \quad (3.90)$$

Nach der Differentiation sind diese niederfrequenten Winkeländerungen nicht mehr dominant im Signal vorhanden, da sie langsam erfolgen und somit nicht nennenswert zur Winkelgeschwindigkeit beitragen. Für die eigentliche Auswertung macht es keinen Unterschied, ob die Winkelposition, Winkelgeschwindigkeit oder Winkelbeschleunigung herangezogen wird. Die Annahme eines linearen Modells mit einem Freiheitsgrad führt zu einem konstanten Faktor (vgl. Gleichung 3.38) zwischen den Amplitudenwerten der einzelnen Signale. Die Abnahme der Amplitude bleibt in allen Fällen gleich.

Die gesuchte Messgröße bei der Dämpfungsmessung ist nicht die direkt aus der Abklingkurve extrahierbare Abklingkonstante  $\delta$ , sondern das Dämpfungsmaß  $D$ , das sich nach Gleichung 3.86 aus der ungedämpften Eigenfrequenz und der Abklingkonstante ergibt. Aus den berechneten Daten über den zeitlichen Verlauf der Torsionswinkelgeschwindigkeit des Messobjektes müssen die Abklingkonstante und die Eigenfrequenz ermittelt werden. Eine alleinige Analyse des Abklingvorganges der Schwingung ist nicht ausreichend. Für die Eignung zur Dämpfungsmessung wurden zwei Methoden untersucht:

**Sinus-Fit** Ein naheliegender Ansatz ist eine direkte Approximation eines gedämpften Sinus. Ein Vorteil ist, dass die gesuchten Größen in einem Vorgang gemeinsam ermittelt werden können. Nachteilig ist die erforderliche nichtlineare Approximation, die gegenüber linearen Verfahren keine geschlossene Lösung darstellt, sondern iterativ gelöst werden muss. Abhängig von den Startwerten kann das Ergebnis durch lokale Minima unbefriedigend sein.

**Hilbert-Transformation** Die Hilbert-Transformierte eines monofrequenten, sinusförmigen Signals beinhaltet ebenfalls die erforderlichen Informationen über die Abklingkonstante und die Frequenz. Die aufgezeichnete Sinusschwingung der Torsionswinkelgeschwindigkeit lässt sich als Realteil  $y(t)$  eines komplexen analytischen Signals  $\underline{y}(t)$  mit dem Imaginärteil  $\tilde{y}(t)$  in kartesischer Darstellung beschreiben.

$$\underline{y}(t) = y(t) + i\tilde{y}(t) \quad (3.91)$$

Die Hilbert-Transformierte  $\mathcal{H}[y(t)]$  des Signals folgt aus

$$\mathcal{H}[y(t)] = \tilde{y}(t) = \frac{1}{\pi} \text{p.v.} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{y(\tau)}{t - \tau} d\tau \quad (3.92)$$

mit dem Cauchy'schem Hauptwert p.v. (engl. principal value) aufgrund der Definitionslücke bei  $t = \tau$ . Dies entspricht einer Faltung des Realteils im Zeitbereich [Ben85] nach

$$\mathcal{H}[y(t)] = \tilde{y}(t) = y(t) * \frac{1}{\pi \cdot t} \quad . \quad (3.93)$$

Die Einhüllende des Signals  $A(t)$  lässt sich so mit den Real- und Imaginärteilen von  $\underline{y}(t)$  bzw. der Hilbert-Transformierten bilden:

$$A(t) = |\underline{y}(t)| = \sqrt{y^2(t) + \tilde{y}^2(t)} = \sqrt{y^2(t) + \mathcal{H}^2[y(t)]} \quad (3.94)$$

Außerdem kann aus dem Signal der momentane Phasenwinkel  $\varphi(t)$

$$\varphi(t) = \arctan\left(\frac{\tilde{y}(t)}{y(t)}\right) = \arctan\left(\frac{\mathcal{H}[y(t)]}{y(t)}\right) \quad (3.95)$$

ermittelt werden. Für die korrekte Bestimmung der Momentan-Phase muss die Vier-Quadranten-Arkustangensfunktion angewendet werden (vgl. Abschnitt A.6). Aus der Ableitung der Momentan-Phase lässt sich wiederum die Frequenz bestimmen:

$$\omega = \frac{d\varphi(t)}{dt} \quad (3.96)$$

Der Vorteil dieser zweistufigen Ermittlung von Amplitudenabfall und von Schwingfrequenz liegt in der Möglichkeit, diese durch lineare Regression zu bestimmen. Zwar ist der eigentliche Amplitudenabfall exponentiell (vgl. Gleichung 3.84), die Identifikation lässt sich aber linear in den Parametern realisieren, indem von der exponentiell abfallenden Einhüllenden  $A(t)$  der Logarithmus gebildet wird [AB89]. Es gilt

$$\begin{aligned} y(t) &= \hat{y}_0 \cdot e^{-\delta t} \\ \ln(y(t)) &= \ln(\hat{y}_0 \cdot e^{-\delta t}) = \ln \hat{y}_0 - \delta t \quad . \end{aligned} \quad (3.97)$$

Der Amplitudenabfall  $\delta$  lässt sich so mittels einer linearen Regression bestimmen. Bei einer festen Schwingfrequenz  $\omega$  stellt sich die Phase

$$\varphi(t) = \omega \cdot t \quad (3.98)$$

als linear zunehmend dar und kann ebenfalls durch lineare Approximation bestimmt werden.

Beide Verfahren wurden auf ihre Eignung für die Bestimmung der Dämpfung hin untersucht (siehe Anhang A.7.1). Hierfür wurden sowohl simulierte Daten, als auch Messdaten herangezogen. Ein typisches Ergebnis eines Sinus-Fits mit simulierten Daten ist in Abbildung A.8 und für die Bestimmung mittels Hilbert-Transformation in der Abbildung A.9 dargestellt.

### 3.5 Einflüsse durch Signalkonditionierungs- und Datenerfassungselektronik

Die gesuchten Eigenschaften des dynamisch zu kalibrierenden Drehmomentaufnehmers sind Parameter eines mechanischen Modells. Da diese aus Messwerten bestimmt werden sollen, ist eine Berücksichtigung des dynamischen Verhaltens der Signalkonditionierungs-

### 3.5 Einflüsse durch Signalkonditionierungs- und Datenerfassungselektronik

und Erfassungselektronik erforderlich. Das Verhalten eines Aufnehmers kann sich abhängig von der mechanischen Umgebung ändern, die Einflüsse durch die Elektronik bleibt hiervon jedoch unberührt.

Im Prinzip sind auch die Kabel in diese Betrachtung miteinzubeziehen. Bei den verwendeten Koaxialkabeln und den auftretenden Anregungsfrequenzen sind diese Einflüsse aber vernachlässigbar.

#### 3.5.1 Dynamische Kalibrierung von Brückenverstärkern

Die Problematik des Messverstärkereinflusses ist in anderen Bereichen der mechanischen Messtechnik – wie der Beschleunigungsmessung – im Allgemeinen bekannt und wird getrennt untersucht [Usu+07; VB13]. Im Bereich der dynamischen Kraft- und Drehmomentmessung werden Brückenverstärker, wie auch die Aufnehmer, überwiegend statisch kalibriert. Dies erfolgt mittels resistiven oder induktiven Spannungsteilern, die die Belastung durch einen DMS-Aufnehmer simulieren und eine ratiometrische (also von der Brückenspeisespannung abhängige) Brückenspannung erzeugen [Ram90; Hot05]; [Hof87, S. 165 ff.]. Für die dynamische Kalibrierung von Brückenverstärkern wurde in der PTB ein Verfahren eingesetzt, bei dem die Brückenspannung induktiv eingekoppelt wurde [SKK12]. Ein Übergang von der dynamischen Kalibrierung zur statischen ist damit aber nicht möglich, da die Anregungsfrequenz nach unten begrenzt ist.

Deshalb wurde an der PTB ein neues Kalibrierverfahren entwickelt, das eine durchgängige statische wie auch dynamische Brückenverstimmung realisieren kann [BMR12]. Zusätzlich ist es möglich, arbiträre Signalverläufe für die Kalibrierung zu erzeugen. Ein Gerät mit ähnlichen Eigenschaften wurde am National Physical Laboratory (NPL) in Großbritannien parallel entwickelt [Geo+06]. Das Grundprinzip des *Dynamischen Brückennormals* (DynBN) der PTB ist eine ratiometrische Brückenverstimmung mittels multiplizierender Digital-Analog-Konverter (engl. digital-to-analogue converter, DAC). Die erforderlichen kleinen Spannungen werden durch einen den DACs nachgeschalteten resistiven Spannungsteiler (Teilerverhältnis  $D$ ) ermöglicht. Eine Prinzipskizze ist in Abbildung 3.20 dargestellt.

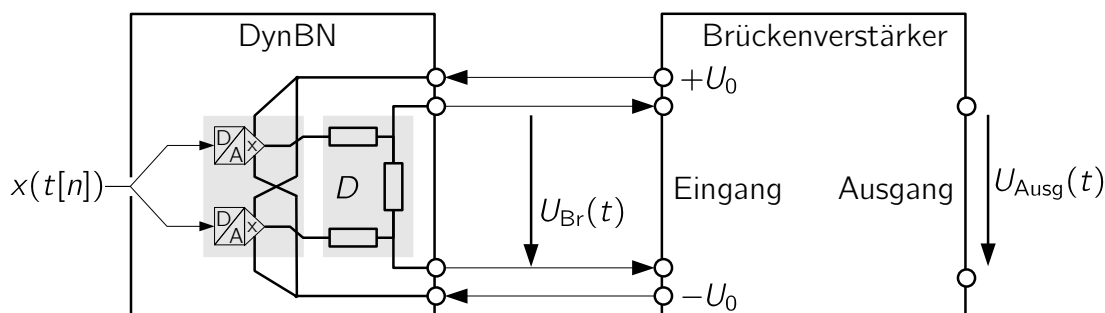


Abbildung 3.20: Schematischer Aufbau des dynamischen Brückennormals.

Das dynamische Brückennormal wird an Stelle der DMS-Brücke an den Messverstärker angeschlossen. Für die Kalibrierung werden mit monofrequenter sinusförmiger Anregung der Frequenz- und Phasengang des Verstärkers ermittelt. Das dynamische Brückennormal erlaubt hierbei Brückenverstimmungen bis maximal 2 mV/V, von statischer Verstimmung bis zu einer Frequenz von 10 kHz bei Gleichspannungs-Brückenverstärkern. Trägerfrequenzmessverstärker lassen sich prinzipiell auch kalibrieren, sind derzeit aber noch nicht untersucht worden.

Ebenso wie zuvor der Drehmomentaufnehmer, wird der Brückenverstärker als lineares und zeitinvariantes System mit einem durch eine Kalibrierung bestimmbaren dynamischen Übertragungsverhalten angenommen. Die Anforderung der Zeitinvarianz ist Grundvoraussetzung, um mit einer Kalibrierung das spätere Verhalten vorhersagen zu können. Die Linearität wird während der Kalibrierung untersucht. Für ein solches System mit einem Eingang  $X$  und einem Ausgang  $Y$  lässt sich die komplexe Übertragungsfunktion  $\underline{H}(i\omega)$  bestimmen, und es gilt

$$\underline{H}(i\omega) = \frac{Y(i\omega)}{X(i\omega)} . \quad (3.99)$$

Für den Betrag  $A(\omega)$  der Übertragungsfunktion gilt

$$A(\omega) = |\underline{H}(i\omega)| = \sqrt{\operatorname{Re}(\underline{H}(i\omega))^2 + \operatorname{Im}(\underline{H}(i\omega))^2} , \quad (3.100)$$

und für den frequenzabhängigen Phasengang

$$\varphi(\omega) = \arctan\left(\frac{\operatorname{Im}(\underline{H}(i\omega))}{\operatorname{Re}(\underline{H}(i\omega))}\right) . \quad (3.101)$$

Für ein korrektes Ergebnis muss der Phasengang mit der Vier-Quadranten-Arkustangensfunktion bestimmt werden (vgl. Abschnitt A.6).

Für die Kalibrierung der Brückenverstärker wird dieses kontinuierliche Modell angenommen, die Bestimmung von Betrag und Phase der Übertragungsfunktion erfolgt aber nur bei den diskreten Kalibrierfrequenzen  $\omega_i$ . Für den Amplitudengang  $A(\omega_i)$  wird das Verhältnis der Ausgangsamplitude  $A_Y(\omega_i)$  und der Eingangsamplitude  $A_X(\omega_i)$  für jede einzelne Frequenz berechnet.

$$A(\omega_i) = \frac{A_Y(\omega_i)}{A_X(\omega_i)} \quad (3.102)$$

Der Phasengang folgt mit der Phasendifferenz  $\varphi(\omega_i)$  von Aus- und Eingang nach

$$\varphi(\omega_i) = \varphi_Y(\omega_i) - \varphi_X(\omega_i) . \quad (3.103)$$

Das dynamische Brückennormal ist vorab in der PTB kalibriert worden. Für die Kalibrierung der Amplitudenübertragungsfunktion des zu untersuchenden Brückenverstärkers wird allein die gewünschte dynamische Verstimmung in Amplitude und Frequenz vorgegeben und die gemessenen Ausgangssignale werden ausgewertet. Der Phasengang kann durch simultane Aufzeichnung des Referenzausgangs des Brückennormals und des Ausgangs des Verstärkers oder durch konsekutive Messung mit nur einem Aufzeichnungskanal bestimmt werden.



### 3.5 Einflüsse durch Signalkonditionierungs- und Datenerfassungselektronik

Eine getrennte Kalibrierung ist nur für Aufnehmer-/Verstärkerkombinationen vorgesehen, bei denen die beiden Komponenten auftrennbar sind, also einen passiven, mit DMS applizierten Aufnehmer, und einen zugehörigen Brückenverstärker umfassen. Drehmomentaufnehmer sind oft mit integrierter Elektronik ausgestattet, die nicht ohne Weiteres untersucht werden kann.

#### 3.5.2 Einflüsse durch die Signalerfassungselektronik

Auch die zur Analog-Digital-Wandlung eingesetzte Elektronik mit ihren integrierten Filtern muss auf ihr dynamisches Verhalten hin untersucht werden. Zu diesem Zweck kommen kalibrierte Spannungskalibratoren zum Einsatz. Sie erzeugen ein Signal bekannter Amplitude und Frequenz, das mit der zu kalibrierenden Signalerfassungselektronik aufgezeichnet wird. Abweichungen von den Kalibriersignalen lassen sich so feststellen. Durch gleichzeitige Erfassung desselben Signals können Phasendifferenzen zwischen verschiedenen Einzelkanälen festgestellt werden. Die Abweichungen der integrierten Oszillatoren wird durch den Vergleich mit einer Referenzfrequenz ermittelt.

Die Bestimmung der jeweiligen Übertragungsfunktionen erfolgt wie im vorangegangenen Abschnitt beschrieben.

#### 3.5.3 Kompensation der Einflüsse der Signalkonditionierungselektronik

Mit Hilfe der Kalibrierergebnisse für die Signalkonditionierungs- und Erfassungselektronik können für die aufgezeichneten dynamischen Drehmomentmessdaten die Messunsicherheitsbeträge bestimmt werden. Darüber hinaus können, falls die aufgezeichneten Amplituden groß genug sind, die Einflüsse der kalibrierten Komponenten kompensiert werden. Prinzipiell ist dies im Zeitbereich möglich, indem inverse Filter zur Korrektur der Einflüsse entworfen werden und die entstehenden Unsicherheitseinflüsse analysiert werden [Eic+14]. Für die gewählte Analyse im Frequenzbereich ist es jedoch einfacher, die Korrektur nach der Wandlung auf die einzelnen Frequenzpunkte anzuwenden. Für komplexe Übertragungsfunktionen  $\underline{H}_{\text{gemessen}}(i\omega)$  kann dies durch Multiplikation mit der inversen Übertragungsfunktion aus der Kalibrierung  $\underline{H}_{\text{kal}}(i\omega)$  erfolgen,

$$\underline{H}_{\text{korr}}(i\omega) = \underline{H}_{\text{gemessen}}(i\omega) \cdot \underline{H}_{\text{kal}}(i\omega)^{-1}, \quad (3.104)$$

alternativ kann die Korrektur für die Amplitude

$$A_{\text{korr}}(\omega) = A_{\text{gemessen}}(\omega) \cdot A_{\text{kal}}(\omega)^{-1} \quad (3.105)$$

und für die Phase

$$\varphi_{\text{korr}}(\omega) = \varphi_{\text{gemessen}}(\omega) - \varphi_{\text{kal}}(\omega) \quad (3.106)$$

einzelnen vorgenommen werden. Ändern sich die Amplituden durch die Korrektur wesentlich, sind die damit einhergehenden Messunsicherheiten infolge verstärkten Rauschens zusätzlich zu betrachten.

### 3.6 Messunsicherheitsbetrachtung

Ermittelte Messwerte können erst mit beigeordneter Messunsicherheit (abgekürzt: MU) hinsichtlich ihrer Aussagekraft bewertet werden. Die Bestimmung des dynamischen Verhaltens von Drehmomentaufnehmern erfordert daher eine Messunsicherheitsbetrachtung. Da in die zu bestimmenden Modellparameter eines zu kalibrierenden Drehmomentaufnehmers auch die Ergebnisse der komplementären Messeinrichtungen für Massenträgheitsmoment, Torsionssteifigkeit und Dämpfung miteingehen, ist eine Bestimmung dieser Messunsicherheiten eine unumgängliche Voraussetzung.

Ziel der Betrachtung der Messunsicherheit ist eine Abschätzung der Messabweichungen. Für die Abschätzung dieser Unsicherheitseinflüsse wurden Empfehlungen im *Guide on the Expression of Uncertainty of Measurements* (GUM) [Bur+08a] festgeschrieben, der quasi als internationaler Standard zur Berechnung der Messunsicherheit gilt und daher auch hier angewendet werden soll.

Der Ablauf einer Messunsicherheitsbetrachtung nach dem GUM lässt sich grob in folgende Schritte einteilen:

**Aufstellen eines Modells** Beschreiben der Messung und Übertragen der Messung in ein mathematisches Modell (Abschnitt 3.6.1).

**Ermitteln der Eingangsgrößen** Erlangung der Kenntnis über alle Einzeleingangsgrößen, Ermittlung der Streubreite in Form von Verteilungsdichtefunktionen der Eingangsgrößen (Abschnitt 3.6.2).

**Berechnen der Ausgangsgröße** Fortpflanzung der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen der Eingangsparameter auf die Messunsicherheit der Messgröße mit Hilfe des mathematischen Modells der Messung, entweder mit den Methoden des GUM (direkte Berechnung) oder mit den Methoden des GUM S1 (Monte-Carlo-Simulationen) (Abschnitt 3.6.3).

**Angabe des vollständigen Messergebnisses** Aus der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der Ausgangsgröße kann das vollständige Messergebnis in Form des Erwartungswertes und der erweiterten Messunsicherheit angegeben werden (Abschnitt 3.6.4).

#### 3.6.1 Modell der Messdatenauswertung

Basis für die Abschätzung der Messunsicherheitseinflüsse ist ein mathematisches Modell der Messauswertung. Anhand dieses Modells können die Einflüsse unterschiedlicher Eingangsgrößen berechnet werden. Die meisten Messungen werden durch eine Vielzahl an Eingangsgrößen  $X_1, X_2, \dots, X_n$  beeinflusst, die zusammen das Messergebnis  $Y$  bilden. Somit gilt

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad . \quad (3.107)$$

Eingangsparameter für das Modell sind die einzelnen Eingangsgrößen. Diese werden als Zufallsgrößen aufgefasst.

### 3.6 Messunsicherheitsbetrachtung

Die Eigenschaften der Eingangsgrößen werden durch statistische Größen und Wahrscheinlichkeiten ausgedrückt. Die Wahrscheinlichkeit des Auftretens eines Ereignisses  $\xi$  wird durch das nichtnegative, auf 1 normierte Ereignismaß  $P$  ausgedrückt.

$$0 \leq P(\xi) \leq 1 \quad (3.108)$$

Ein unmögliches Ereignis hat die Wahrscheinlichkeit 0, ein immer eintretendes Ereignis die Wahrscheinlichkeit 1. Die Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktion  $G_X$  beschreibt die Wahrscheinlichkeit des Auftretens eines Zufallsereignisses  $\xi$  in Bezug auf einen Wert  $X$ ; beschreibt also die Wahrscheinlichkeit, dass der Wert  $\xi$  kleiner oder gleich als der Bezugswert  $X$  ist:

$$G_X(\xi) = P(\xi \leq X) \quad (3.109)$$

Bei Betrachtung von Intervallen  $X_i$  lässt sich so die Verteilung der Wahrscheinlichkeit des Auftretens eines Zufallsereignisses  $\xi$  in Bezug auf die Intervallschritte  $i = 1 \dots n$  beschreiben. Die Verteilung der Wahrscheinlichkeit des Auftretens von  $\xi$  in den einzelnen Intervallschritten ist durch die Ableitung der Wahrscheinlichkeitsfunktion, die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen  $p_X$ , beschrieben.

$$p_X(\xi) = \frac{d}{d\xi} G_X(\xi) \quad (3.110)$$

Die Eingangsparameter für das Modell weisen bekannte statistische Eigenschaften in Form der Streubreite und Streuungsverteilung um den jeweils gesuchten Wert  $X$  auf, die durch die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen  $p_{X_1}, p_{X_2}, \dots, p_{X_n}$  beschrieben werden. Der durch die jeweilige Einzelmessung gesuchte Wert wird in diesem Fall als Erwartungswert  $E(X_{1..n})$ , ausgedrückt

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} \xi p_X(\xi) d\xi \quad (3.111)$$

Die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion  $p_X$  beschreibt die Verteilung der Wahrscheinlichkeit der Abweichungen der tatsächlichen Messwerte vom Erwartungswert.

Das Gesamtmodell der Messunsicherheitsbetrachtung beschreibt die Fortpflanzung der Verteilungen der einzelnen Einzeleingangsgrößen (der Eingangsparameter) auf die Verteilung der gesuchten Messgröße (dem Ausgang des Modells) und der daraus resultierenden Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion  $p_Y$ . Das Modell zur Fortpflanzung der Messunsicherheiten ist schematisch in Abbildung 3.21 dargestellt.

Die Modellierung für die Berechnung der Messunsicherheit kann in Untermodelle unterteilt und somit übersichtlicher gestaltet werden. Alle Modellannahmen, die im GUM betrachtet werden, sind rein linear. Nichtlineare Effekte müssen unter Abschätzung der Einflüsse linearisiert werden.

#### 3.6.2 Typen der Messunsicherheitseinflüsse

Für die Abschätzung der Messunsicherheit werden alle bekannten Einzelmessunsicherheitseinflüsse einbezogen. Diese Einzelmessunsicherheitseinflüsse werden im GUM in Einflüsse des Typs A und B unterteilt:

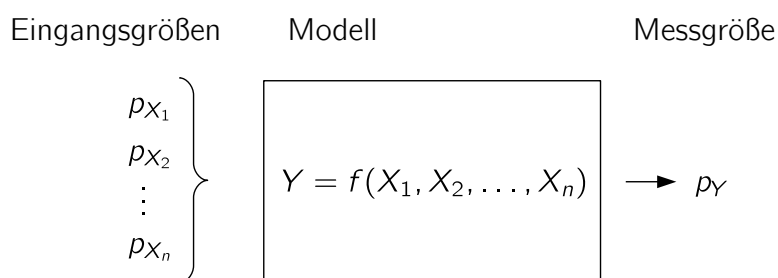


Abbildung 3.21: Fortpflanzung der Messunsicherheiten.

**Typ-A-Messunsicherheitseinflüsse** Diese Einflüsse lassen sich durch statistische Analysen von wiederholten Messungen bestimmen.

**Typ-B-Messunsicherheitseinflüsse** Hierunter werden alle Messunsicherheitseinflüsse verstanden, die nicht durch statistische Analysen ermittelt werden können. Dies kann Datenblattangaben, Kalibrierscheinangaben, Erfahrungen der Bediener, Erfahrungen aus vorangegangenen Messungen, anderes Vorwissen, Unsicherheiten von Referenzdaten, etc., umfassen.

Abhängig von der Kenntnis über die Einzeleinflussgrößen können sich unterschiedliche Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen ergeben. Messunsicherheitseinflüsse vom Typ A sind in der Regel normalverteilt, Einflüsse vom Typ B können unterschiedliche Verteilungen besitzen. Bei Kenntnis von oberer und unterer Toleranzgrenze von z.B. Datenblattangaben werden Rechteckverteilungen angenommen, während Kalibrierergebnissen eine Normalverteilung zu Grunde gelegt werden kann. Typische Verteilungen sind in [Bur+08a, S. 20] beschrieben.

Auf Basis der verschiedenen Messunsicherheitseinflüsse wird mittels eines mathematischen Modells der Messung die daraus folgende Unsicherheit des Messergebnisses abgeschätzt.

Die Unsicherheitseinflüsse können in zufällige und systematische Abweichungen unterschieden werden. Zufällige Messabweichungen sind im Internationalen Wörterbuch der Metrologie (frz. *Vocabulaire international de métrologie*, VIM) folgendermaßen definiert:

Die zufällige Messabweichung ist eine Komponente der Messabweichung, die bei wiederholten Messungen in unvorhersagbarer Weise schwankt [Bri12, S. 37/2.19].

Diese Abweichungen sind aufgrund ihrer Eigenschaften zwar abzuschätzen, aber nicht korrigierbar. Unter einer systematischen Messabweichung versteht man

... eine Komponente der Messabweichung, die bei wiederholten Messungen konstant bleibt oder sich in vorhersagbarer Weise ändert [Bri12, S. 36/2.17].

### 3.6 Messunsicherheitsbetrachtung

Systematische Abweichungen können und sollen korrigiert werden, sofern sie als solche erkannt werden.

#### 3.6.3 Monte-Carlo-Simulation

Seit 2008 gibt es eine Erweiterung des GUM, das *Supplement 1 - Propagation of distributions using a Monte Carlo method* (GUM S1), das alternativ zum bisherigen Ansatz die Berechnung der Messunsicherheitseinflüsse durch Monte-Carlo-Simulationen beschreibt [Bur+08b]. Anstelle der exakten Berechnung der Messunsicherheit mit diversen Limitationen in Bezug auf Modellannahmen (Linearität) und Verteilung der Einflüsse (vorgegebene Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen) mittels partieller Ableitungen wird bei einer Simulation mit der Monte-Carlo-Methode (MCM) der Messvorgang viele Male simuliert und so auf die Verteilungsfunktion des späteren Messwertes geschlossen. So kann auch bei komplexen Modellzusammenhängen mit nichtlinearen Einflüssen und beliebigen Verteilungen eine Messunsicherheitsbetrachtung durchgeführt werden.

Bei einer Monte-Carlo-Simulation werden auf Basis der Verteilungen der Eingangsgrößen mit Zufallszahlengeneratoren wiederholt Simulationen der Messung durchgeführt. Bei jeder simulierten Messung streuen die Eingangsparameter nach den vorgegebenen Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen. Bei einer ausreichend hohen Anzahl an Simulationsdurchgängen können verlässliche Aussagen zur Auftretenswahrscheinlichkeit und Streubreite der Messwerte gemacht werden.

#### 3.6.4 Angabe des Messwertes und der Messunsicherheit

Anhand des Modells aller verfügbaren Informationen zu Unsicherheitseinflüssen und der Messdaten wird der Erwartungswert  $E(Y)$  der Messgröße geschätzt. Statistisch gesehen wird bei einer Messung eine Stichprobe gezogen, die, da sie zeitlich begrenzt und nicht beliebig oft wiederholt werden kann, nur ein unvollständiges Bild darstellt. Auf Basis dieser Stichprobe wird der gesuchte Parameter abgeschätzt. Die Eingangsgrößen des Modells beeinflussen zusätzlich zum Erwartungswert  $E(Y)$  auch die Streuung des Wertes.

##### 3.6.4.1 Standardabweichung und Varianz

Die Varianz folgt nach [Bur+08b, S. 4/3.7] zu

$$\text{Var}(Y) = \int_{-\infty}^{\infty} (\xi - E(Y))^2 g_Y(\xi) d\xi \quad (3.112)$$

und beschreibt die Abweichung der Stichproben vom Erwartungswert. Die Standardabweichung  $\sigma$  ist als die positive Quadratwurzel der Varianz definiert.

$$\sigma_Y = \sqrt{\text{Var}(Y)} \quad (3.113)$$

Die Standardabweichung  $\sigma_Y$  des Messergebnisses  $Y$  wird auch als Standardmessunsicherheit  $u(Y)$  bezeichnet. Abhängig von der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion kann die Wahrscheinlichkeit variieren, mit der die erfassten Messwerte innerhalb der Standardmessunsicherheit  $u(Y)$  liegen. Es ist daher üblich, die erweiterte Messunsicherheit  $U_p(Y)$  anzugeben, die für einen Konfidenzintervall  $p$  gilt. Dieses Intervall beschreibt die statistische Wahrscheinlichkeit, mit der der Erwartungswert innerhalb dieser Grenzen liegt. Der Wert der Standardmessunsicherheit wird mit einem von der Form der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion abhängigen Wert multipliziert, dem sogenannten Erweiterungsfaktor  $k_p \geq 1$ , der üblicherweise für das Konfidenzintervall  $p = 95\%$  gewählt wird (entspricht  $k = 2$  für normalverteilte Werte). Es kann aber – bei entsprechender Angabe – ein abweichendes Konfidenzintervall verwendet werden.

Die vollständige Angabe eines Messergebnisses wird also mit

$$E(Y) \pm U_p(Y) \text{ bzw. } E(Y) \pm k_p \cdot u_p(Y) \quad (3.114)$$

beschrieben.

### 3.6.4.2 Erwartungswert und Standardabweichung bei begrenzter Anzahl von Stichproben

Die Annahmen zur Varianz und zur Standardabweichung im vorangegangenen Abschnitt, nämlich dass die hierbei einfließenden Stichproben einer Vollerhebung entsprechen (also alle Werte der Grundgesamtheit umfassen), wird im Fall einer Messung nicht erfüllt. Dies ist in der Messtechnik unmöglich und bei den erfassten Stichproben (den Messwerten) handelt es sich immer um eine unvollständige Erhebung.

Für diesen Fall müssen Schätzfunktionen zur Bestimmung der gesuchten Größen herangezogen werden. Der gängigste und in den meisten Fällen beste Schätzer [Bur+08a, S. 10/4.2.1] für den Erwartungswert stochastisch streuender Stichproben ist der arithmetische Mittelwert. Mit den Einzelstichproben  $Y_i$  von  $n$  Stichproben gilt

$$\hat{E}(Y) = \bar{Y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Y_i) \quad (3.115)$$

Die Standardabweichung und die Varianz wird mit der Stichprobenstandardabweichung  $s$  bzw. die Stichprobenvarianz  $s^2$  abgeschätzt [Bur+08a, S. 10/4.2.2].

$$S(Y) = \sqrt{S^2(Y)} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2} \quad (3.116)$$

Die größere Unsicherheit bei einer kleinen Stichprobenmenge wird hierbei berücksichtigt. Für eine hohe Anzahl an Stichproben nähert sich das Ergebnis der Stichprobenstandardabweichung  $s$  der Standardabweichung  $\sigma$  an.

### 3.6 Messunsicherheitsbetrachtung

Für alle in dieser Arbeit beschriebenen Berechnungen der Standardabweichung muss von einer unvollständigen Erhebung der Stichproben ausgegangen werden. Es wird daher immer der arithmetische Mittelwert und die Stichprobenstandardabweichung  $s$  herangezogen.

#### 3.6.5 Wiederholbarkeit der Messung

Abweichungen, die bei wiederholt durchgeführten Messungen auftreten, lassen sich durch die Wiederholpräzision beschreiben. Unter einer wiederholten Messung versteht man Messungen

...die dasselbe Messverfahren, dieselben Bediener, dasselbe Messsystem, dieselben Betriebsbedingungen und denselben Ort und wiederholte Messungen an demselben Objekt oder an ähnlichen Objekten während eines kurzen Zeitintervalls umfassen [Bri12, S. 37/2.20].

Diese experimentell ermittelten Einflüsse lassen sich nicht ohne Weiteres in Monte-Carlo-Simulationen einbeziehen. In der Regel ist es nicht möglich, eine aus statistischer Sicht ausreichende Menge solcher erneut durchgeführter Messungen zu erzeugen. Daher werden die Stichprobenstandardabweichungen für die Wiederholungsmessungen bestimmt und zu den Unsicherheitsbeiträgen aus der Monte-Carlo-Simulation addiert.

#### 3.6.6 Addition von Unsicherheiten

Um die Ergebnisse von Monte-Carlo-Simulation und den empirischen Ergebnissen vereinen zu können, werden die aus den Stichproben gewonnenen Standardunsicherheiten aufaddiert. Dies gilt auch für – entgegen der Empfehlung des GUM – nicht kompensierte systematische Messunsicherheitseinflüsse [LW98]. Die somit folgende Standardunsicherheit ergibt sich nach

$$s = \sqrt{s_1^2 + s_2^2 + \dots} \quad (3.117)$$

Dieser Ansatz ist konservativ und führt zu einer tendenziellen Überabschätzung der Messunsicherheit, da die mittels Monte-Carlo-Simulation bestimmten Unsicherheiten auch zum Teil oder vollständig in den Unsicherheitsbeiträgen der Wiederholungsmessungen enthalten sein kann. Bei fehlenden Möglichkeiten der Integration in Monte-Carlo-Simulationsrechnungen bleibt dies aber eine Möglichkeit der Einbeziehung aller Unsicherheitseinflüsse.

#### 3.6.7 Korrelationen

In den meisten Fällen können die einzelnen Messunsicherheitseinflüsse als unabhängig voneinander betrachtet werden. Ist dies nicht der Fall, müssen diese Korrelationen in die Messunsicherheitsanalyse einbezogen werden. Für die direkte Berechnung der

Messunsicherheit nach dem GUM wird der Grad der Abhängigkeit mittels Korrelationskoeffizienten bestimmt und die partiellen Ableitungen zur Unsicherheitsbestimmung miteinbezogen [Bur+08a, S. 21/5.2]. Im Fall einer Messunsicherheitsbetrachtung mittels Monte-Carlo-Simulation (GUM S1) werden korrelierte Größen direkt im Modell abgebildet und aus dem gleichen Satz von Zufallszahlen gezogen.

#### 3.6.8 Messunsicherheiten bei dynamischen Messungen

Die Methoden des GUM und des GUM S1 befassen sich allein mit der Messunsicherheitsbestimmung statischer Messungen. Für eine Abschätzung der Messunsicherheitsbetrachtung dynamischer Messungen müssen deren spezielle Eigenschaften miteinbezogen werden. Im Unterschied zu statischen Messungen, bei denen in der Regel ein Empfindlichkeitswert bzw. Abweichungen zu diesem Wert analysiert werden, sind bei dynamischen Messungen eine Vielzahl von charakteristischen Werten für die Beschreibung der Eigenschaften des Messobjektes erforderlich. Die gesuchte Größe – beispielsweise eine Empfindlichkeit – kann sich abhängig der Anregungsfrequenz ändern. Mit der Frequenz können sich auch die Messunsicherheiten unterscheiden. Bei der Betrachtung im Frequenzraum kann jede einzelne Messfrequenz als stationärer Zustand angenommen werden, für den sich jeweils Messunsicherheiten bestimmen lassen.

Abhängig von der Anregung können einzelne diskrete Anregungsfrequenzen einzeln untersucht werden (bei monofrequenter, sinusförmiger Anregung) oder verschiedene Anregungsfrequenzen aus einer einzelnen Messung extrahiert werden (bei Rausch- oder Impulsanregung). In ihrer Antwort auf dynamische Signale nicht oder nur wenig von der Umgebung abhängige Systeme (wie Messverstärker, Beschleunigungs- und Drucksensoren) erlauben eine Korrektur des frequenzabhängigen Verhaltens auf Basis des in der Kalibrierung bestimmten Übertragungsverhaltens.

Bei von der Umgebung abhängigen Systemen – wie die in dieser Arbeit untersuchten Drehmomentaufnehmer – ist eine adäquate Modellierung erforderlich, die auch in den späteren Einsatzfall übertragen werden muss. Die Unsicherheitsbetrachtung wird im Folgenden bis zur Bestimmung der Modellparameter durchgeführt. Die Übertragung der Unsicherheiten der Modellparameter eines kalibrierten Aufnehmers auf einen Anwendungsfall muss dann in weiteren Untersuchungen analysiert werden.



## 4 Experimentelle Untersuchungen

In diesem Kapitel werden die auf den zuvor beschriebenen Methoden basierenden Messeinrichtungen und die damit gewonnenen Messergebnisse vorgestellt. Dies umfasst eine Messeinrichtung für die dynamische Drehmomentmessung, wie auch komplementäre Messeinrichtungen zur Bestimmung der Modellparameter *Torsionssteifigkeit*, *Massenträgheitsmoment* und *Dämpfung* für Komponenten der erstgenannten Einrichtung.

### 4.1 Aufbau der dynamischen Drehmoment-Messeinrichtung

Das auf dem zweiten Newton'schen Gesetz basierende Messprinzip der Messeinrichtung für die dynamische Drehmomentkalibrierung ist im Abschnitt 3.1 beschrieben. Die Messeinrichtung wurde zur Prüfung der Machbarkeit von dynamischen Drehmomentkalibrierungen bereits 2003 entworfen [Bru03], und es wurden erste Messungen des Massenträgheitsmoments des Rotors durchgeführt [BW06]. Die Messeinrichtung wurde für diese Arbeit aufgrund eines Umzugs erst zerlegt und danach umgesetzt. Nach dem Umzug wurde sie modifiziert, vollkommen neu eingerichtet und wesentlich erweitert. Der nun aktuelle Zustand ist in Abbildung 4.1 dargestellt.

#### 4.1.1 Konstruktiver Aufbau

Die Messeinrichtung hat einen vertikalen Aufbau, bei dem alle drehbaren Komponenten in einem Strang hintereinander angeordnet sind. Der Aufbau und die Positionen der verschiedenen Komponenten sind in Abbildung 4.2 illustriert. Die Messeinrichtung realisiert eine dynamische Anregung des Wellenstrangs mittels erzwungener sinusförmiger Schwingungen. Die Antwort der Komponenten auf diese Anregung wird analysiert. Die frei drehbar oberhalb des Schwingungserregers angeordneten Komponenten werden dabei einer zeitlich variierenden Winkelbeschleunigung, und damit einem ebenfalls zeitlich variierenden Drehmoment ausgesetzt. Das an den einzelnen Komponenten (z.B. dem Drehmomentaufnehmer) wirkende Drehmoment ist abhängig vom Massenträgheitsmoment der einzelnen Komponenten und von der Position im Wellenstrang.

#### 4.1.2 Drehmomenterzeugung

Der mechanische Aufbau der Drehmomentmesseinrichtung ist so realisiert, dass der Rotationserreger den unteren Abschluss des Wellenstrangs bildet. Dies ist durch die erwünschte,

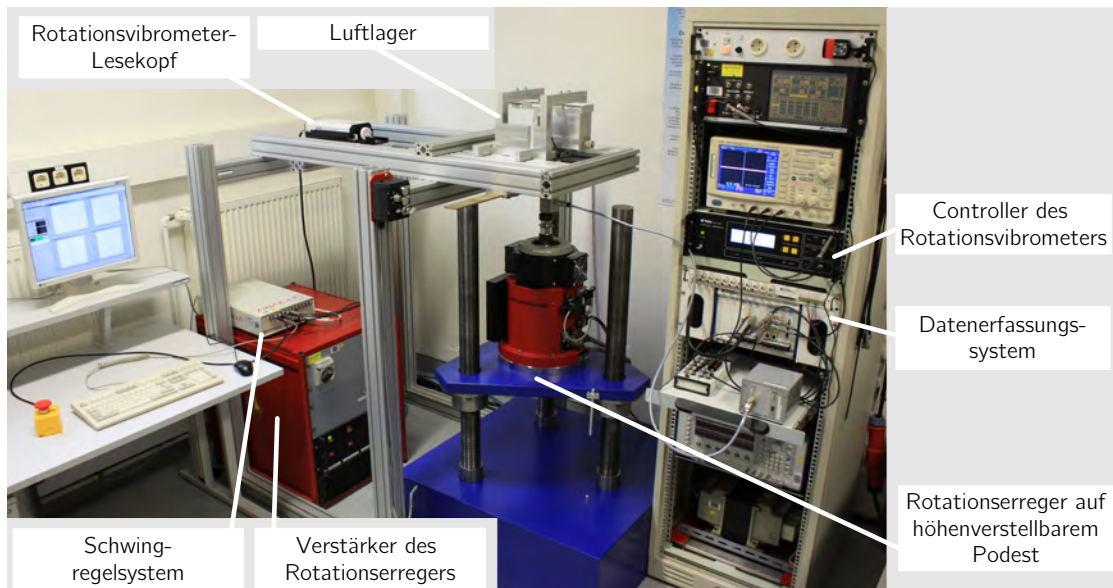


Abbildung 4.1: Modernisierte und erweiterte dynamische Drehmomenteinrichtung.

möglichst starre Kopplung des Rotationserregers mit dem Untergrund und die große Masse des Erregers bedingt. Der Rotationserregers ist höhenverstellbar auf einem Podest angebracht. Die Höhenverstellung ermöglicht eine flexible Anpassung an die zu untersuchenden Drehmomentenaufnehmer verschiedener Länge inklusive ihrer Kupplungselemente. Der von der Achse des Rotationserregers abgehende Wellenstrang nimmt im Folgenden den zwischen zwei biegeweichen und torsionssteifen Kupplungen gelagerten, zu kalibrierenden Drehmomentenaufnehmer auf. Oberhalb des Drehmomentenaufnehmers schließt sich das wirksame Massenträgheitsmoment für das auf den Aufnehmer einwirkende Drehmoment an. Es besteht im Wesentlichen aus den Rotorkomponenten der Winkelinkrement-/Winkelbeschleunigungsmesstechnik, die im vorangegangenen Kapitel (Abschnitt 3.1.2) vorgestellt wurden, und dem Rotor des aerostatischen Luftlagers. Das Luftlager trägt die angebrachten Komponenten und reduziert so die auf den Drehmomentenaufnehmer einwirkenden parasitären Axialkräfte und Biegemomente.

#### 4.1.2.1 Rotationserregers

Im ursprünglichen Aufbau der Messeinrichtung wurde ein Gleichspannungs-Scheibenläufer-Servomotor Typ Axem der Fa. Pervatex als Rotationserregers genutzt. Der Motor wurde aufgrund der unerwünschten Eigenschaft einer Nullpunktdrift und des geringen erzeugbaren Drehmoments im Rahmen der Modernisierung der Messeinrichtung durch einen leistungsstärkeren Rotationserregers der Firma Acutronic ersetzt. Dieser luftgelagerte Präzisionsschwingererregers basiert auf einem bürstenlosen Gleichspannungs-Servomotor und erreicht signifikant bessere (statische) Leistungswerte. Eine Übersicht der technischen Daten ist in Tabelle 4.1 aufgeführt.

#### 4.1 Aufbau der dynamischen Drehmoment-Messeinrichtung



Abbildung 4.2: Komponenten der dynamischen Drehmomentmesseinrichtung.

Tabelle 4.1: Technische Daten des Rotationserregers Acutronic AC 170.01 [Acu98].

Spitzendrehmoment (statisch)	30 N·m
Winkelgeschwindigkeit	$\pm 1 \cdot 10^4 \text{ }^\circ/\text{s}$
Winkelbeschleunigung (für montierte $J \leq 10^{-4} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ )	$\pm 57 \cdot 10^3 \text{ }^\circ/\text{s}^2$
Winkelbeschleunigung (für montierte $J \leq 5 \cdot 10^{-3} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ )	$\pm 43 \cdot 10^3 \text{ }^\circ/\text{s}^2$
Frequenzbereich	0,1 Hz – 1 kHz
Klirrfaktor	2%

Der Rotationserreger wird von einem Leistungsverstärker versorgt, in dem auch Überwachungsfunktionen zum Schutz des Erregers integriert sind (Schutz gegen Überlast, Ausfall der Druckluftversorgung). Angesteuert wird der Leistungsverstärker von einem Regel- und Steuersystem basierend auf einem Embedded-Computer.

##### 4.1.2.2 Winkelbeschleunigungssensor

Im Rotationserreger ist ein Winkelbeschleunigungssensor integriert. Das Messprinzip basiert auf der Messung der Dehnung, die durch das dynamische Drehmoment eines beschleunigten Massekörpers erzeugt wird (vgl. Abschnitt 3.1.2.1). Das Ausgangssignal des Sensors ist eine winkelbeschleunigungsproportionale Spannung. Für den Einsatz bei der dynamischen Drehmomentkalibrierung wurde der Aufnehmer rückgeführt, nähere Informationen hierzu finden sich im Anhang A.11.1.

### 4.1.3 Anregungssignale

Die unterschiedlichen möglichen Signalformen wurden bereits in Abschnitt 3.1 vorgestellt. Aufgrund der genannten Vorteile wurde eine kontinuierliche Anregung des Systems gewählt. Für diese Anregung selber sind verschiedene Anregungsformen denkbar. Ideal für die spätere Messdatenauswertung und Modellparameteridentifikation sind Anregungssignale, die einen möglichst großen Signal-Rauschabstand besitzen. Da die spätere Analyse im Frequenzbereich durchgeführt wird, sind hier insbesondere die Signal-Rauschabstände für einzelne Frequenzen interessant.

Möglich ist eine Anregung von einer oder mehreren Frequenzen gleichzeitig. Im Folgenden sollen kurz drei verschiedene Signalformen verglichen werden: die stochastisch rauschförmige Anregung, die sinusförmige Anregung mit mehreren und mit nur einer Frequenz. Ein Indikator für den Signal-Rauschabstand eines Signals  $y$  stellt der Scheitelfaktor  $C$  (engl. crest factor) da. Er wird durch das Verhältnis von Scheitelwert  $\hat{y}$  und von Effektivwert  $y_{\text{eff}}$  beschrieben. Der Scheitelwert ist der höchste Betragswert eines periodischen Signals ohne Bias. Für  $C$  gilt damit

$$C = \frac{\hat{y}}{y_{\text{eff}}} . \quad (4.1)$$

Ziel für die Anregungssignale ist ein möglichst kleiner Scheitelfaktor. Die rauschförmige Anregung ist hier mit  $C \approx 3$  im Vergleich zu sinusförmiger Anregung mit mehreren Frequenzen (Multisinus)  $C \approx 1,6$  und mit nur einer Frequenz  $C = \sqrt{2} \approx 1,4$  deutlich ungünstiger [SP91]. Bei der sinusförmigen Anregung mehrerer Frequenzen ist der Scheitelwert stark von der Art der Signalgenerierung abhängig.

Bei Rausch- oder Multisinusanregung lässt sich ein vorgegebener Frequenzbereich schneller als bei monofrequenter Sinusanregung untersuchen. Da der Zeitaufwand für die Messungen für die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Untersuchungen eine untergeordnete Rolle spielte, wurde als Anregung die sinusförmige Anregung mit einer Frequenz gewählt, um einen optimalen Signal-Rauschabstand realisieren zu können.

#### 4.1.3.1 Schwingregelsystem

Im Rahmen der Erweiterung des Messsystems wurde die Ansteuerung des Schwingerregers verbessert. An Stelle des bisher eingesetzten Signalgenerators kommt nun ein Schwingregelsystem zum Einsatz. Üblicher Einsatzzweck solcher Systeme sind Schwingerreger für translatorische Schwingungen (Shaker). Die zweckentfremdete Nutzung für rotatorische Schwingerreger stellte sich nach Untersuchungen zur Eignung solcher Systeme an beiden Rotationserregern (alt und neu) als problemlos heraus. Der große Unterschied im Vergleich zur Ansteuerung mit Signalgeneratoren ist der, dass das Schwingregelsystem vor Beginn einer Messung durch Rauschanregung (engl. Random Noise Excitation) mit kleinen Pegeln im gewünschten Frequenzbereich die Übertragungsfunktion des Systems bestimmt und das Ausgangssignal regelt. Die sich ergebenden, vom Messobjekt abhängigen Übertragungsfunktionen der Messeinrichtung unterscheiden sich erheblich

## 4.1 Aufbau der dynamischen Drehmoment-Messeinrichtung

bezüglich der Resonanzfrequenz und Resonanzüberhöhung. Ohne ein Regelsystem besteht die Gefahr, Messeinrichtung oder Drehmomentaufnehmer aus Unkenntnis der genauen Resonanzfrequenz zu beschädigen.

Das verwendete Schwingregelsystem der Firma Data Physics erzeugt sinusförmige Schwingungen im Bereich von 0,4 Hz bis 10 kHz, wobei der Rotationserreger den nutzbaren Frequenzbereich nach oben auf 1 kHz beschränkt. Das System hat einen analogen Ausgang und zwei analoge Eingänge, von denen einer für die Regeleingangsgröße und der andere für Abbruchkriterien genutzt wird.

### 4.1.3.2 Luftlager und Druckluftversorgung

Die mechanische Lagerung der Komponenten des Wellenstrangs erfolgt mittels eines Luftlagers, das den oberen Abschluss des Wellenstrangs darstellt. Ausschlaggebend für die Nutzung eines aerostatischen Luftlagers war die geringe Lagerreibung und die bereits in der PTB vorhandenen Erfahrungen mit den vorteilhaften Eigenschaften von Luftlagern für reibungsarme Lagerung in Normalmesseinrichtungen [PM94]. Für ihren Betrieb sind Luftlager auf eine stabile Versorgung mit feingefilterter Druckluft angewiesen. Ein Druckverlust oder Verunreinigungen können zu temporären Leistungsverminderungen, aber auch zu irreparablen Beschädigungen führen. Das eingesetzte Lager weist eine H-förmige Geometrie auf und es besteht im Prinzip aus einer Kombination eines Radiallagers und daran ober- und unterhalb angeschlossene Axiallagerelemente [Bar82, S. 39 ff.]. Es besitzt einen zylinderförmigen Rotor geringen Durchmessers (Radiallagerkomponenten), der an beiden Enden durch ebenfalls zylinderförmige, flache Deckel größeren Durchmessers (Axiallagerkomponenten) abgeschlossen wird. Die Luft strömt von der Mitte des Luftlagers am schmalen Zylinderstück entlang und über die Deckel nach außen ab. Die Axialkräfte werden von den flächenmäßig großen Deckelstücken abgestützt, Biegemomente und Radialkräfte durch das lange, mittlere Zylinderteil. Diese Luftlagerkonstruktion weist ein nur geringes Massenträgheitsmoment auf.

Im Rahmen von ersten Versuchsmessungen kam es zu einer Beschädigung des ursprünglich eingebauten Luftlagers. Ob die relativ geringen zulässigen Biegemomente überschritten wurden, oder eine Verschmutzung die Eigenschaften des Luftlagers verschlechterte, war nicht mehr nachzuvollziehen. Um die Empfindlichkeit gegenüber Biegemomenten zu reduzieren und gleichzeitig die Anpassungen an der Messeinrichtung so gering wie möglich zu halten, wurde ein Luftlager mit den gleichen Anschlussabmessungen, aber größerer Höhe, neu beschafft. Dies ermöglichte eine schnelle Adaption des neuen Luftlagers.

Die Steifigkeit – und damit die Belastungsfähigkeit – von Luftlagern ist direkt abhängig von der Luftlagerfläche und dem Druck der Druckluftversorgung des Luftlagers. Für aerostatische Radiallager wird vereinfachend der dimensionslose Lastkoeffizient  $L_C$  angegeben [Bar82, S. 43 f.]:

$$L_C = \frac{F}{l \cdot d \cdot p_{\text{Speisung}}} \quad (4.2)$$

Der Lastkoeffizient beschreibt das Verhältnis der Luftlagerbelastung durch die Kraft  $F$  und der Tragfähigkeit des Luftlagers, die eine Funktion der Länge  $l$ , des Durchmessers  $d$  (und damit der Lagerfläche) sowie des absoluten Versorgungsdrucks der Druckluft  $p_{\text{Speisung}}$  ist. Die Lagerfläche für die Abstützung von Radialkräften und Biegemomenten wurde durch die längere Konstruktion des neuen Lagers um den Faktor drei erhöht. Um trotz der geringen technischen Veränderungen des neuen zum vorher verwendeten Luftlagers die Leistungsfähigkeit weiter erhöhen zu können, wurde auch die Druckluftversorgung überarbeitet. Das beschädigte Luftlager wurde zuvor aus dem Hausnetz mit gefilterter Druckluft und einem Druck von etwa 0,65 MPa versorgt. Für die Erhöhung des Drucks wurde eine Lösung mit zwei- bzw. dreistufigen, elektrisch angetriebenem Verdichter aufgrund der hohen Kosten verworfen. Eine wirtschaftliche Lösung stellt aufgrund des geringen benötigten Volumenstromes eine mechanische Druckerhöhung mittels eines Druckluftnachverdichters dar [Max12]. In einem solchen Gerät wird die Druckluft von einem doppelt wirkenden Zylinder-/Kolben-System nachverdichtet. Der Verdichter wird durch die Versorgungsdruckluft selbst angetrieben. Das Verhältnis der Kolbenflächen stellt die maximale Druckvervielfachung dar. Zur Pufferung der Druckspitzen ist dem Verdichter ein Speicher nachgeschaltet. Um Lärmbelästigung durch die Verdichtung zu vermeiden, wurde der Verdichter in einem separaten Raum untergebracht. Vor dem Luftlager sind noch ein Feinfilter und ein Druckminderer angebracht, so dass sich der Druck ohne direkten Zugang zum Verdichter regulieren lässt.

Für die Druckerhöhung gelten folgende drei Einschränkungen:

1. Der mechanische Verdichter kann maximal den vorhandenen Druck gemäß der Verhältnisse der Kolbenflächen erhöhen, in diesem Fall um den Faktor fünf.
2. Bei der Verdichtung der Druckluft erhöht sich die relative Luftfeuchtigkeit und damit die Taupunkttemperatur. Diese Erhöhung stellt sich gerade im Luftlager bei der Entspannung (und der damit eingehenden Abkühlung) als kritisch dar. Zwar ist die Druckluft bereits vorgetrocknet, der Taupunkt liegt aber nicht ausreichend tief und ist nicht ausreichend stabil. Um diese Problematik zu entschärfen, wurde ein Druckluft-Membrantrockner vor dem Verdichter eingesetzt. Nach der Verdichtung können die vergleichsweise preiswerten Membrantrockner nicht mehr verwendet werden und die für den höheren Druck geeigneten Adsorptionstrockner sind um ein Vielfaches teurer. Messungen der Taupunkttemperatur  $\tau$  zeigten bis zum zulässigen Maximaldruck des Taupunkthygrometers von 1 MPa unkritische Werte von  $\tau \leq -40^\circ\text{C}$ , was der kleinstmöglichen Anzeige des Messgerätes entsprach.
3. Bei zu hohen Versorgungsdrücken kann das Lager in eine durch Luftwirbel erzeugte Eigenresonanz geraten. Untersuchungen hierzu zeigten bis 1,6 MPa Versorgungsdruck keine Effekte.

Durch die genannten Maßnahmen (neues Lager mit anderen Abmaßen, erhöhter Versorgungsdruck) wurde die Tragfähigkeit des Luftlagers der Drehmomentmeseinrichtung signifikant gesteigert, was ein Auftreten von Schadensbildern, wie sie bei dem alten Luftlager aufgetreten sind, unwahrscheinlicher werden lässt.

## 4.2 Komplementäre Bestimmung der Modellparameter der Messeinrichtung

Für die Bestimmung der Modellparameter wurden drei eigenständige Messaufbauten entwickelt, die auf den im vorangegangenen Kapitel (Abschnitt 3.4) vorgestellten Messprinzipien basieren. Die mit den Messaufbauten ermittelten Modellparameter der Komponenten der dynamischen Drehmomentmesseinrichtung sind die Basis für die spätere Identifikation der Modellparameter des Drehmomentaufnehmers.

### 4.2.1 Messeinrichtung für Torsionssteifigkeit

Der Messaufbau für die Bestimmung der Torsionssteifigkeit basiert vom Grundprinzip auf der direkten Messung der zwei Messgrößen Drehmoment  $M$  und Verdrehwinkel  $\Delta\varphi$ , deren Verhältnis die Torsionssteifigkeit definiert (vgl. Abschnitt 3.4.1). Um das Drehmoment zu erzeugen, wird eine Seite des zu untersuchenden Messobjekts durch einen Elektromotor mit einem Drehmoment belastet, während die andere Seite fest eingespannt ist. Die Erfassung der Winkel an oberem und unteren Ende des Messobjekts erfolgt mittels digitaler Autokollimatoren. Die Anordnung der Komponenten ist in Abbildung 4.3 dargestellt.

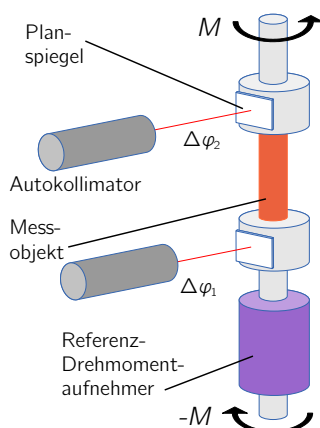


Abbildung 4.3: Komponenten des Messaufbaus für Torsionssteifigkeit.

#### 4.2.1.1 Messaufbau

Für die Bestimmung der Torsionssteifigkeit wurden zwei Messaufbauten realisiert. Die generelle Realisierbarkeit mit den gewählten Messgeräten wurde in einem temporären Aufbau auf Basis der bestehenden statischen Drehmoment-Vergleichskalibriereinrichtung

(der 20-N·m-Drehmoment-Kalibriereinrichtung der Arbeitsgruppe 1.22 *Darstellung Drehmoment* der PTB) untersucht, wie in Abbildung 4.4 dargestellt. Später wurde ein eigenständiger Messaufbau entwickelt. Alle Ergebnisse in dieser Arbeit stammen aus dem ersten Aufbau, weshalb dieser hier erläutert werden soll.

Die Drehmoment-Kalibriereinrichtung besteht aus einem vertikal montierten, stabilen Aluminiumprofil, auf dem sich verschiebbar der elektromotorische Verspannungsantrieb und das Gegenlager befinden. An der Stelle, an der sich bei einer Kalibrierung der zu kalibrierende Drehmomentaufnehmer befände, wurden die auf ihre Torsionssteifigkeit zu untersuchenden Komponenten der dynamischen Drehmomentmesseinrichtung montiert. Das Drehmoment wurde von einem Drehtisch erzeugt, einer präzise gelagerten motorisch angetriebenen drehbaren Platte. Eventuelle Biegemomente und Axialkräfte werden in dieser Einrichtung durch Kupplungselemente oberhalb und unterhalb des Messobjektes minimiert.

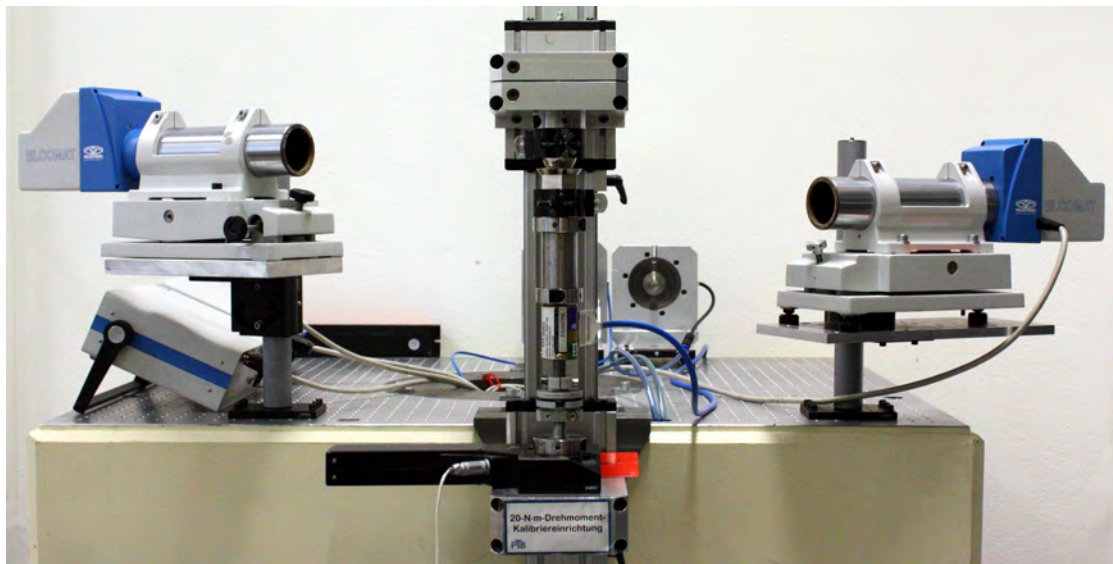


Abbildung 4.4: Messaufbau für die Messung der Torsionssteifigkeit basierend auf der 20-N·m-Drehmoment-Kalibriereinrichtung der PTB.

### 4.2.1.2 Drehmomentmessung

Für die Regelung des vorgegebenen Drehmoments, aber auch für die eigentliche Messung, wird ein Drehmoment-Referenzaufnehmer eingesetzt. Der Drehmomentaufnehmer wurde in einer primären Drehmomentkalibriereinrichtung mit geringen Messunsicherheiten statisch kalibriert. Der eingesetzte Brückenverstärker wurde elektrisch mittels eines statischen Brückennormals ebenfalls rückgeführt.



### 4.2.1.3 Winkelmessung

Die relativen Verdrehwinkel des Messobjektes wurden berührungslos mit zwei digitalen Autokollimatoren (Typ Möller-Wedel Elcomat 2000 und Elcomat 3000) erfasst. Diese hochgenauen Winkelmessgeräte haben einen Messbereich von 2000 arcsec und können über die serielle Schnittstelle ausgelesen werden. Die Messung erfolgt gegen eine spiegelnde Oberfläche, deren Oberflächengenauigkeit für die Messung von Belang ist. Die Messobjekte selber bieten keine geeigneten Oberflächen, weshalb mit einer Klemmvorrichtung ein hochwertiger silberbeschichteter Planspiegel mit einer Oberflächengenauigkeit  $\leq 1/10\lambda$  an geeigneter Stelle angebracht wurde.

Die Autokollimatoren sind auf die Winkelnormale der PTB rückgeführt.

### 4.2.1.4 Drehmomentbelastung und Messdatenauswertung

Für die Bestimmung der Torsionssteifigkeit wäre es ausreichend, allein aus einer bekannten Nullstellung einen beliebigen Drehmomentwert anzufahren und die Torsionssteifigkeit aus Drehmoment- und Winkelinformation zu berechnen. Um zusätzliche Informationen bezüglich der Wiederholbarkeit und der Linearität zu erlangen, sind eine größere Anzahl an Drehmomentstufen wünschenswert. Aus Erfahrungen mit der statischen Vergleichskalibrierung von Drehmomentaufnehmern sind störende Effekte bekannt, die die Messeinrichtung, aber auch das Verhalten des Referenzdrehmomentaufnehmers betreffen. Dies umfasst vor allem Setzbewegungen bei der Umkehr der Belastungsrichtung, sowie Setz- und Hystereseeinflüsse im Aufnehmer. Um Auswirkungen dieser Effekte zu minimieren, wurde der Versuchsablauf so gewählt, wie er auch für eine Drehmomentkalibrierung nach DIN 51309 [Deu05] spezifiziert ist. Die Messungen wurden jeweils für Drehmomentbelastung mit positivem Ausgangssignal des Referenzaufnehmers (sogenanntes Rechtsdrehmoment, Belastung im Uhrzeigersinn) und mit negativem Ausgangssignal des Referenzaufnehmers (Linksdrehmoment, gegen den Uhrzeigersinn) durchgeführt.

Für die Messung der Torsionssteifigkeit wird, wie in der Norm DIN 51309 vorgegeben, die Messeinrichtung durch drei Vollbelastungen mit jeweils nachfolgender Entlastung vorbelastet, nach der dritten Entlastung noch das Nullpunkt-Kriechen abgezogen und dann die Belastungen stufenförmig von kleiner Belastung hin zu größeren Belastungen erhöht. Nach Erreichen des Nennwertes werden die Belastungsstufen wieder reduziert und dann erneut gesteigert. Der genaue Ablauf ist in Abbildung 4.5 illustriert. Abweichend von der Empfehlung der Norm wurden die Belastungen in äquidistanten Stufen von Vielfachen von 10% des Nennwertes durchgeführt und somit mehr Messwerte aufgezeichnet.

Für jede Drehmomentstufe wurden mehrere Messwerte hintereinander aufgezeichnet. Anstelle einer Verhältnisbildung der Einzelwerte wurde eine Auswertung mittels orthogonaler Regression bevorzugt. Zwar lässt sich mit den Einzelwerten über eine Berechnung des Mittelwertes ein vergleichbares Ergebnis wie bei der Regression erzielen, die Wahrscheinlichkeit, infolge eines Bias falsche Ergebnisse zu erhalten, ist jedoch höher. Werden die  $i$

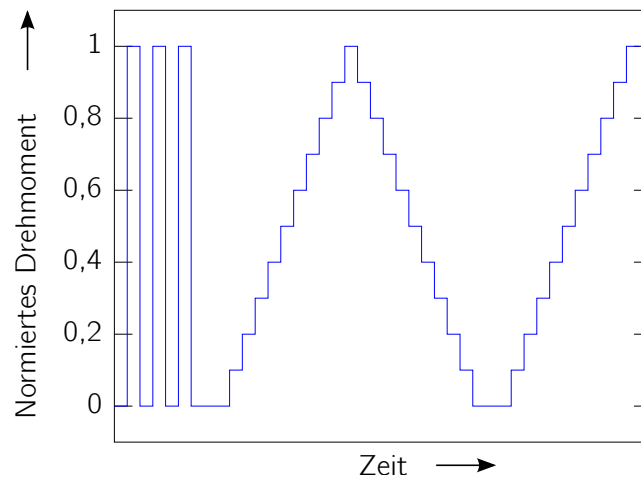


Abbildung 4.5: Drehmomentverlauf für die Messung der Torsionssteifigkeit.

Messwerte für Drehmoment  $M_i$  und Winkel  $\Delta\varphi_i$  aufgetragen, so ergibt sich eine Geradengleichung. Mit einem Biaswinkel  $\varphi_B$  des Winkels kommt es zu keiner Änderung der Steigung der Geraden, die die Torsionssteifigkeit  $c$  repräsentiert.

$$M_i = \Delta\varphi_i \cdot c + \varphi_B \quad . \quad (4.3)$$

Da die Autokollimatoren immer einen Bias der Winkelwerte anzeigen können, kann mit dieser Auswertung auf eine Korrektur verzichtet werden, ohne das Messergebnis zu beeinflussen. Die Übereinstimmung mit der Geradengleichung ist auch ein direkter (optisch erkennbarer) Indikator für die Linearitätsannahme des Modells. Die verschiedenen Auswertemethoden sind im Anhang in Abschnitt A.3.1 vergleichend dargestellt.

Für die Bestimmung des Wertes für die Torsionssteifigkeit wurde jeweils eine Messung mit Rechtsdrehmoment- und eine mit Linksdrehmomentbelastung durchgeführt. Aufgrund der Biaswinkel und der Setzbewegungen der Messeinrichtungen muss jede Belastungsrichtung einzeln ausgewertet werden.

#### 4.2.1.5 Messunsicherheitsbetrachtung

Für die Abschätzung der Messunsicherheit wurden die Einflussparameter in Form der Einzeleingangsgrößen der Messung analysiert und die zu erwartenden Streuungen durch die jeweilige Eingangsgröße wie auch deren Verteilungen abgeschätzt. Diese Untersuchung wurde vorerst nur für den ersten Messaufbau basierend auf der 20-N·m-Drehmoment-Kalibriereinrichtung vorgenommen, da mit dieser Einrichtung alle genutzten Messungen zur Bestimmung der Torsionssteifigkeit vorgenommen wurden. Die Einzeleinflüsse waren die Basis für Monte-Carlo-Simulationen, die dann mit den Daten aus den einzelnen

## 4.2 Komplementäre Bestimmung der Modellparameter der Messeinrichtung

Messreihen durchgeführt wurden, um die Messunsicherheit für jede einzelne Messung abzuschätzen. Alle Unsicherheitseinflüsse sind in Abbildung 4.6 dargestellt. Die Kalibrierung der für die Drehmomentmessung nötigen Spannungserfassungselektronik ist im Abschnitt A.3.3 beschrieben. Die einzelnen Einflussfaktoren für die Monte-Carlo-Simulation und die Größe ihrer Unsicherheitsbeiträge sind im Anhang A.3.2 aufgeführt.

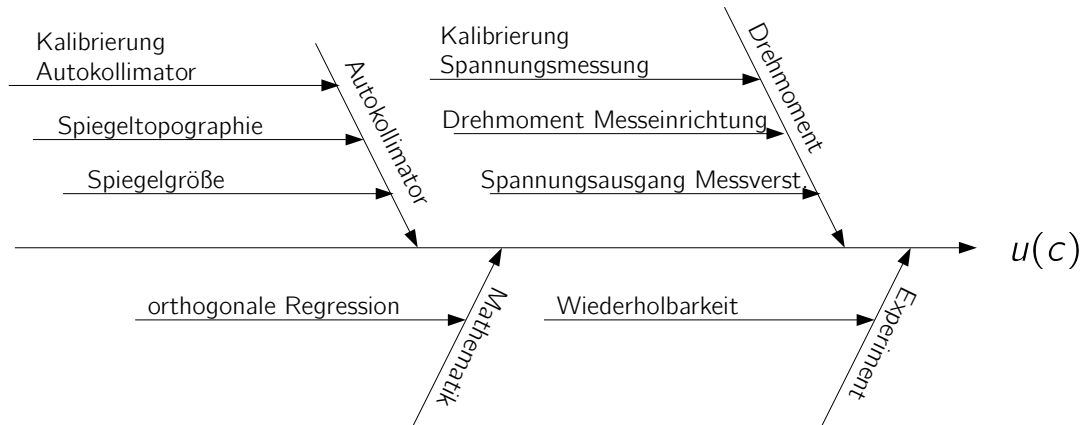


Abbildung 4.6: Ishikawa-Diagramm der Messunsicherheitseinflüsse für die Torsionssteifigkeitsmessung.

Die einzelnen Unsicherheitseinflüsse lassen sich entweder der Winkelmessung oder der Drehmomentmessung zuordnen. Entsprechend wurden die Messdaten beider Größen überlagert und mit der Software für die Messdatenauswertung mittels orthogonaler Regression ausgewertet.

Die Typ-A-Messunsicherheitseinflüsse in Form der Wiederholbarkeit wurden durch mehrmaliges Messen des gleichen Messobjekts verifiziert. Die Gesamtmessunsicherheit ergibt sich aus experimentellen Ergebnissen und aus der Monte-Carlo-Simulation.

### 4.2.1.6 Messergebnisse

Die Werte für die Torsionssteifigkeit wurden experimentell für die beiden Wellenkupplungen und für die ausgewählten Drehmomentaufnehmer HBM T5 und HBM T10F bestimmt. Die Messungen der Wellenkupplungen wurden mit der Kupplung 2 mehrfach wiederholt, um Information über die Wiederholpräzision zu erlangen.

In Abbildung 4.7 ist exemplarisch ein Ergebnis für eine Torsionssteifigkeitsmessung bei Linksdrehmomentbelastung einer Wellenkupplung dargestellt. Blau gekennzeichnet sind die Messergebnisse für jede einzelne Belastungsstufe. Die einzelnen Messergebnisse stellen den Mittelwert mit den Fehlerbalken für Drehmoment- und Torsionswinkelmessung für

jede Laststufe dar. Rot ist die mittels TLS bestimmte Regressionsgerade dargestellt. Die Modellannahme einer linearen Torsionsfeder wird durch die Messergebnisse bestätigt. Wie im Ausschnitt gut erkennbar, sind keine nennenswerten systematischen Abweichungen von der Regressionsgeraden feststellbar.

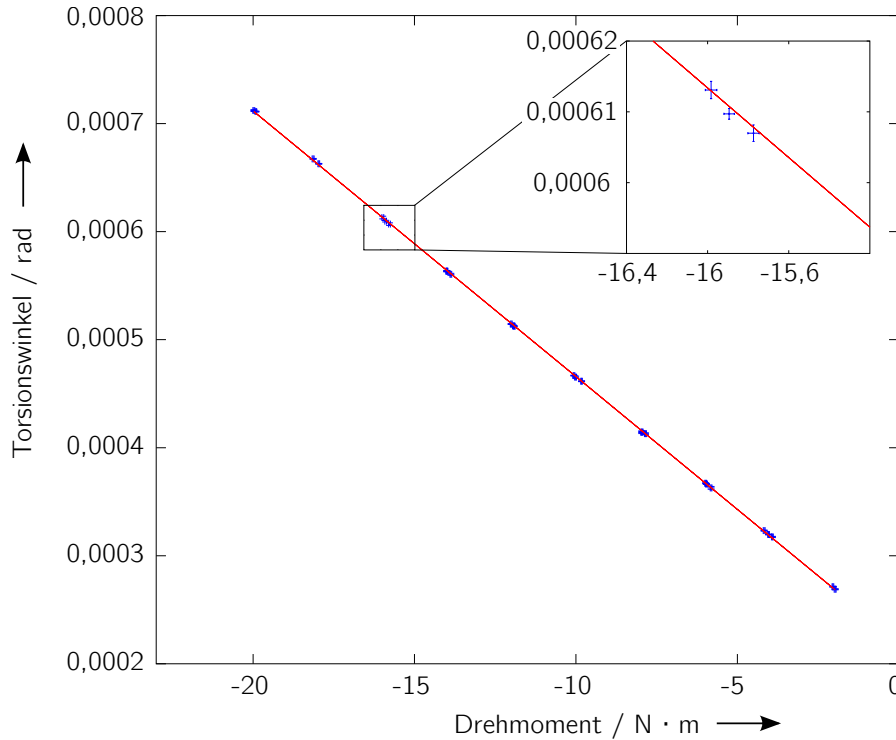


Abbildung 4.7: Ergebnis einer Torsionssteifigkeitsmessung einer Wellenkupplung bei Belastung mit Linksdrehmoment. Blau dargestellt die Messpunkte mit den Streuungen der Messwerte, die rote Regressionsgerade wurde mittels TLS approximiert. Der vergrößerte Ausschnitt veranschaulicht die gute Übereinstimmung der Regressionsgeraden mit den Messdaten.

Die Einzelmessergebnisse für die untersuchten Kupplungen und Drehmomentaufnehmer mit den zugehörigen Standardmessunsicherheitsbeträgen  $u$  aus den Monte-Carlo-Simulationen sind in Tabelle A.4 in Anhang A.3.4 dargestellt. Aus diesen Ergebnissen berechnen sich dann die in Tabelle 4.2 angegebenen Torsionssteifigkeiten.

Die Ergebnisse zeigen, dass mit steigender Torsionssteifigkeit auch die Messunsicherheiten ansteigen. Aus den Einzelergebnissen im Anhang lässt sich außerdem erkennen, dass der dominante Messunsicherheitseinfluss die Streuung bei den Wiederholungsmessungen ist. Diese Streuung lässt sich durch Erhöhung der Anzahl der Wiederholungsmessungen reduzieren, was leider im Rahmen dieser Arbeit nicht durchführbar waren. Bei einer ausreichend großen Anzahl von Wiederholungsmessungen könnte daher dieser Unsicherheitsbeitrag signifikant gesenkt werden.

Tabelle 4.2: Einzelergebnisse der Torsionssteifigkeitsmessung.

Messobjekt	Torsionssteifigkeit	Erw. MU $U(k = 2)$	Erw. relative MU $U_{\text{rel}}(k = 2)$
Kupplung 1	43,893 kN·m/rad	2,46 kN·m/rad	5,6 %
Kupplung 2	40,483 kN·m/rad	1,03 kN·m/rad	2,55 %
HBM T5	638,29 N·m/rad	0,65 N·m/rad	0,1 %
HBM T10F (incl. Adapter)	26,177 kN·m/rad	0,21 kN·m/rad	0,79 %

## 4.2.2 Massenträgheitsmoment – physikalisches Pendel

Die erste im Rahmen dieser Arbeit aufgebaute Messeinrichtung für die Bestimmung des Massenträgheitsmoments basiert auf dem Prinzip eines physikalischen Pendels. Die Grundlagen und das Messprinzip sind im vorhergehenden Kapitel in Abschnitt 3.4.2.1 dargestellt. Die Schwingfrequenz eines Pendels ist linear abhängig vom Massenträgheitsmoment des Pendels, wie in Gleichung 3.71 beschrieben. Die zunächst unbekanntes Eigenschaften (und damit das gesuchte Massenträgheitsmoment) des Pendelkörpers lassen sich durch eine mechanische Variation des Pendels mittels bekannter Zusatzmassekörper und Approximationsrechnungen bestimmen.

### 4.2.2.1 Messaufbau

Die Messeinrichtung wurde um ein aerostatisches Luftlager herum aufgebaut. Dieses Lager ist an einem stabilen Rahmen aus Aluminiumprofilen befestigt und auf einem soliden Untergrund (Granitplatte) aufgestellt und ausgerichtet. Das Pendel wird am Luftlager montiert. Es ist aus einer Aluminium-Rechteckstange gefertigt, die Bohrungen für die dort einzusetzenden Zusatzmassekörper besitzt. Auf der dem Pendel abgewandten Seite befindet sich ein berührungsloses Winkelmesssystem. Das Messobjekt (z.B. eine Wellenkupplung) wird in der Drehachse des Pendels montiert. Die Komponenten und die Messeinrichtung sind in Abbildung 4.8 dargestellt.

Die Zusatzmassekörper sind aus Stahl gefertigte Zylinder gleichen Durchmessers, aber unterschiedlicher Längen. Aus der geometrischen Form und der Masse lässt sich das Massenträgheitsmoment eines jeden solchen Körpers rechnerisch ermitteln. Mit dem Satz von Steiner (Gleichung 3.74) berechnen sich die wirksamen Massenträgheitsmomente der Massekörper für die verschiedenen Montagepositionen im Pendel.

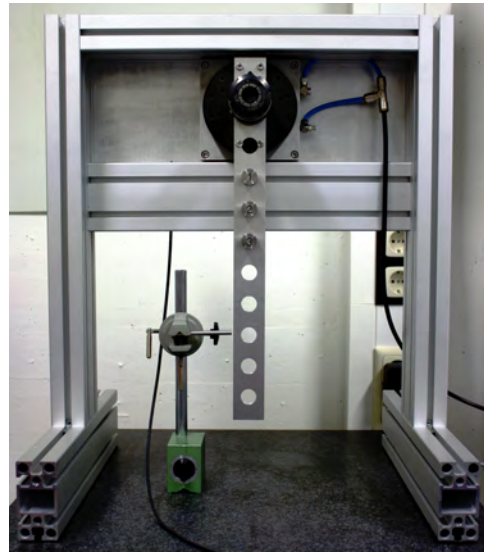
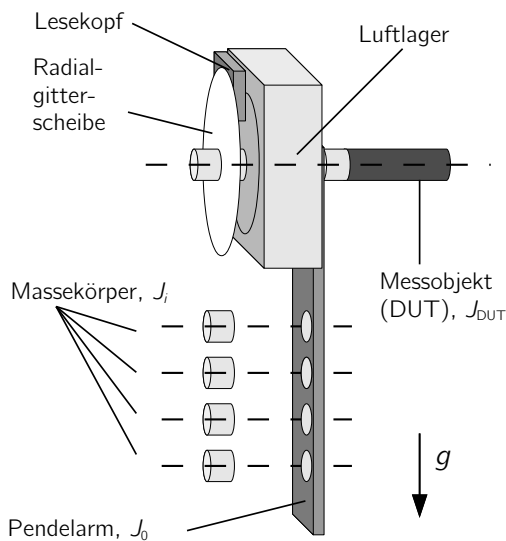


Abbildung 4.8: Aufbau der Messeinrichtung für die Bestimmung des Massenträgheitsmoments (links), Foto der Messeinrichtung (rechts).

#### 4.2.2.2 Luftlager

Das Luftlager erlaubt eine reibungarme Lagerung des Pendels. Das Lager ist ein kommerziell erhältliches Kalottenlager mit einer Hohlbohrung. Zwei Lochkreise mit 10 und 12 Gewindebohrungen auf dem Umfang erlauben die Montage der zusätzlich montierten Komponenten. Bei Untersuchungen zur Reibungsarmut von Luftlagern zeigte das genutzte Lager eine vergleichsweise hohe Reibung [PM94], im Vergleich mit Kugel- oder Gleitlagerungen ist diese dennoch sehr gering und für den Einsatzfall ausreichend. Die Bauform eines Einkalottenlagers besitzt ein recht hohes Massenträgheitsmoment, dafür aber auch eine hohe Tragfähigkeit für parasitäre Biegemomente.

#### 4.2.2.3 Erfassung der Pendelschwingung

Die Bestimmung des Massenträgheitsmomentes erfordert eine genaue Messung der Pendelfrequenz. Dies wurde mittels eines hochauflösenden und ausreichend schnell abtastenden inkrementellen Winkelmesssystems realisiert und ist in Abbildung 4.9 illustriert. Das eingesetzte System weist einen vergleichsweise kleinen Rotor mit einem Durchmesser von 71 mm und einer Gitterstruktur von 9000 Linien auf dem Umfang auf. Das analoge Spannungsausgangssignal des reflektiv messenden Lesekopfes wird 10-fach interpoliert und als digitales Quadratursignal ausgegeben. Die Datenerfassung erfolgte über eine digitale Zählerkarte in einem PXI-Datenerfassungssystem (engl. Data Acquisition System, DAQ).

## 4.2 Komplementäre Bestimmung der Modellparameter der Messeinrichtung

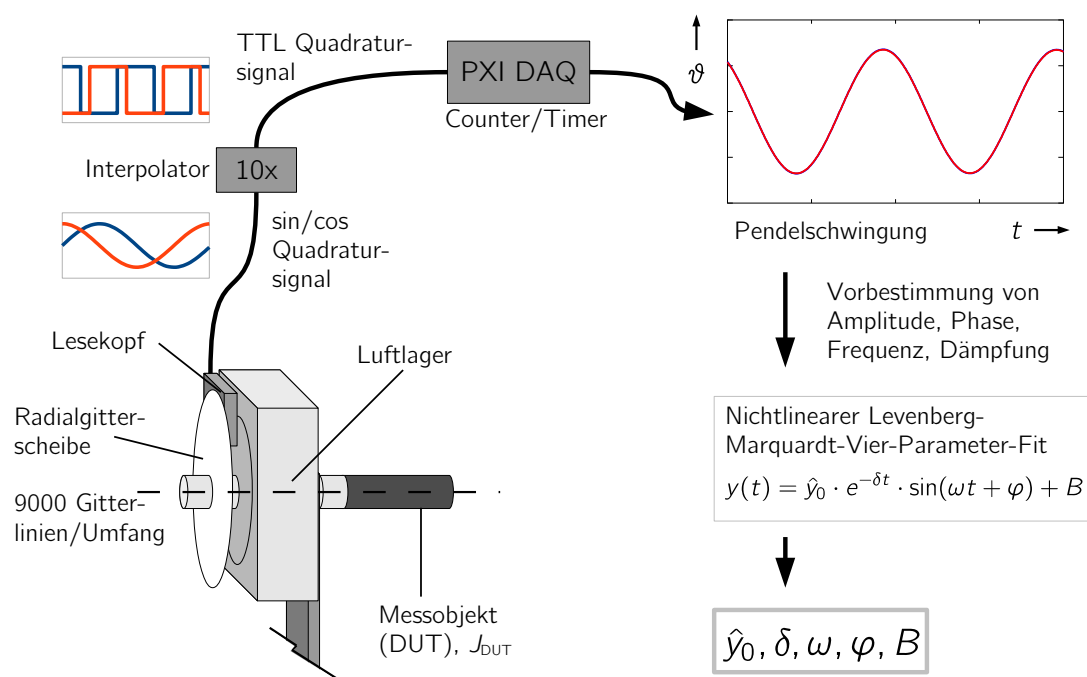


Abbildung 4.9: Schematische Darstellung der Erfassung und Verarbeitung der Pendelschwingungen.

### 4.2.2.4 Versuchsdurchführung und Messdatenauswertung

Die Durchführung der Messungen erfolgte dergestalt, dass verschiedene Massekörper in das Pendel eingehängt wurden. Für jede Konfiguration wurde das Pendel schwingen gelassen und die Pendelfrequenz gemessen. Die Pendelauslenkung wurde so gewählt, dass sie zum einen so klein wie möglich war (um die Nichtlinearität gering zu halten), und gleichzeitig für jede Messung ähnlich groß war. Das System wurde mit den bekannten Massekörpern modifiziert, was eine Approximation der Eigenschaften des Pendels infolge Überbestimmung ermöglicht. Die Massekörper beeinflussen in der Bewegungsgleichung des Pendels nicht nur das Massenträgheitsmoment des Pendels, sondern zusätzlich auch das Rückstellmoment (siehe Gleichung 3.75). Die Veränderung beider Größen ist vom Betrag in Abhängigkeit von Masse und Montageposition unterschiedlich groß (wie aus Gleichung 3.70 und 3.74 folgt), was eine Approximation trotz des Einflusses auf beide Größen möglich macht.

Die Auswertung der Messdaten erfolgte mit zwei Verfahren:

1. In einem zweistufigen Verfahren wurde für jede einzelne Messkonfiguration aus den Rohdaten  $y(t)$  die Pendelfrequenz  $\omega$  bestimmt. Hierzu war eine nichtlineare

Regression einer gedämpften monofrequenten sinusförmigen Schwingung gemäß

$$y(t) = \hat{y}_0 \cdot e^{-\delta t} \cdot \sin(\omega t + \varphi) + B \quad (4.4)$$

mit der Startamplitude  $\hat{y}_0$ , der Phase  $\varphi$ , der Abklingkonstanten  $\delta$  und dem Bias  $B$  erforderlich, da durch verschiedene Startpunkte der Messung Phase und Bias variieren. Infolge der vergleichsweise langen Messzeit ist trotz der geringen Dämpfung des Pendels ein Abfall der Amplitude festzustellen. Die so gewonnenen Pendelfrequenzen  $\omega_i$  für jede Messkonfiguration  $i$  gehen in die Formel für die Approximation der Parameter ein (siehe Gleichung 3.75).

2. In einem Fitvorgang, wurden die Roh-Messdaten direkt für die Approximation des Massenträgheitsmomentes genutzt. Aus den Gleichungen 4.4 und 3.75 folgt für die Messdaten  $y_i(t)$  der Konfiguration  $i$

$$y_i(t) = y_0 \cdot e^{-\delta_i t} \cdot \sin \left( \sqrt{\frac{m_0 \cdot l_0 \cdot g_{\text{loc}} + \sum m_i \cdot l_i \cdot g_{\text{loc}}}{J_0 + \sum J_i}} \cdot t + \varphi_i \right) + B \quad (4.5)$$

Das zweite Verfahren hat den Vorteil, dass die Unsicherheiten von nur einer Regression betrachtet werden müssen. Numerisch wird das Fit-Problem aber bei vielen Konfigurationen und großen Rohdatenmengen bald so komplex, dass die Berechnung lange dauert und die Lösung nicht in allen Fällen verlässlich ist. Daher wurde für die Messdatenauswertung und für die Messunsicherheitsbetrachtung nur das erste, zweistufige Verfahren weiter verfolgt.

#### 4.2.2.5 Messunsicherheitsbetrachtung

Für die Messunsicherheitsbetrachtung bei der Bestimmung der Massenträgheitsmoments mittels des physikalischen Pendels ergibt sich die Situation, dass das Messergebnis nicht aus einer Messung direkt bestimmt werden kann. Vielmehr wird auch das Massenträgheitsmoment des Pendels selbst durch eine zusätzliche Messung ermittelt. Die Zielgröße wird durch Subtraktion bestimmt. Ein Teil der Messunsicherheitseinflüsse beeinflusst beide Messungen gleichartig. Daher ist die übliche Voraussetzung für unabhängige, also unkorrelierte, Messunsicherheitseinflüsse hier nicht mehr zutreffend. Ein Teil der Einflüsse ist in der Messung des Pendelmassenträgheitsmoments  $J_0$  den gleichen Schwankungen unterworfen, wie sie bei der Messung mit dem Messobjekt  $J_{\text{DUT}} + J_0$  auftreten.

In Abbildung 4.10 sind die einzelnen Unsicherheitseinflüsse für die Bestimmung des Massenträgheitsmoments aufgeführt. Die mit orangenen Pfeilen dargestellten Einflüsse müssen als korrelierte Größen bei der Messung von  $J_0$  und von  $J_{\text{DUT}} + J_0$  angesehen werden.

Die Messunsicherheitsanalyse wurde mittels Monte-Carlo-Simulationen vorgenommen. Die einzelnen Einflussgrößen (im Anhang A.4.3 aufgeführt) wurden hierbei auf die Messergebnisse angewendet. Die Analyse der Einflüsse infolge der Nichtlinearität und der Dämpfung des Pendels sind in Abschnitt A.4.1 und A.4.2 beschrieben.



## 4.2 Komplementäre Bestimmung der Modellparameter der Messeinrichtung

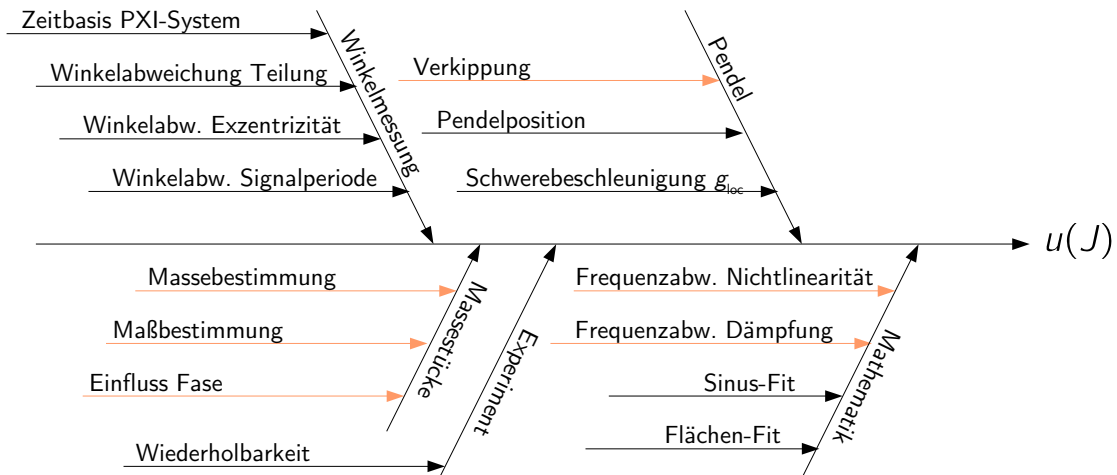


Abbildung 4.10: Ishikawa-Diagramm der Messunsicherheitseinflüsse für die Bestimmung des Massenträgheitsmoments auf Basis eines physikalischen Pendels.

Wie zuvor in Abschnitt 4.2.2.4 genannt, kommt für die Bestimmung des Massenträgheitsmoments eine zweistufige Datenauswertung zum Einsatz. Für die Bestimmung der Schwingfrequenz des Pendels sind keine korrelierten Messunsicherheitseinflüsse vorhanden. Erst bei der eigentlichen Bestimmung des Massenträgheitsmoments mittels eines Flächenfits kommen die Korrelationen zum Tragen. Daher wurde die Monte-Carlo-Simulation in die beiden Teile aufgeteilt und zuerst die Einflüsse auf die Bestimmung der Schwingfrequenz des Pendels untersucht. Die sich so ergebenden Erwartungswerte und Standardabweichungen für die Schwingfrequenz des Pendels für die einzelnen Massekonfigurationen wurden wiederum als Eingangswerte für den Flächenfit herangezogen. Aufgrund der Korrelation einiger Einflussgrößen wurde die Bestimmung beider Massenträgheitsmomente – mit und ohne Messobjekt – in einem Schritt vorgenommen. Für unkorrelierte Größen wurden unabhängige Zufallszahlen gezogen, bei den korrelierten dagegen dieselben zufälligen Abweichungen verwendet. Die sehr kleine Messunsicherheit für die lokale Erdbeschleunigung  $g_{loc}$  ergibt aus einer umfänglichen Messung innerhalb des Gebäudes in verschiedenen Stockwerken zum Zweck der Rückführung statischer Kraftmessungen [LKH02].

### 4.2.2.6 Messergebnisse

Die Ergebnisse in Tabelle 4.3 zeigen, dass die erreichten Messunsicherheiten bezogen auf das Massenträgheitsmoment des Gesamtpendels klein sind, das Messprinzip also überzeugend funktioniert. Die mechanische Konstruktion des Pendels weist jedoch ein viel größeres Massenträgheitsmoment als die untersuchten Messobjekte auf. Die relativen Messunsicherheiten für diese kleinen Massenträgheitsmomente sind daher leider groß und nicht zufriedenstellend.

Tabelle 4.3: Messergebnisse für die Bestimmung des Massenträgheitsmoments mittels des physikalischen Pendels.

Messobjekt	Massenträgheitsmoment/kg·mm <sup>2</sup>	erweiterte MU $U(k = 2)/\text{kg}\cdot\text{mm}^2$	relative erw. MU $U_{\text{rel}}(k = 2)$
Kopfteil u. Pendel (5 Messungen)	$2,25 \cdot 10^4$	43,14	0,21 %
Pendel ( $J_0$ ) (5 Messungen)	$2,21 \cdot 10^4$	35,35	0,17 %
Kupplung 1 (3 Messungen)	272,38	120,18	44,12 %
Kupplung 2 (4 Messungen)	198,83	38,31	19,27 %
Kopfteil (5 Messungen)	395,60	25,31	6,4 %

Eine konstruktiv Umgestaltung des Pendels, um sein Massenträgheitsmoment  $J_0$  signifikant zu verkleinern, wäre sehr aufwändig gewesen und hätte praktisch eine Neukonstruktion der Messeinrichtung erfordert. Das Funktionsprinzip erfordert ein physikalisches Pendel eine Drehachse orthogonal zur Erdbeschleunigung, so dass weitere Messungen außerdem eine erneute komplette Demontage der vertikal ausgerichteten Messeinrichtung zur Folge gehabt hätten. Daher wurde auf das alternative Verfahren des Torsionspendels zurückgegriffen.

### 4.2.3 Massenträgheitsmoment – Torsionspendel

Der Messaufbau für die Bestimmung des Massenträgheitsmoments mittels eines Torsionspendels (vgl. Abschnitt 3.4.2.2) hat den Vorteil, dass weniger zusätzliche Komponenten als für das physikalische Pendel benötigt werden. Der Aufbau konnte weitgehend in die vorhandene Messeinrichtung integriert werden und übernimmt auch die gleiche vertikale Ausrichtung des Wellenstrangs, wie bei den dynamischen Drehmomentmessungen. Die Messung ist aufgrund der fehlenden Notwendigkeit für eine horizontale Pendelachse – wie sie beim physikalischen Pendel nötig ist – der späteren Messanwendung ähnlicher.

#### 4.2.3.1 Messaufbau

Das Torsionspendel wurde am oberen, zuvor nicht genutzten Ende des Luftlagers angebracht. Über eine Halterung, die als Gegenlager fungiert, wird die Torsionsfeder eingespannt. In vorangegangenen Versuchen zeigte sich das Problem, dass sich das Torsionspendel nichtlinear verhielt [BW06; Wed05]. Der neue Aufbau ist in Abbildung 4.11 dargestellt.

## 4.2 Komplementäre Bestimmung der Modellparameter der Messeinrichtung

Um diesen störenden Effekt zu verringern, wurde der Torsionspendel-Aufbau in zwei Punkten konstruktiv verbessert:

- Eine längere Torsionsfeder reduziert die Dehnung bezogen auf die Auslenkungsamplitude. Nichtlineare Effekte sollten so erst bei größeren Auslenkungen auftreten.
- Die Torsionsfeder wurde diesmal nicht mit Madenschrauben fixiert wie zuvor, sondern mit den Adapterteilen durch Verpressen kraftschlüssig verbunden. So tritt keine punktförmige Belastung an den Schraubstellen mehr auf.

Um weitere Modifikationen an der Messeinrichtung überflüssig zu machen, wurde der untere Teil der Torsionsfeder mittels eines speziellen, besonders harten Klebwachses befestigt. Dieses Wachs (*Stronghold Blanchard Wax 7036*) wird aufgrund seiner hohen Steifigkeit auch für die Montage von Beschleunigungsaufnehmern empfohlen [End06]. Es ist oberhalb von 70 °C weich, wird bei weiterem Erhitzen flüssig, ist aber bei Raumtemperatur härter als alle anderen typischerweise für Beschleunigungssensoren genutzten Klebwachse.

Die Anbringung der Torsionsfeder stellt eine Veränderung des Gesamtträgheitsmoment des Pendels dar. Alle Komponenten, die bei der Oszillation mitbewegt werden und Teil des Torsionspendels sind, verfälschen daher die Messung. Für den genutzten Aufbau können diese Massenträgheitskomponenten als sehr klein im Vergleich zum Massenträgheitsmoment der restlichen Komponenten angenommen werden. Die Massenträgheitsmomente der mitbewegten Adapterkomponenten und der Torsionsfeder können auf Basis der Geometrie und der Masse (Bestimmt durch Wägung vor dem Verpressen) abgeschätzt und dann kompensiert (Adapterkomponenten) bzw. in die Messunsicherheitsbetrachtung (Torsionsfeder) miteinbezogen werden.

Für die Bestimmung des Massenträgheitsmoment muss das System mittels zusätzlicher Massenträgheitsmomentskörper in bekannter Weise verstimmt werden. Aus mehreren Messungen lässt sich dann das gesuchte Massenträgheitsmoment des Messobjekts extrapolieren. Die verwendeten Zusatzmassenträgheitsmomente sind zylinderförmige Scheiben aus Messing, die in einen Grundkörper (mit ebenfalls bekannten Massenträgheitsmoment) eingehängt werden. Durch Hinzufügen der einzelnen Scheiben auf einen Stapel lässt sich das Zusatzmassenträgheitsmoment in einem weiten Bereich von etwa 200 kg·mm<sup>2</sup> bis 5200 kg·mm<sup>2</sup> variieren. Die einzelnen Komponenten des Zusatzmassenträgheitsmoments sind in Abbildung 4.11 illustriert.

Das Massenträgheitsmoment der scheibenförmigen Zusatzkörper wurde durch Bestimmung von Geometrie und Masse schon bei den früheren Messungen mit dem Torsionspendel ermittelt [Wed05, S.27 ff.].

### 4.2.3.2 Messdatenerfassung

Die Pendelschwingungen werden mit Hilfe der in die Messeinrichtung eingebauten Radialgitterscheibe erfasst. Abweichend von der Messanordnung bei den eigentlichen Drehmomentmessungen, die ein Rotationsvibrometer verwendet, wird hier der ursprünglich

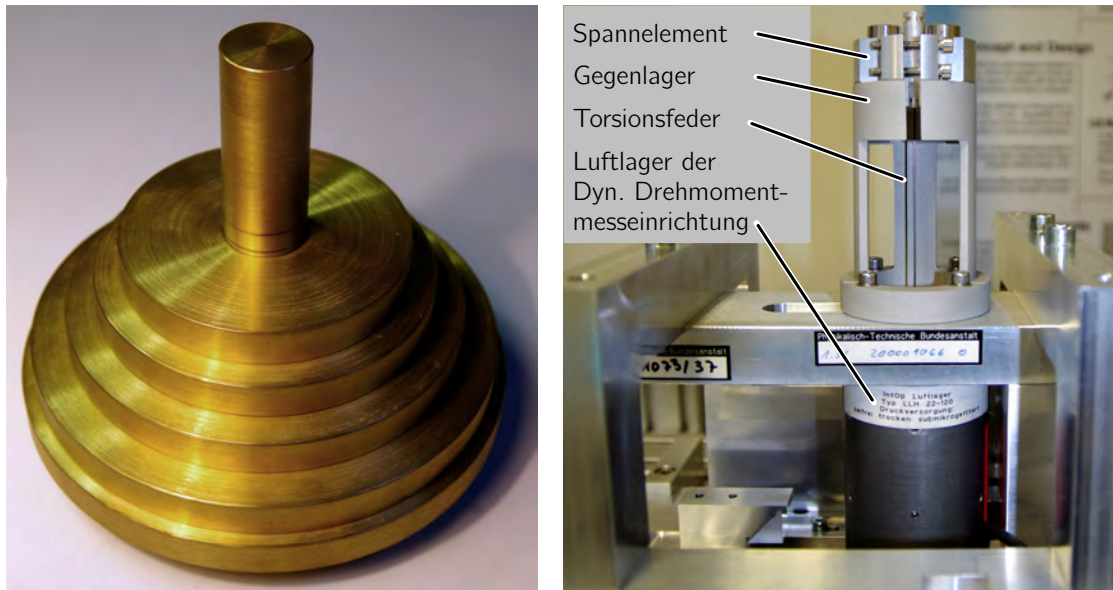


Abbildung 4.11: Gestapelte Zusatzmassenträgheitsmomente (links) und Torsionspendelaufbau (rechts).

zur Gitterscheibe gehörende inkrementelle Winkelmesskopf eingesetzt. Die Nutzung des Winkelmesskopfes ist erforderlich, da die Messzeit durch die sehr viel niedrigere Frequenz des Pendels zu lange wäre. Mit einem Rotationsvibrometer kann aufgrund der großen entstehenden Datenmengen nur kurz gemessen werden. Wie bei der Winkelmessung beim physikalischen Pendel (vgl. 4.2.2.3), wird das analoge Spannungssignal des Messkopfes in einer nachgeschalteten Elektronik interpoliert und in digitale TTL-Signale gewandelt, die sich mittels einer Zählerkarte auswerten lassen.

#### 4.2.3.3 Messdatenauswertung

Die Pendelfrequenz wurde auf Basis der aufgezeichneten Zeitreihen durch Sinus-Fits bestimmt. Die Ergebnisse der approximierten Pendelfrequenzen bilden die Basis für die Extrapolation des Massenträgheitsmoments des Messobjekts. Da im Laufe der Messung die Schwingungsamplitude abnimmt, wurde wie beim physikalischen Pendel eine gedämpfte Sinusfunktion und damit eine nichtlineare Regression mit Least-Squares-Algorithmen durchgeführt.

#### 4.2.3.4 Messunsicherheitsbetrachtung

Die Messunsicherheitsbetrachtung wurde wie bei den anderen Messgrößen als Monte-Carlo-Simulation und damit nach GUM S1 durchgeführt. In Abbildung 4.12 sind die

## 4.2 Komplementäre Bestimmung der Modellparameter der Messeinrichtung

einzelnen Unsicherheitseinflüsse für die Bestimmung des Massenträgheitsmoments aufgeführt, und im Anhang A.5.2 sind die einzelnen Einflussgrößen detailliert angegeben.

Wie schon im Abschnitt 4.2.3.1 beschrieben, wurde versucht, die im vorherigen Messaufbau festzustellenden nichtlinearen Effekte konstruktiv zu minimieren. Diese Effekte wurden für die Messunsicherheitsbetrachtung untersucht, detaillierte Informationen sind im Anhang in Abschnitt A.5.1 zu finden. Die neue Torsionsfeder hat noch immer ein leicht nichtlineares Verhalten, im Vergleich zum alten Messaufbau ist dieser Effekt jetzt aber um den Faktor 10 kleiner. Die verbliebenen Einflüsse wurden in die Messunsicherheitsbetrachtung einbezogen.

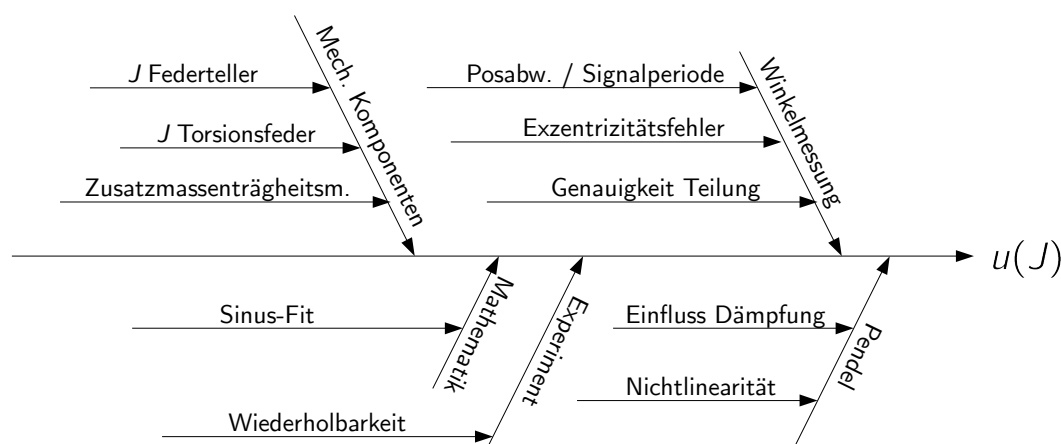


Abbildung 4.12: Ishikawa-Diagramm der Messunsicherheitseinflüsse für die Bestimmung des Massenträgheitsmoments auf Basis des Torsionspendels.

### 4.2.3.5 Messergebnisse

Die mit dem Torsionspendel erzielten Messergebnisse zeigen im Vergleich zum physikalischen Pendel kleinere Messunsicherheiten. In Tabelle 4.4 sind die Ergebnisse dargestellt. Die Ergebnisse beider Messeinrichtungen mit den beigeordneten erweiterten Messunsicherheiten ist in Abbildung 4.13 illustriert. Es lässt sich gut die deutliche Verbesserung der Messunsicherheit und die gute Konsistenz der Ergebnisse erkennen.

### 4.2.4 Dämpfung

Die Bestimmung der Dämpfungseigenschaften der Komponenten der dynamischen Drehmomentmesseinrichtung erfolgt mittels der Analyse des Abklingverhaltens angeregter

Tabelle 4.4: Messergebnisse für die Bestimmung des Massenträgheitsmoments mittels des Torsionspendelaufbaus.

Messobjekt	Massenträgheitsmoment/ $\text{kg}\cdot\text{mm}^2$	erweiterte MU $U(k=2)/\text{kg}\cdot\text{mm}^2$	relative erw. MU $U_{\text{rel}}(k=2)$
Kupplung 1 (20 Messungen)	242,71	21,78	8,97 %
Kupplung 2 (20 Messungen)	231,11	3,19	1,38 %
Kopfteil dyn. DM Mess-einrichtung (20 Messungen)	395,67	3,77	0,95 %

Schwingungen (vgl. Abschnitt 3.4.3). Wie bereits erläutert, ist eine Anregung rotatorischer Stöße mechanisch schwer zu realisieren, weshalb ein Drehmoment-Entlastungssprung als Anregung gewählt wurde.

#### 4.2.4.1 Messaufbau

Die Basis für den Messaufbau mit seinen vertikal angeordneten Komponenten bildet ein versteifter Rahmen aus Buche-Multiplex, wie Abbildung 4.14 zeigt. Am Boden des Rahmens ermöglicht ein schwerer, flacher Stahlzylinder eine stabile Montage des Messobjekts. Mittels einer Spannbuchse können verschiedene Wellenenden adaptiert werden. Auf das Wellenende wird das Messobjekt montiert. Die Komponenten, die für die Dämpfungsmessung untersucht wurden, waren die beiden Kupplungselemente der dynamischen Drehmomentmesseinrichtung. Die Kupplungen besitzen Spannzangenaufnahmen, mit denen eine reibschlüssige Verbindung mit dem Wellenende erreicht wird. Am oberen Ende des Messobjekts wird die Drehmomentbelastung für die Anregung rotatorischer Schwingungen mit Hilfe eines zylindrischen Körpers aus einem spröden Material eingebracht. Wird die Drehmomentbelastung zu hoch für den Bruchkörper, versagt er schlagartig und erzeugt so einen negativen Drehmomentsprung (Entlastungssprung).

In den Bruchkörper wird das Drehmoment über Lamellenkupplungen aus Stahl eingebracht, um etwaig auftretende Biegemomente zu reduzieren. Oberhalb der Lamellenkupplung stützt eine in einem Flanschlager gelagerte Stahlwelle die Axialkräfte ab. Das Drehmoment wird manuell mittels eines anzeigenden Drehmomentschlüssels eingebracht. An der dem Messobjekt zugewandten Seite der Lamellenkupplung befindet sich ein Mechanismus zum Übertragen des Drehmoments auf den Bruchkörper und Wegziehen des oberen abgebrochenen Teils des Bruchkörpers vom Messobjekt sofort nach dem Bruch. So sollen parasitäre Einflüsse als Folge der Bruchvorgangs reduziert werden.

## 4.2 Komplementäre Bestimmung der Modellparameter der Messeinrichtung

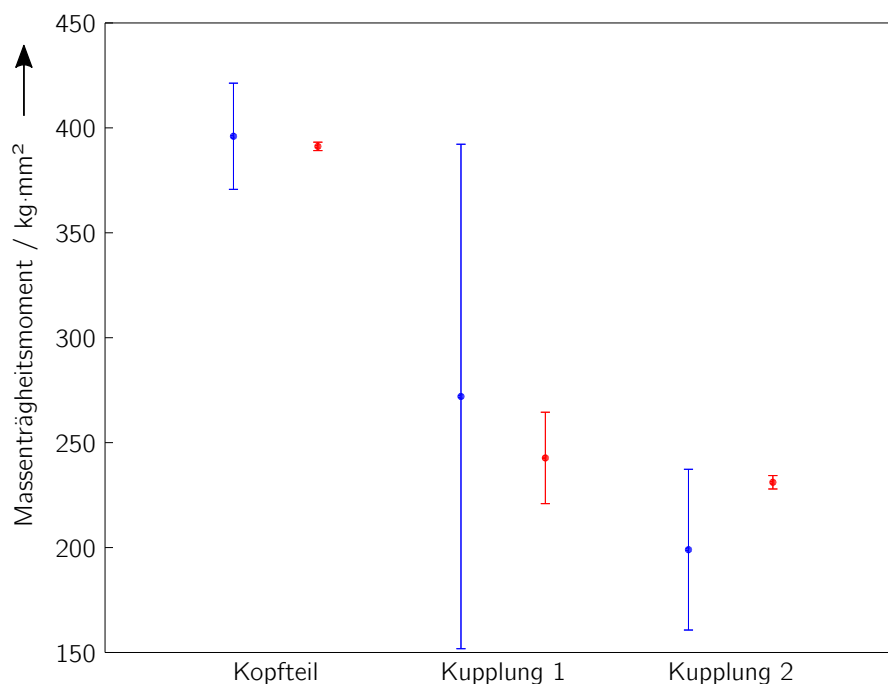


Abbildung 4.13: Ergebnisse der Bestimmung des Massenträgheitsmoments mittels des physikalischen Pendels (blau) und des Torsionspendels (rot) für das Kopfteil der dynamischen Drehmomentmesseinrichtung und zwei Kupplungen mit beigeordneten erweiterten Messunsicherheiten ( $k = 2$ ).

### 4.2.4.2 Bruchkörper

Für das erwünschte schlagartige Versagen des Bruchkörpers eignen sich spröde Materialien als Werkstoff. Die Wahl fiel auf technische Keramikwerkstoffe, da sie aufgrund der fehlenden Makroplastizität [Tie94] eine besonders große Sprödhheit aufweisen, d.h. Spannungsspitzen können nicht abgebaut werden. Dieser sonst oft unerwünschte Effekt lässt sich beim Einsatz als Bruchkörper sinnvoll nutzen.

Bauteile aus technischer Keramik werden aus Pulver hergestellt. Das Pulver wird zunächst vorgeformt (urformt), indem es in der gewünschten Form verdichtet wird. Die so entstandenen Grünlinge besitzen eine ausreichende Festigkeit für die Nachbearbeitung. Das Material lässt sich bei der sogenannten Grünbearbeitung gut in die gewünschte Feinform bringen. Nach der Bearbeitung werden die endgültigen Werkstoffeigenschaften durch abschließendes Sintern erreicht. Die Grünlinge werden hierfür auf Temperaturen unterhalb des Schmelzpunktes des Bestandteils mit der niedrigsten Schmelztemperatur erhitzt. Nach dem Sintern lässt sich das nun etwas geschrumpfte Bauteil nur noch vergleichsweise schwer bearbeiten.

Für die Auswahl der Bruchkörper mussten also passende endbearbeitete Bauteile gefunden werden oder noch bearbeitbare Grundmaterialien beschafft werden. Bei der

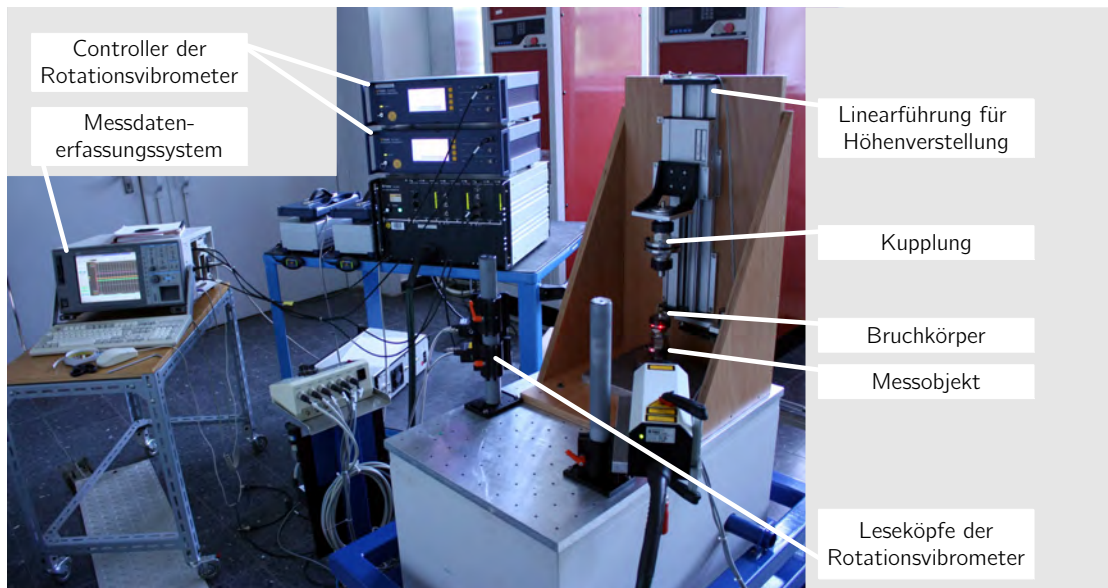


Abbildung 4.14: Messaufbau für die Bestimmung der Dämpfung.

Recherche zu geeigneten Halbzeugen ergaben sich drei mögliche Materialien für die Bruchkörper:

**Macor** Das kommerzielle Produkt der Firma Corning SAS weist die Besonderheit auf, dass es sich im Endzustand mit normalen Werkzeugmaschinen bearbeiten lässt. Es ist eine aus Siliziumdioxid ( $\text{SiO}_2$ ), Magnesiumoxid ( $\text{MgO}$ ), Aluminiumoxid ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ) und weiteren Komponenten zusammengesetzte Glaskeramik [Aug12]. Dem großen Vorteil der einfachen Bearbeitbarkeit steht der leider hohe Preis entgegen.

**Zirkoniumdioxid** Aus Zirkoniumdioxid ( $\text{ZrO}_2$ ) sind zylindrische Stäbe erhältlich, die sich als Bruchkörper eignen. Das Material, auch als Korund bekannt, wird als Werkstoff für Schleifwerkzeuge genutzt. Die Stäbe erfordern eine aufwändige Endbearbeitung, denn aufgrund der Härte und Abrasivität werden Werkzeuge schnell verschlissen.

**Aluminiumoxid**  $\text{Al}_2\text{O}_3$  ist eine weit verbreitete technische Keramik, die eine Vielzahl von Anwendungen findet. Für die Verwendung als Bruchkörper stellte sie die kostengünstigste Option dar.

Für Probemessungen wurden Bruchkörper aus den drei Materialien gefertigt. Diese sind in Abbildung 4.15 dargestellt. Der Durchmesser betrug bei Macor 6 mm, bei den Bruchkörpern aus Zirkoniumdioxid und Aluminiumoxid aufgrund der lieferbaren Durchmesser nur 3 mm. Aluminiumoxid wird im Bereich der Dental-Medizin für Prothesen genutzt, die auf zylindrischen Stiften aufgebaut werden. Diese Stifte haben passende Abmaße und sind im Dental-Laborbedarf leicht zu beschaffen. Sie werden als Grünzeug geliefert und müssen daher noch gesintert werden. Die für die Experimente beschafften Stifte wurden in einem Brennofen bei  $1050^\circ\text{C}$  für einige Stunden gesintert. Eine langsame Erhitzung und Abkühlung vermied Beschädigungen durch Materialspannungen.



#### 4.2 Komplementäre Bestimmung der Modellparameter der Messeinrichtung

Die verschiedenen Bruchkörper brachen alle bei ähnlichen Drehmomenten. Dies zeigt, dass das gut bearbeitbare Macor eine deutlich geringere Festigkeit aufweist. Einige Bruchkörper aus Macor wurden bei Vorversuchen mit Verjüngungen versehen, um eine Sollbruchstelle zu erzeugen. Der erwünschte Effekt eines Bruches an dieser Stelle war jedoch nur bei deutlicher Schwächung der Struktur verlässlich erkennbar. Daher wurden für die Messungen Bruchkörper ohne Sollbruchstelle verwendet. Für die Dämpfungsmessung stellten sich alle Bruchkörper als geeignet heraus. Es ließen sich keine Unterschiede im Bruchverhalten erkennen.

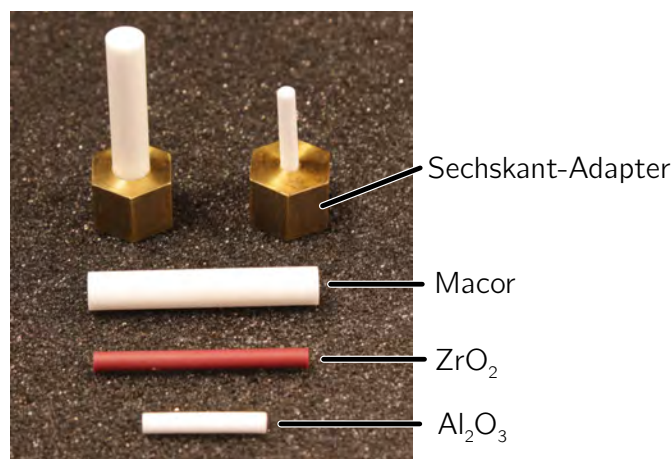


Abbildung 4.15: In Sechskant-Adaptoren eingeklebte Bruchkörper (oben), Bruchkörper aus Macor, ZrO<sub>2</sub> und Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>.

Das Drehmoment wird auf Seite des Messobjektes (Kupplung mit Spannzangen) durch Einspannen des Bruchkörpers übertragen. Dies ist auf der anderen Seite des Bruchkörpers nicht möglich, da das mit dem beidseitigen Einspannen verbundene Aufbringen von Biegemomenten die Bruchkörper bereits vor der Messung zerstört, wie Vorversuche zeigten. Durch eine verbesserte Konstruktion der Messeinrichtung ließ sich das Problem jedoch umgehen. Ein Bauteil mit Außensechskant und einer Innenbohrung, in die der Bruchkörper eingeklebt wird, überträgt nun das Drehmoment. Der Außensechskant wird beim Bruchversuch in eine entsprechende Innensechskantaufnahme geführt, die das Drehmoment in das System einbringt.

Zur Klebung der Bruchkörper wurde ein Cyanacrylatkleber eingesetzt. Der Kleber ist schnellhärtend, muss als Monomer nicht aus verschiedenen Komponenten gemischt werden, und fließt dank seiner geringen Viskosität gut auch in enge Spalte [Hab09, S. 17 ff.], was die Handhabung bei den zum Teil engen Passungen der Komponenten erleichterte. Ein weiterer Vorteil für die Anwendung bei der Verklebung der Bruchkörper ist die geringe Temperaturbeständigkeit. Der Klebstoff weist ein thermoplastisches Verhalten auf. Durch Depolymerisation wird ab ca. 100 °C die Festigkeit der Klebeverbindung stark reduziert. Dieser Effekt lässt sich für das Entfernen der zerstörten Bruchkörper aus dem Sechskantadapter nutzen, um ihn wiederzuverwenden. Hierzu wird die Klebestelle mit einem Heißluftgerät erhitzt, bis der Kleber Blasen schlägt. Im heißen Zustand lassen sich

die verklebten Komponente dann einfach trennen, denn der Kleber weist eine zähflüssige Konsistenz auf.

#### 4.2.4.3 Schwingungsmessung

Die beim Versagen des Bruchkörpers angeregten Schwingungen werden mit Rotationsvibrometern (vgl. Abschnitt 3.1.2.3) gemessen, die kontaktlos direkt an Ober- und Unterseite des Messobjektes die Schwingungen aufzeichnen. Um ein ausreichend hohes Signal für die Vibrometer zu erhalten, wurde die Oberfläche des Messobjektes an den Stellen, an denen die Laserstrahlen auftreffen, mit einer dünnen, diffus reflektierenden Folie beklebt. Bei der Messung wurden die kalibrierten, analogen Spannungsausgänge der beiden Rotationsvibrometer mit einer Datenrate von 50 kHz aufgezeichnet.

#### 4.2.4.4 Messdatenanalyse

Wie in Abschnitt 3.4.3 beschrieben, werden die beiden geschwindigkeitsproportionalen Interferometersignale integriert ( $\rightarrow$ Winkel), die Differenz gebildet ( $\rightarrow$ Torsionswinkel Messobjekt) und dann wieder differenziert ( $\rightarrow$ Torsionswinkelgeschwindigkeit). Die so aufgezeichneten Schwingungen wurden vor der Bestimmung des Amplitudenabfalls noch gefiltert, da weitere Anteile höherfrequenter Schwingungen im Signal vorhanden waren. Sie stammen vermutlich von parasitären Schwingungen in anderen Freiheitsgraden und haben eine deutlich kleinere Amplitude als die Grundfrequenz. Um die Qualität der Ergebnisse der Regressionsrechnungen nicht negativ zu beeinflussen, wurden die Messsignale mit einem Butterworth-Tiefpassfilter 4. Ordnung gefiltert.

#### 4.2.4.5 Messunsicherheitsbetrachtung

Die Komponenten mit Einfluss auf die Messunsicherheit der Dämpfungsmessung sind in Abbildung 4.16 illustriert. Die einzelnen Unsicherheitsbeiträge sind im Anhang A.7.2 aufgeführt. Die Unsicherheitskomponenten lassen sich für die Monte-Carlo-Simulation in die Unsicherheit der Spannungsausgänge der Rotationsvibrometer und in die der Spannungserfassungselektronik aufteilen.

Die Messdaten wurden mit den Streuungen der einzelnen Einflussgrößen überlagert und mit der gewählten Methode der Sinusapproximation ausgewertet. Für das Ergebnis wurden Erwartungswert und Standardabweichung ermittelt.

#### 4.2.4.6 Messergebnisse

Die Dämpfungseigenschaften der zwei Kupplungen wurden mittels mehrerer Wiederholungsmessungen bestimmt. Ein Ergebnis jeder Einzelmessung umfasst einen Wert für die Schwingfrequenz  $f$ , für die Abklingkonstante  $\delta$  und den Dämpfungsgrad  $D$ . Die Einzelergebnisse sind in Anhang A.7.3 aufgeführt. Aus den Einzelmessungen wurden

### 4.3 Dynamische Kalibrierung von Drehmomentaufnehmern

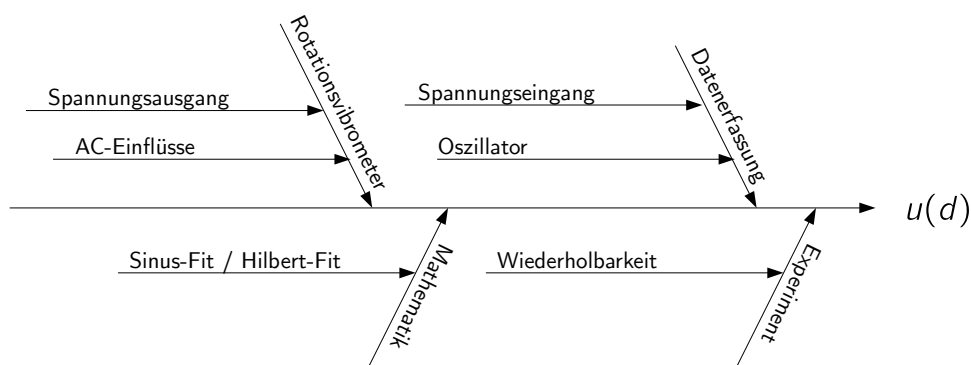


Abbildung 4.16: Ishikawa-Diagramm der Messunsicherheitseinflüsse für die Dämpfungsmessung.

jeweils die Dämpfungswerte und die Unsicherheiten für beide Messobjekte berechnet. Die erzielten Ergebnisse sind in Tabelle 4.5 aufgeführt.

Tabelle 4.5: Messergebnisse der Schwingfrequenz  $f$ , der Abklingkonstanten  $\delta$  und des Dämpfungsgrades  $D$  für die Bestimmung der Dämpfung.

Messobjekt		Messwert	erweiterte MU $U(k = 2)$	relative erw. MU $U_{\text{rel}}(k = 2)$
Kupplung 1 (3 Messungen)	$f$	2201,3 Hz	24,93 Hz	1,13 %
	$\delta$	$50,44 \text{ s}^{-1}$	$2,26 \text{ s}^{-1}$	4,47 %
	$D$	$3,64 \cdot 10^{-3}$	$1,39 \cdot 10^{-4}$	3,83 %
Kupplung 2 (6 Messungen)	$f$	2189,42 Hz	7,18 Hz	0,33 %
	$\delta$	$58,59 \text{ s}^{-1}$	$5,45 \text{ s}^{-1}$	9,30 %
	$D$	$4,26 \cdot 10^{-3}$	$3,97 \cdot 10^{-4}$	9,31 %

### 4.3 Dynamische Kalibrierung von Drehmomentaufnehmern

Die dynamische Kalibrierung von Drehmomentaufnehmern wurde in zwei Schritten durchgeführt. Im ersten Schritt wurde der Aufnehmer in die dynamische Drehmomentmesseinrichtung eingebaut und zeitlich veränderlichen Drehmomentverläufen (sinusförmig, verschiedene Frequenzen) ausgesetzt. Die Anregung und das Ausgangssignal wurden aufgezeichnet. Im zweiten Schritt wurden auf Basis der so gewonnenen Messdaten, der Modelleigenschaften der Messeinrichtung und dem Modell von Aufnehmer und Messeinrichtung, die Modellparameter des Aufnehmers identifiziert.

### 4.3.1 Inbetriebnahme der Messeinrichtung

Vor der erstmaligen Durchführung von Kalibriermessungen mit Drehmomentaufnehmern wurde die dynamische Drehmomentmesseinrichtung in Betrieb genommen und auf ihre technischen Parameter hin untersucht. Dies betraf die Untersuchung der realisierbaren Anregungen bezüglich Frequenzbereich und Anregungsamplitude. Zu diesem Zweck wurden Versuche mit Dummy-Körpern verschiedener Torsionssteifigkeiten durchgeführt. Mit diesen aus Stahl und Aluminium gefertigten zylindrischen Körpern konnten Messungen durchgeführt werden, ohne Drehmomentaufnehmer in die Messeinrichtung einbauen zu müssen.

Bei diesen Voruntersuchungen konnten erste Erkenntnisse zur Änderung des Übertragungsverhalten der Messeinrichtung bei unterschiedlichen Torsionssteifigkeiten gesammelt werden. Die Form und Qualität der erzeugten Schwingungssignale konnten abgeschätzt werden. Die durchgeführten Untersuchungen waren sehr hilfreich, um die Eignung des Schwingregelsystems für rotatorische Schwingungserzeugungen (mittels eines Leihgerätes) zu untersuchen. Nach der Beschaffung des Schwingregelsystems wurden mit den Dummy-Körpern für die Messung passende Regelparameter und Vortesteinstellungen ermittelt. Auch wurde die Ablaufsteuerung damit programmiert und untersucht.

### 4.3.2 Messdatenerfassung und -verarbeitung

Die für eine dynamische Kalibrierung der Drehmomentaufnehmer erforderlichen Messdaten wurden mit Datenerfassungssystemen der Firma National Instruments aufgezeichnet. Das verwendete Messdatenerfassungssystem basiert auf dem PXI-Bus (PCI eXtensions for Instrumentation) [PXI14]. Die Erfassungskarten sind in einem Chassis untergebracht, das mittels Lichtwellenleiterkabel mit einem Computer verbunden ist. Die Vorzüge des verwendeten modularen Systems für die Datenerfassung sind:

**Vielfältige Messkonfiguration** Für PXI wird eine Vielzahl an Einsteckkarten angeboten, die analoge und digitale Datenerfassung und auch eine Erzeugung ermöglichen. Bei sich ändernden Messanforderungen lassen sich passende Karten hinzufügen.

**Synchronisierung** Die verschiedenen Einsteckkarten werden in Bezug auf den Start der Datenerfassung und den Zeitpunkt einzelner Samples synchronisiert und nutzen einen gemeinsamen Oszillator. Diese Synchronisation wird auch bei unterschiedlichen Datenerfassungs- oder Ausgabegeräten aufrechterhalten. Durch den Einsatz (optionaler) besonders hochwertiger Oszillatoren lässt sich auch ein hervorragendes Langzeitverhalten erreichen.

**Unabhängigkeit von Computer und Betriebssystem** Die Modularität erlaubt die Verbindung des PXI-Chassis und seinen Messkarten mit Computern verschiedener Schnittstellen. Treiber für eine Vielzahl an Betriebssystemen erlauben eine lange Nutzung der Messtechnikhardware bei gleichzeitig möglicher Modernisierung der Computerhard- und -software.

**Enge Verzahnung mit der Softwareumgebung LabView** Die Programmierung der Datenerfassungssoftware erfolgt in der Sprache  $G$ , einer von National Instruments entwickelten und im Produkt LabView umgesetzten grafischen Programmierung. Die PXI-Systeme werden hier sehr gut und umfänglich unterstützt. Durch gemeinsame Softwareschnittstellen lassen sich Programmteile für viele Messkarten ohne Veränderungen weiterverwenden. So ist eine effektive Ausnutzung der vorhandenen Erfassungssoftwaremodule und damit eine Minimierung des Programmieraufwands möglich.

Die zugehörige Software soll die Datenerfassung und Auswertung sicherstellen, indem es alle für die Messung relevanten Daten erfasst und speichert. Dies umfasst die folgenden Messgrößen:

- Spannungssignal des Drehmomentaufnehmers  $U_{\text{DUT}}$
- Spannungssignal der Winkelbeschleunigung am Fußpunkt  $U_{\ddot{\varphi}_E}$  im Rotationserreger
- Zwei Interferometersignale für die Winkelmessung

Die ersten zwei genannten Signale sind Spannungssignale, die möglichst fein aufgelöst, mit moderater Aufzeichnungsrate gespeichert werden sollen. Für diesen Zweck stehen zwei Messkanäle mit einer Auflösung von 16 Bit bis 24 Bit (in Abhängigkeit der Aufzeichnungsrate) zur Verfügung. Die Messkanäle wurden zuvor bei den gleichen Einstellungen für Aufzeichnungsrate und Eingangsspannungsbereich dynamisch kalibriert. Die Ergebnisse werden im Anhang A.8.1 vorgestellt.

Das Interferometersignal umfasst zwei frequenz- bzw. phasenmodulierte Signale mit einem Frequenzinhalt von jeweils  $(40 \pm 40)$  MHz, die nach der Aufzeichnung demoduliert werden müssen. Die Erfassung dieser Signale erfolgt mit einer Aufzeichnungsrate von 200 MSamples/s und einer Auflösung von 12 Bit. Aus technischen Gründen ist die Aufzeichnungsdauer begrenzt. Bedingt durch die hohe Aufzeichnungsrate der zwei Kanäle für die Interferometer-Rohdaten, wird der schnelle interne Speicher der Messkarten in etwa 500 ms gefüllt. Für die erfassten Interferometersignale spielt die Präzision der Spannungserfassung eine untergeordnete Rolle, wichtig ist aber eine stabile und wenig schwankende Datenaufzeichnungsrate. Dies wird durch ein zusätzliches Timing- und Synchronisationsmodul erreicht, das einen hochwertigen Oszillator besitzt. Dieses Modul kann für die Synchronisierung der einzelnen Kanäle und für die Wahl der Aufzeichnungszeitpunkte herangezogen werden. Der Oszillator wurde eigens hierfür kalibriert. Die Ergebnisse sind im Anhang A.8.2 aufgeführt.

Die Demodulation der Rohsignale der Interferometer erfolgt nach einem Schema, wie es in der internationalen Norm ISO 16063-11:1999 [ISO99] empfohlen wird. Die auszuwertenden Signale sind phasenmoduliert. Bei der Demodulation wird für jedes erfasste Sample der Momentanphasenwinkel bestimmt, indem die Phasendifferenz zum unmodulierten Signal errechnet wird. Aus der Phaseninformation ergibt sich, wie in Abschnitt 3.1.2.5 beschrieben, die gesuchte zeitabhängige Winkelinformation. Die Umsetzung der Demodulation ist im Anhang A.9 detailliert dargestellt.

Die zeitaufgelösten Messdaten werden gemeinsam mit einem Protokoll der Einstellungen angewendeter Filtereinstellungen und weiterer Datenverarbeitungsparameter für jede Messfrequenz gesichert. Als Austauschformat für die Zeitreihen kam TDMS[Nat15] zum Einsatz. Dieses proprietäre binäre Datenaustauschformat von National Instruments erlaubt eine kompakte Speicherung der Ergebnisse bei gleichzeitiger Möglichkeit, auch Informationen zu angewendeten Filtern, Messkarten, etc. als Zusatzprotokolle abzulegen.

### 4.3.3 Auswertung der Zeitreihen

Die Auswertung der Messwerte erfolgte in einem eigenen Schritt. Die drei erfassten Datenkanäle  $y_i(t)$  für jede Messfrequenz wurden zur Weiterverarbeitung aus der TDMS-Datei in Mathworks Matlab eingelesen. bei den zeitabhängigen Signalen handelt es sich um sinusförmige Größen mit der Kreisfrequenz  $\omega = 2\pi f$ , der Amplitude  $\hat{y}$  und der Phase  $\varphi$ , die sich durch

$$y(t) = \hat{y} \cdot \sin(\omega t + \varphi) \quad (4.6)$$

beschreiben lassen. Ein solches Signal lässt sich durch seine Sinus- ( $b$ ) und Kosinus- ( $a$ ) Komponenten beschreiben, und es gilt

$$y(t) = a \cdot \cos \omega t + b \cdot \sin \omega t \quad , \quad (4.7)$$

mit den Parametern aus Gleichung 4.6 ergibt sich

$$A = \sqrt{a^2 + b^2}, \quad \varphi = \tan^{-1} \left( \frac{b}{a} \right) \quad . \quad (4.8)$$

Für eine korrekte Bestimmung des Phasenwinkels wird die Vier-Quadranten-Arkustangensfunktion angewendet (vgl. Abschnitt A.6).

Bei der mehrkanaligen Erfassung sinusförmiger Größen ist es vorteilhaft, diese in einer Sinus-Approximation für alle Kanäle mit einer gemeinsamen Frequenz zu bestimmen [RC08]. Für die dynamische Drehmomentkalibrierung kann diese gemeinsame Frequenz nicht als bekannt angenommen werden. Zwar werden alle Komponenten mit derselben Frequenz zu Schwingungen angeregt, aber Schwingungserzeugung und Datenaufzeichnung werden von zwei unterschiedlichen Geräten mit jeweils eigenem Oszillator übernommen, was Abweichungen der zwei gemessenen Frequenzen zur Folge haben kann. Die drei sinusförmigen Signalverläufe gemeinsamer Frequenz lassen sich mit den Parametern der jeweiligen Sinus- und Kosinusanteile ( $A, B, C, D, E, G$ ) und der gemeinsamen Frequenz  $F$  als eine gemeinsame Funktion  $\text{Multsin}(\mathbf{X})$  beschreiben. Es gilt

$$\mathbf{y} = \text{Multsin}(\mathbf{X}) \quad (4.9)$$

$$\begin{aligned} &= \mathbf{x}_1 \cdot (A \cos(2\pi F \cdot \mathbf{x}_t) + B \sin(2\pi F \cdot \mathbf{x}_t)) \\ &+ \mathbf{x}_2 \cdot (C \cos(2\pi F \cdot \mathbf{x}_t) + D \sin(2\pi F \cdot \mathbf{x}_t)) \\ &+ \mathbf{x}_3 \cdot (E \cos(2\pi F \cdot \mathbf{x}_t) + G \sin(2\pi F \cdot \mathbf{x}_t)) \quad , \end{aligned} \quad (4.10)$$

### 4.3 Dynamische Kalibrierung von Drehmomentaufnehmern

mit dem Vektor der aufgezeichneten Messwerte  $\mathbf{y}$ , der Zeit- und Zuordnungsmatrix  $\mathbf{X}$ , die aus dem Zeitvektor  $\mathbf{x}_t$  und den Zuordnungsvektoren  $\mathbf{x}_1 \dots \mathbf{x}_3$  für die verschiedenen Messkanäle besteht. Mit der Anzahl der Messwerte  $n$  haben der Vektor und der Matrix die Länge  $3n$ .

$$\mathbf{y} = [y_{11}, y_{12}, \dots, y_{1n}, y_{21}, y_{22}, \dots, y_{2n}, y_{31}, y_{32}, \dots, y_{3n}]^T \quad (4.11)$$

$$\mathbf{X} = [\mathbf{x}_t \quad \mathbf{x}_1 \quad \mathbf{x}_2 \quad \mathbf{x}_3] \quad (4.12)$$

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ x_{11} & \dots & x_{1n} & x_{21} & \dots & x_{2n} & x_{31} & \dots & x_{3n} \end{bmatrix}^T \quad (4.13)$$

Die unbekannt Parameter  $\boldsymbol{\theta} = [A, B, C, D, E, F, G]$  werden durch eine nichtlineare Approximation nach der Methode der kleinsten Quadrate angenähert.

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \arg \min_{\boldsymbol{\theta}} \sum_{i=1}^n (\mathbf{y} - \text{Multisin}(\mathbf{X}))^2 \quad (4.14)$$

Wenn sich die numerischen Amplituden der aufgezeichneten Messdaten in den Messkanälen unterscheiden, beispielsweise aufgrund von Einheiten, etc., führen diese Unterschiede zu einer unerwünschten Gewichtung zugunsten des Kanals mit den größten Zahlenwerten, da die quadratische Fehlersumme, die ja minimiert wird, von diesem am stärksten beeinflusst ist. Daher wurden die Kanäle vor der Sinus-Approximation normalisiert, um eine solche Gewichtung zu vermeiden. Die bestimmten Parameter wurden danach wieder mit dem Normalisierungsfaktor des entsprechenden Kanals angepasst.

Der nichtlineare Lösungsalgorithmus für die Approximation benötigt gute Startwerte, um nicht in lokale Minima zu geraten. Die Startwerte müssen vorher bestimmt werden, was mittels einzelner 2-Parameter-Fits für jeden einzelnen Messkanal nach Gleichung 4.7 mit vorgegebener Anregungsfrequenz (als bekannt vorausgesetzt) realisiert wird. Auf Basis dieser Startwerte für die Parameter  $A, B, C, D, E, G$  und der vorgegebenen Anregungsfrequenz als Startwert für  $F$  werden die Parameter approximiert.

Die Signale können mit unerwünschten höher- oder niederfrequenten Schwingungen überlagert sein. Diese sind auf nicht komplett monofrequente Anregung des Rotationserregers zurückzuführen. Um diese unerwünschten Effekte zu unterdrücken, wurden alle drei Kanäle vor der Sinusapproximation bandpassgefiltert. Hierbei wurden für alle Messkanäle die gleichen Filtereinstellungen angewendet, so dass keine Einflüsse durch die unterschiedliche Filterung zu erwarten sind.

Die Ergebnisse der approximierten Sinus- und Kosinuskomponenten der einzelnen Messkanäle wurden mit der gemeinsamen Frequenz abgespeichert.

#### 4.3.4 Durchführung der Messungen

In Vorbereitung der eigentlichen Messung müssen die gewünschten Drehmoment- bzw. Winkelbeschleunigungsamplituden der Anregung festgelegt werden. Die Anregungsfrequenzen wurden in Anlehnung an die empfohlenen Frequenzen der ISO 266 [ISO97], respektive ISO 3 [ISO73], gewählt. Diese diskreten, logarithmisch gestuften Anregungsfrequenzen sind im Bereich der Beschleunigungsmessung, wie auch im Bereich der Akustik, gängig und bewährt. Die Frequenzabstände sind im logarithmischen Maßstab linear. Für Frequenzen in großem Abstand zur Resonanzfrequenz wurden Anregungsfrequenzen aus der 1/3-Oktavreihe gewählt, in der Nähe der Resonanz die enger gestufte 1/12-Oktavreihe. Die gewählten Anregungsfrequenzen wurden abweichend von der Norm nicht ab- oder aufgerundet, sondern direkt aus der Berechnung mit Rundung auf die zweite Stelle hinter dem Komma angewendet.

Für die dynamischen Kalibriermessungen wurde der zu untersuchende Drehmomentaufnehmer in den Wellenstrang der Messeinrichtung eingebaut. Die Montage erfolgte mit definiertem Drehmoment mittels eines kalibrierten, anzeigenden Drehmomentschlüssels. Vor der Messung wurde die ggf. vorhandene Aufnehmerelektronik und die Signalkonditionierungselektronik warmlaufen gelassen, um Einflüsse durch instabile Temperaturen der Elektronik ausschließen zu können. Auch alle Komponenten der Messeinrichtung wie Interferometer, Winkelbeschleunigungsaufnehmer, Datenerfassungselektronik, Regelmodule und Verstärker wurden zwecks Temperierung ausreichend vorher (einige Stunden vor der Messung) angeschaltet.

Vor Durchführung der ersten Messung wurde der Druck der Druckluftversorgung geprüft und die Umgebungsparameter (Raumtemperatur und relative Luftfeuchtigkeit) dokumentiert. Dann wurden im Schwingregelsystem die gewünschten Anregungsamplituden und -frequenzen eingestellt und die Übertragungsfunktion des Messsystems bestimmt. Die Messdaten wurden mit den Messprotokollen für die weitere Analyse abgelegt.

Die realisierbaren dynamischen Drehmomente liegen weit unter dem angegebenen statischen Drehmoment des Schwingungserregers (vgl. Tabelle 4.1) und liegen im Bereich von etwa 0,5 N·m bis 1 N·m. Die Gründe hierfür sind im Folgenden genannt.

**Ungünstiges Verhältnis des Massenträgheitsmoments** Der Rotor des Rotationserregers besitzt ein vergleichsweise großes Massenträgheitsmoment. Zur Erzeugung dynamischer Drehmomente muss der gesamte Wellenstrang, inklusive des Rotors des Erregers beschleunigt werden. Ist der Erreger im Vergleich zum restlichen Strang träge, wird ein Großteil des verfügbaren Drehmoments für die Beschleunigung des Rotors aufgewendet.

**Beschleunigung zusätzlicher Komponenten im Strang** Für das gemessene dynamische Drehmoment sind nur die Massenträgheitsmoment-Komponenten oberhalb der Messfeder des Aufnehmers von Belang. Die Komponenten unterhalb müssen auch mitbeschleunigt werden, tragen aber nicht zur gemessenen Drehmomentamplitude bei.



**Absinken der Empfindlichkeit oberhalb der Resonanz** Oberhalb der Resonanzfrequenz wird das Kopfteil der Messeinrichtung dynamisch mehr und mehr abgekoppelt. Die für eine konstante Winkelbeschleunigung am oberen Ende des Wellenstrangs erforderlichen Beschleunigungsamplituden des Rotationserregers werden daher immer höher, je weiter oberhalb der Resonanz gemessen werden soll.

**Geringe Dämpfung im Wellenstrang** Die geringe Dämpfung der Komponenten im Wellenstrang führten zu einer großen Resonanzüberhöhung, die in einem schmalen Frequenzband auftritt. Oberhalb der Resonanz wird der obere Teil (siehe vorherigen Punkt) mit steigender Frequenz umso stärker entkoppelt, je niedriger die Dämpfung ist.

Die Konstruktion der Messeinrichtung wurde bewusst so gewählt, dass sie nur ein kleines Massenträgheitsmoment aufweist. Dies erlaubt die gewünschte dynamische Anregung bis in höhere Frequenzbereiche. Für die dynamischen Kalibrierungen wurden Winkelbeschleunigungsamplituden gewählt, die etwa 0,1 N·m bis 0,3 N·m dynamischer Drehmomentbelastung entsprachen.

#### 4.3.5 Einflüsse von Messverstärker und Signalübertragung

Für die Bestimmung des dynamischen Verhaltens eines Drehmomentaufnehmers müssen die mechanischen Einflüsse von den elektrischen Einflüssen getrennt betrachtet werden. In der Messkette zur dynamischen Kalibrierung von DMS-basierten Aufnehmern werden Brückenverstärker eingesetzt. In Abschnitt 2.2.1.2 sind die verschiedenen Brückenverstärkertypen beschrieben. Zur dynamischen Kalibrierung von Brückenverstärkern wurde in der PTB ein dynamisches Brückennormal entwickelt (siehe Abschnitt 3.5.1). Bei der Suche nach geeigneten Brückenverstärkern für die dynamische Messung mechanischer Größen wurden im Rahmen eines gemeinsamen Forschungsprojektes (vgl. Abschnitt 1.1) verschiedene Geräte untersucht (siehe Anhang A.10.1). Die Kalibrierergebnisse der verschiedenen Geräte sind in Abbildung 4.17 dargestellt. Auf Basis der Ergebnisse wurde der Brückenverstärker Dewetron DAQP Bridge-B für die dynamischen Drehmomentmessungen in dieser Arbeit ausgewählt. Der Verstärker besitzt ein Übertragungsverhalten mit nur sehr geringen Abweichungen im Amplituden- und Phasengang und kommt von den untersuchten Verstärkern einem idealen Verhalten am nächsten.

Die Wahl zwischen verschiedenen Verstärkern besteht allein bei passiven Drehmomentaufnehmern, d.h. bei Aufnehmern ohne integrierte Elektronik. Schwieriger stellt sich die Untersuchung bei Aufnehmern mit integrierter Elektronik dar, die gerade im Bereich der Drehmomentaufnehmer zunehmend häufiger Verwendung finden. Für den Einsatz in rotierenden Wellen werden drahtlose Übertragungssysteme verwendet, bei denen sich die Brückenverstärker im Rotor des Aufnehmers befinden. Bei der Untersuchung des dynamischen Verhaltens muss dann auch deren Übertragungsverhalten miteinbezogen werden. Ein Zugang zu den Brückensignalen ist bei Aufnehmern mit integrierter Elektronik nicht vorgesehen. Viele Aufnehmer sind hermetisch verschlossen und können nicht zerstörungsfrei geöffnet werden. Im Rahmen der Zusammenarbeit des EMRP-Forschungsprojektes war es jedoch möglich, vom Hersteller HBM Muster von baugleichen Aufnehmern zur

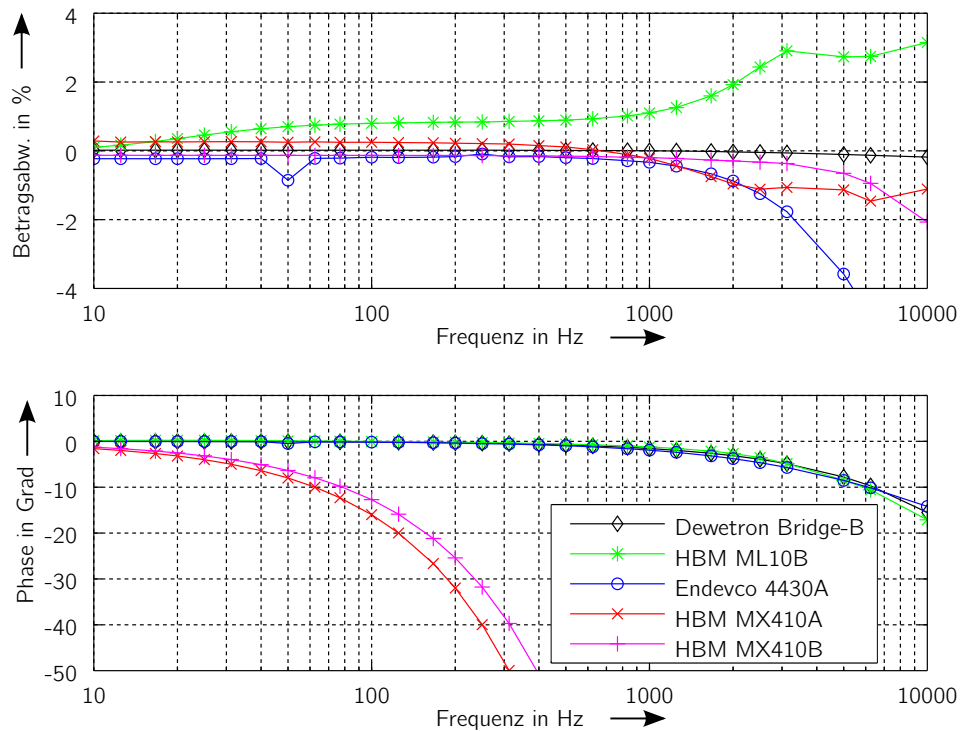


Abbildung 4.17: Kalibrierergebnisse in Betrag und Phase von fünf Brückenverstärkern.

Untersuchung zu erhalten. Die Aufnehmer mussten für die Bestimmung des Übertragungsverhaltens geöffnet und modifiziert werden. Genauere Informationen hierzu sind im Anhang A.10.2 aufgeführt. In Abbildung 4.18 sind die Kalibrierergebnisse der integrierten Elektronik verschiedener Aufnehmer dargestellt.

Es zeigt sich, dass eine Veränderung in Betrag und Phase der komplexen Übertragungsfunktion hier eher und in weit stärkerem Maße als bei den eigenständigen Messverstärkern auftritt, die keine drahtlose Übertragung realisieren müssen. Die untersuchten Drehmomentenaufnehmer lassen Schlüsse für ein möglichst optimales dynamisches Übertragungsverhalten zu:

**Einflüsse der Signalelektronik nicht vernachlässigbar** Die starke Ausprägung und schon bei niedrigen Frequenzen auftretende Beeinflussung des Ausgangssignals unterstreichen die Wichtigkeit einer dynamischen Analyse der Aufnehmerelektronik

**Bessere Eigenschaften der Spannungsausgänge** Die untersuchte Elektronik zur Auswertung des Frequenzgangs der Drehmomentenaufnehmer zeigte ein ausgeprägteres Tiefpassverhalten als die Spannungsausgänge der Aufnehmer.

**Beeinflussung der Spannungsausgänge** Bei manchen Drehmomentenaufnehmern ändert sich das Übertragungsverhalten des analogen Spannungsausgangs bei Umkonfigurieren anderer Ausgänge.

**Phasenverzögerung** Bei allen Aufnehmern sind starke Phasenverzögerungen erkennbar, die für eine synchrone Erfassung des Drehmomentsignals bekannt sein müssen, um korrigiert werden zu können.

### 4.3 Dynamische Kalibrierung von Drehmomentaufnehmern

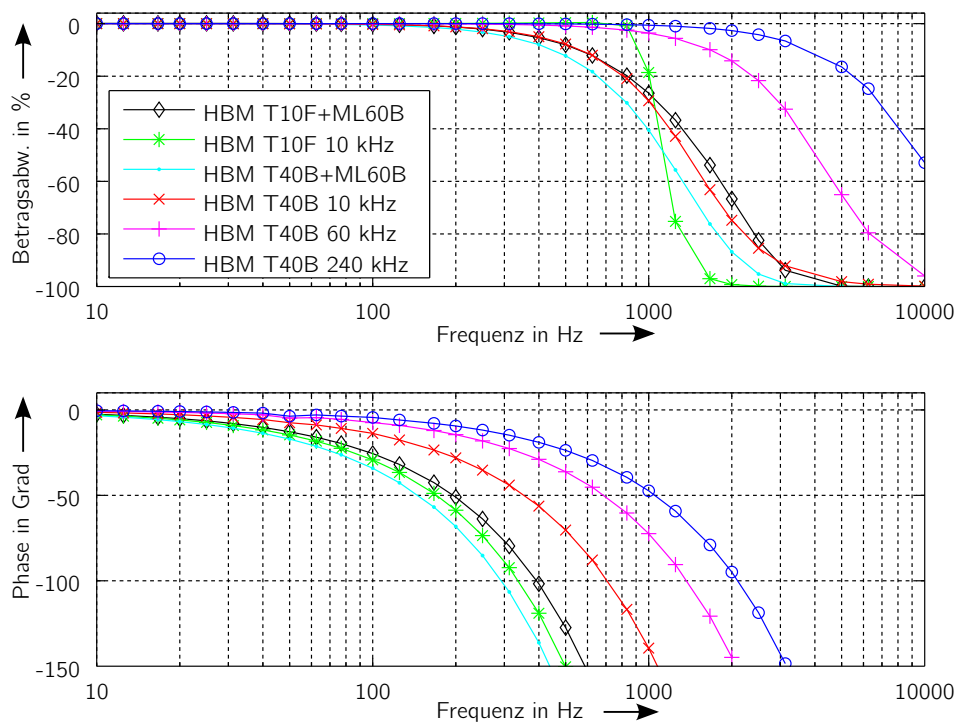


Abbildung 4.18: Kalibrierergebnisse in Betrag und Phase der Drehmomentaufnehmer HBM T10F und HBM T40B mit Spannungsausgang bzw. Frequenzausgang gemessen mit HBM ML60B.

#### 4.3.6 Messergebnisse

Die dynamischen Eigenschaften von verschiedenen, konstruktiv sehr unterschiedlich aufgebauten Drehmomentaufnehmern wurden untersucht. Die einzelnen Aufnehmer wurden in einem Frequenzbereich von 12,4 Hz bis zur maximal realisierbaren Frequenz untersucht. Die Winkelbeschleunigung am oberen Ende der Messeinrichtung wurde mit Hilfe des Schwingregelsystems konstant gehalten. Einflüsse der Signalübertragungs- und Aufbereitungselektronik wurden kompensiert, sofern möglich. Um die Eignung für die Modellparameteridentifikation analysieren zu können, wurden bewusst auch Aufnehmer untersucht, die nur eingeschränkt geeignet sind (vgl. Abschnitt 5.4):

**Lorenz DR-2477** Dieser Drehmomentaufnehmer hat ein kleines Nenndrehmoment von 1 N·m. Er besitzt integrierte Elektronik zur Signalaufbereitung und berührungslosen digitalen Übertragung in den Stator. Die Elektronik kann nicht dynamisch kalibriert werden. Abbildung 4.19 veranschaulicht das Messergebnis in Betrag und Phase.

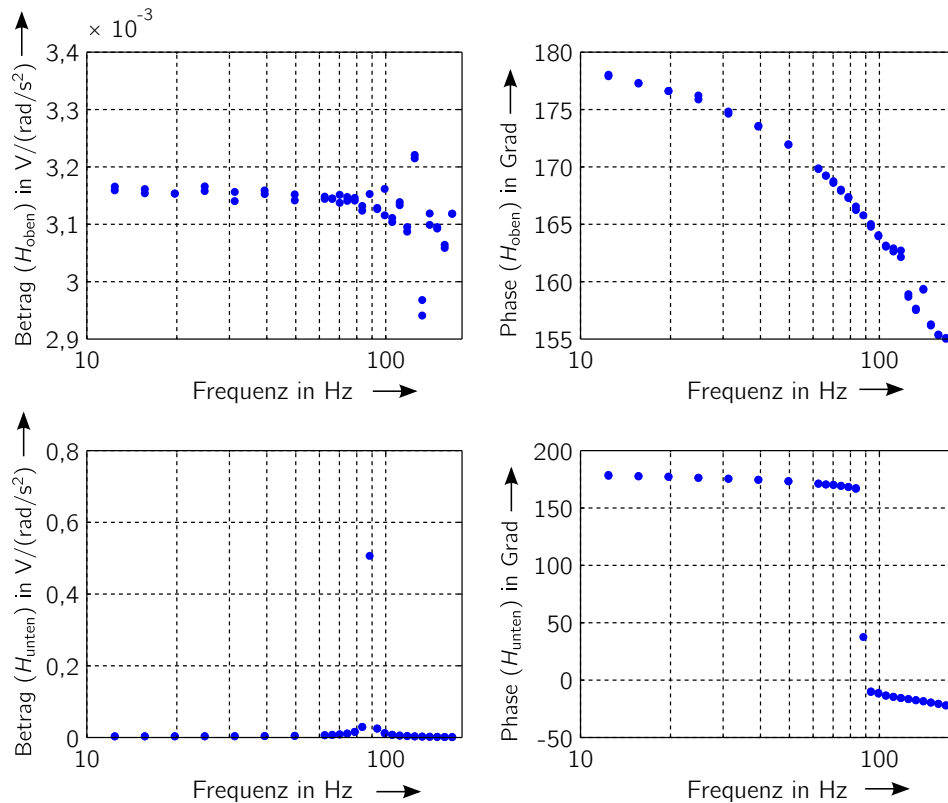


Abbildung 4.19: Messergebnis  $H_{\text{oben}}$  (oben) und  $H_{\text{unten}}$  (unten) in Betrag und Phase des Drehmomentaufnehmers Lorenz DR-2477 (1 N·m).

**HBM T10F** Bei diesem Aufnehmer handelt es sich um einen sehr torsionssteifen, kontaktlos messenden Flanschsaufnehmer. Der gewählte Aufnehmer hat mit 50 N·m Nenndrehmoment den kleinsten verfügbaren Messbereich dieser Modellreihe. Dennoch kann er in der derzeitigen Einrichtung nur in einem kleinen Teilbereich seiner Drehmomentkapazität betrieben werden. Für den Anschluss von Flanschsaufnehmern in die dynamische Drehmomentmeseinrichtung sind Adapter erforderlich, die weder bekannte Eigenschaften aufweisen, noch im Modell abgebildet werden. Das Messergebnis ist in Abbildung 4.20 gezeigt.

**HBM T5** Dieser Wellenaufnehmer mit Vollwellenmesskörper ist vollkommen passiv aufgebaut. Der Zugang zur Wheatstone'schen Messbrücke erfolgt über Schleifringkontakte. Das Nenndrehmoment des untersuchten Aufnehmers beträgt 10 N·m. Die Ergebnisse in Form der Transferfunktionen für Kopf- ( $H_{\text{oben}}$ ) und Fußteil ( $H_{\text{unten}}$ ) in Betrag und Phase sind für den Aufnehmer HBM T5 in Abbildung 4.21 dargestellt.

Die stark unterschiedlichen mechanischen Eigenschaften der Aufnehmer führen zu sehr unterschiedlichem dynamischen Verhalten im Wellenstrang der Messeinrichtung. Die Modellerwartungen werden von den Aufnehmern in Form einer ausgeprägten Resonanz im Anregungsfrequenzbereich erfüllt, aber es variieren die Resonanzfrequenzen und

### 4.3 Dynamische Kalibrierung von Drehmomentaufnehmern

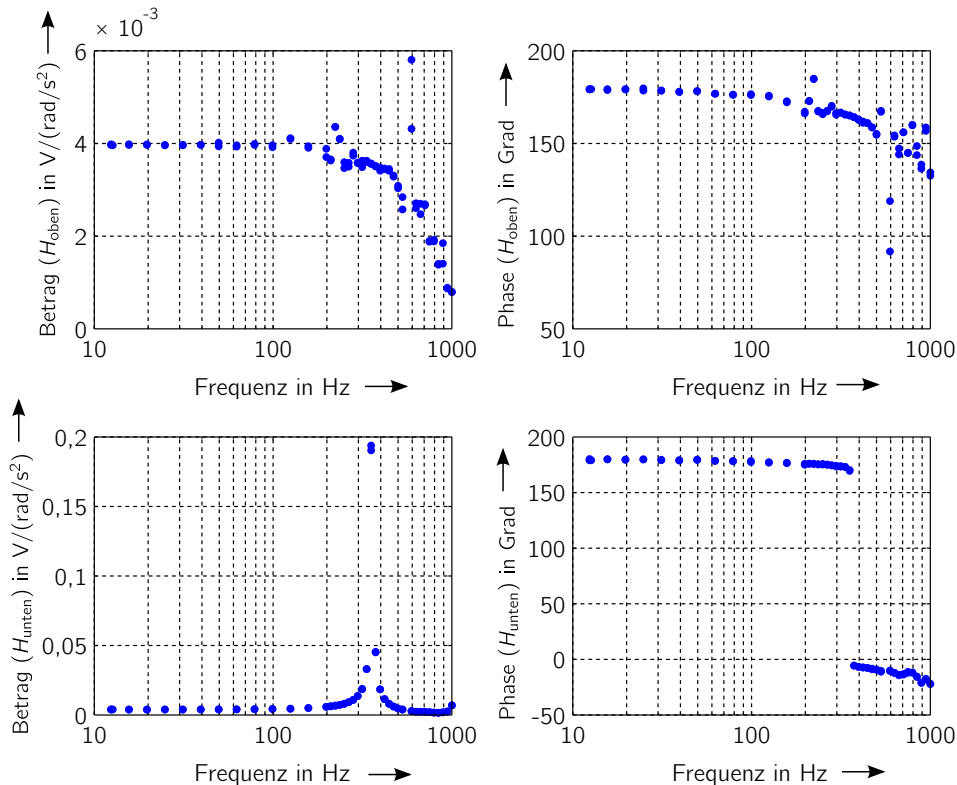


Abbildung 4.20: Messergebnis  $H_{\text{oben}}$  (oben) und  $H_{\text{unten}}$  (unten) in Betrag und Phase des Drehmomentaufnehmers HBM T10F (50 N·m).

Phasengänge. Der durch sein geringes Nenndrehmoment sehr torsionsweiche Lorenz-Wellendrehmomentaufnehmer zeigt eine Resonanzfrequenz bei ca. 90 Hz. Prägnant ist der ausgeprägte Phasengang im schmalen angeregten Frequenzbereich, der sehr wahrscheinlich durch die unbekannteten Eigenschaften der nicht kalibrierbaren Elektronik verursacht wird. Das andere Extrem in Bezug auf die mechanischen Eigenschaften stellt der Flansch-aufnehmer HBM T10F dar. Trotz der vielfach höheren Torsionssteifigkeit ergibt sich durch das hohe Massenträgheitsmoment und die erforderlichen Adapter für die Wellenenden, die die gesamte Torsionssteifigkeit reduzieren, eine vergleichsweise hohe Resonanzfrequenz von etwa 360 Hz.

Der dritte Aufnehmer HBM T5 steht mit dem Nenndrehmoment von 10 N·m und einer moderaten Torsionssteifigkeit zwischen den vorgenannten Aufnehmern. Die Resonanzfrequenz betrug bei den Messungen etwa 160 Hz.

Für die Parameteridentifikation wurde der Aufnehmer HBM T5 ausgewählt. Er hat den Vorteil, dass er sich durch seine fehlende Elektronik mit jedem Brückenverstärker betreiben lässt. An ihm wird im folgenden Abschnitt beispielhaft die Parameteridentifikation durchgeführt. Der Aufnehmer Lorenz DR-2477 ist aufgrund der nicht kompensierbaren Elektroneinflüsse schlecht geeignet und der steife HBM T10F hat den Nachteil, dass er mit den Adaptern das Modell des Aufnehmers nicht korrekt abbildet, außerdem könnten nur Bruchteile seines Nenndrehmoments als dynamische Drehmomentamplitude erzeugt werden.

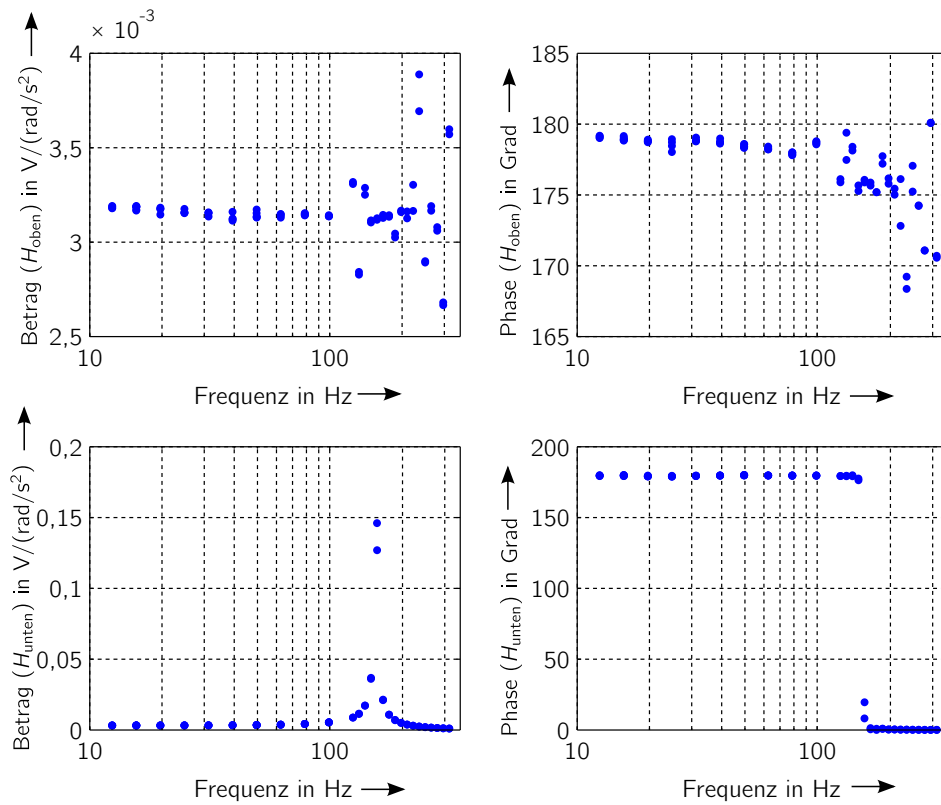


Abbildung 4.21: Messergebnis  $H_{\text{oben}}$  (oben) und  $H_{\text{unten}}$  (unten) in Betrag und Phase des Drehmomentaufnehmers HBM T5 (10 N·m).

# 5 Modellparameteridentifikation, Validierung der Ergebnisse und Grenzen des Verfahrens

Der folgende Abschnitt beschreibt die Bewertung der Unsicherheiten der identifizierten Parameter, die Einschätzungen zur Validität der Ergebnisse der Messungen und beschreibt die möglichen Grenzen des Verfahrens.

## 5.1 Parameteridentifikation

Die Parameterschätzung wurde als Maximum-Likelihood-Schätzer mittels eines gewichteten Least-Squares-Schätzers implementiert. Für den Maximum-Likelihood-Schätzer müssen die Unsicherheiten der Eingangsgrößen bekannt sein. Die Messunsicherheiten der Eingangsgrößen in Form der Messgrößen  $\check{\varphi}_E$ ,  $\Delta\varphi_{HB}$  und  $\check{\varphi}_M$  wurden dafür bestimmt (siehe Anhang A.11.1, A.11.2, A.11.3). Außerdem wurde die Kovarianzmatrix des Sinus-Fits, der zur Bestimmung von Frequenz, Amplitude und Phase aus den Zeitreihen genutzt wurde, für die Gewichtung herangezogen. Die Kovarianzmatrix enthält auf der Diagonalen die Varianzen der approximierten Parameter. Für jeden Frequenzpunkt und Parameter wurde ein auf Eins normiertes Gewicht berechnet, das umgekehrt proportional zur Varianz ist. Die Übertragungsfunktionen wurden aus den zugehörigen zwei Messkanälen berechnet. Für die Gewichtung wurde jeweils das kleinste, einem der Parameter der Messkanäle zugeordnete, Gewicht ausgewählt. Für Messpunkte mit großer Varianz ergibt sich so eine geringe Gewichtung, für Messpunkte mit kleiner Varianz eine entsprechend große. Eine typische Gewichtung der einzelnen Messpunkte ist in Abbildung 5.1 dargestellt.

Die Parameterschätzung selbst wurde mittels nichtlinearer Least-Squares-Algorithmen realisiert. Als Basis wurden die inversen komplexen Übertragungsfunktionen  $H_{\text{oben}}^{-1}(i\omega)$  und  $H_{\text{unten}}^{-1}(i\omega)$  gewählt. Beide Übertragungsfunktionen besitzen ähnliche numerische Größenordnungen, was eine unerwünschte Gewichtung der Bereiche mit großen Zahlen – und daher auch großen quadratischen Fehlern – vermeidet. Mit beiden Übertragungsfunktionen wurde in einem Vorgang ein Satz Parameter approximiert. Um die Parameter realwertig zu halten, wurden nicht die komplexen Übertragungsfunktionen, sondern jeweils der Real- und Imaginärteil approximiert.

Die kombinierte Parameteridentifikation wurde realisiert, indem die Modellfunktion  $G(i\omega, \theta_1, \theta_2)$  mit dem Parametervektor der Messeinrichtung  $\theta_1$ , den zu identifizierenden

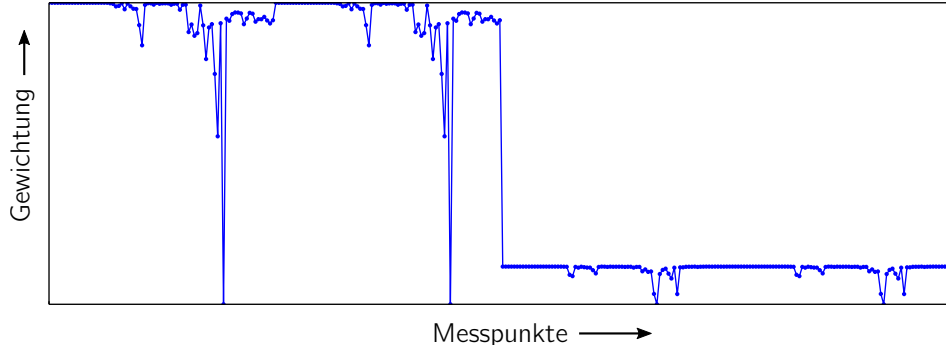


Abbildung 5.1: Die Gewichtung der Messpunkte für die in  $\mathbf{Y}(\mathbf{x}_\omega)$  zusammengefassten einzelnen Übertragungsfunktionen am Beispiel einer Messung des Aufnehmers HBM T5.

Parametern des Aufnehmers im Vektor  $\boldsymbol{\theta}_2$  und der Anregungsfrequenz  $i\omega_i$  gebildet wurde. Für eine bessere Übersichtlichkeit werden die Parametervektoren zu  $\boldsymbol{\theta}$  zusammengefasst. Die Matrix  $\mathbf{X}$  enthält die Anregungsfrequenzen  $\omega$  und Zuordnungsvektoren für die Übertragungsfunktionen.

$$\mathbf{X} = [\mathbf{x}_\omega \quad \mathbf{x}_1 \quad \mathbf{x}_2 \quad \mathbf{x}_3 \quad \mathbf{x}_4] \quad (5.1)$$

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \omega_{11} & \dots & \omega_{1n} & \omega_{21} & \dots & \omega_{2n} & \omega_{31} & \dots & \omega_{3n} & \omega_{41} & \dots & \omega_{4n} \end{bmatrix}^T \quad (5.2)$$

Damit gilt für die Modellfunktion

$$\begin{aligned} \mathbf{G}(\mathbf{X}, \boldsymbol{\theta}) = & \mathbf{x}_1 \cdot \operatorname{Re}(H_{\text{oben}}^{-1}(\mathbf{x}_\omega, \boldsymbol{\theta})) + \mathbf{x}_2 \cdot \operatorname{Im}(H_{\text{oben}}^{-1}(\mathbf{x}_\omega, \boldsymbol{\theta})) \\ & + \mathbf{x}_3 \cdot \operatorname{Re}(H_{\text{unten}}^{-1}(\mathbf{x}_\omega, \boldsymbol{\theta})) + \mathbf{x}_4 \cdot \operatorname{Im}(H_{\text{unten}}^{-1}(\mathbf{x}_\omega, \boldsymbol{\theta})) \quad . \end{aligned} \quad (5.3)$$

Die Messwertvektoren der Real- und Imaginärteile der gemessenen Übertragungsfunktionen  $H_{\text{M}}^{-1}(\mathbf{x}_\omega)$  werden im Messdatenvektor  $\mathbf{y}$  zusammengefasst.

$$\mathbf{y}(\mathbf{x}_\omega) = \begin{bmatrix} \operatorname{Re}(H_{\text{M,oben}}^{-1}(\mathbf{x}_\omega)) & \operatorname{Im}(H_{\text{M,oben}}^{-1}(\mathbf{x}_\omega)) \\ \operatorname{Re}(H_{\text{M,unten}}^{-1}(\mathbf{x}_\omega)) & \operatorname{Im}(H_{\text{M,unten}}^{-1}(\mathbf{x}_\omega)) \end{bmatrix}^T \quad (5.4)$$

Die zu minimierende Kostenfunktion  $\mathbf{K}(\mathbf{x}_\omega, \boldsymbol{\theta})$  ergibt sich aus der Differenz von der Modellfunktion  $\mathbf{G}$  und den Messwerten  $\mathbf{y}$ . Für die Kostenfunktion gilt damit mit dem Gewichtungsvektor  $\mathbf{w}$ , die für jede Übertragungsfunktion und Messfrequenz den entsprechenden Gewichtungsfaktor enthält,

$$\mathbf{K}(\mathbf{x}_\omega, \boldsymbol{\theta}) = (\mathbf{G}(\mathbf{X}, \boldsymbol{\theta}) - \mathbf{y}(\mathbf{x}_\omega)) \cdot \mathbf{w} \quad . \quad (5.5)$$

Für die Parameteridentifikation wird das Quadrat der Kostenfunktion minimiert.



## 5.1 Parameteridentifikation

In Abbildung 5.2 ist das Ergebnis einer Parameteridentifikation für den Aufnehmer HBM T5 in Betrag und Phase der Übertragungsfunktionen dargestellt, analog zu den Abbildungen 4.19, 4.20 und 4.21 mit den reinen Messergebnissen des Aufnehmers.

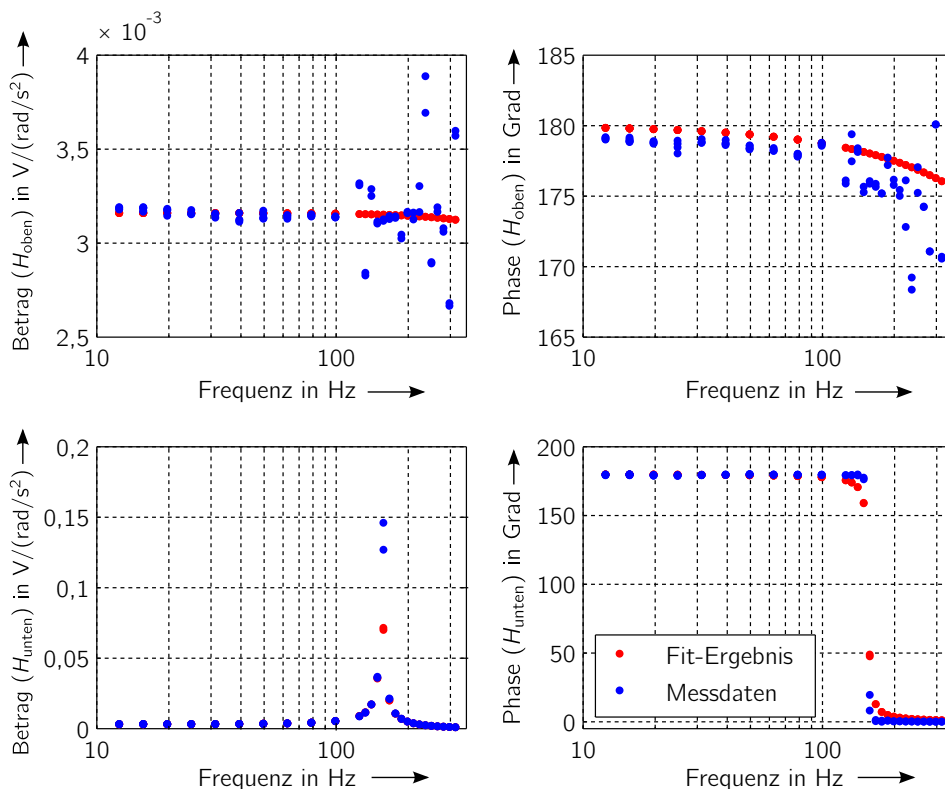


Abbildung 5.2: Messergebnis und Ergebnis der Regression der beiden Übertragungsfunktionen  $H_{\text{oben}}$  (oben) und  $H_{\text{unten}}$  (unten) in Betrag und Phase für den Aufnehmer HBM T5.

Es zeigt sich eine sehr gute Übereinstimmung zwischen den Übertragungsfunktionen aus dem gewichteten Fit der Parameteridentifikation und den Messdaten. Die gefitteten Daten sind als Real- und Imaginärteil der inversen Übertragungsfunktionen in Abbildung 5.3 dargestellt. Es ist festzustellen, dass der Realteil sehr gut von der Modellfunktion abgebildet wird, der Imaginärteil der gemessenen inversen Übertragungsfunktionen zeigt hingegen Abweichungen vom Modellansatz. Der Abfall der Amplituden ist bei oberer und unterer Übertragungsfunktion unterschiedlich groß. Diese Abweichungen haben zwar bei der Identifikation der Parameter des Aufnehmers HBM T5 keinen signifikanten Einfluss auf das Ergebnis, werden aber zukünftig untersucht werden um, Einflüsse bei anderen Aufnehmern ausschließen zu können.

Die Bestimmung der Unsicherheiten der identifizierten Modellparameter mittels Monte-Carlo-Simulation wird im folgenden Abschnitt beschrieben.

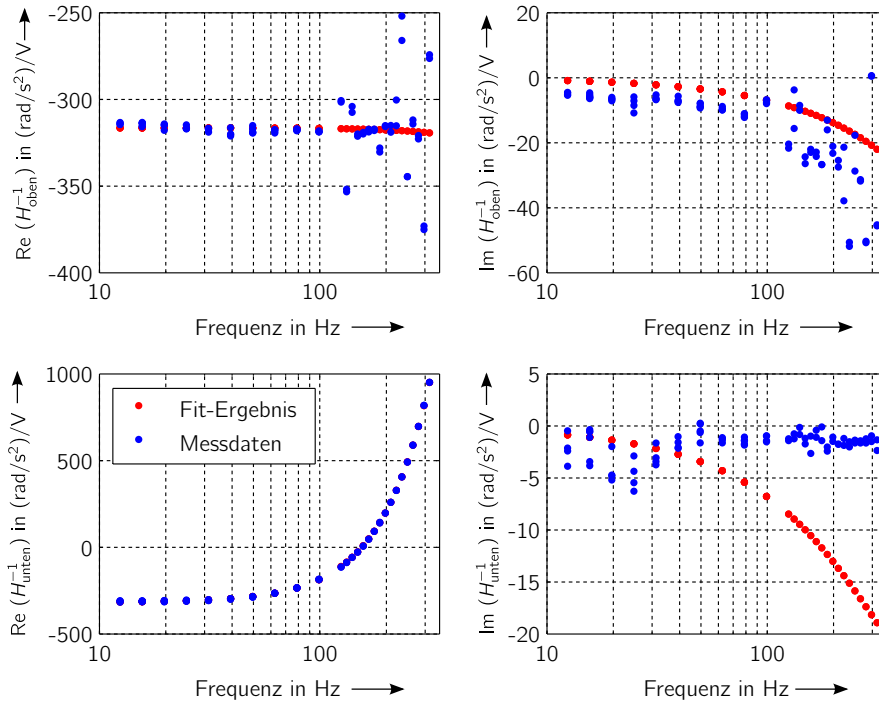


Abbildung 5.3: Messergebnis und Ergebnis der Regression der beiden inversen Übertragungsfunktionen  $H_{\text{oben}}^{-1}$  (oben) und  $H_{\text{unten}}^{-1}$  (unten) in Real- und Imaginärteil für den Aufnehmer HBM T5.

## 5.2 Unsicherheitsbetrachtung für die Modellparameteridentifikation

Die identifizierten Modellparameter sind ebenso wie die verschiedenen Eingangsgrößen für die Modellparameteridentifikation mit Unsicherheiten versehen. Die angewendeten Schätzer stellen keine Möglichkeit zur direkten Bestimmung der Unsicherheit zur Verfügung. Die Abschätzung der Modellparameter erfolgt nach dem GUM S1. Andere Methoden zur Abschätzung der Unsicherheiten der Ergebnisse, wie die Cramér-Rao-Schranke [Bos07], [SP91], sind ungeeignet. Da die Unsicherheitsbeiträge durch die bekannten Parameter der Messeinrichtung für den Schätzer nicht sichtbar sind (sie erscheinen nur als Variablen), können sie auch nicht berücksichtigt werden. Daher kommt für die Bestimmung der Unsicherheiten der identifizierten Parameter eine Monte-Carlo-Simulation zum Einsatz. Diese Abschätzung der Messunsicherheiten entspricht – anders als die alternativen Methoden zur Schätzung der Parameter – auch den Empfehlungen des GUM.

Für die Monte-Carlo-Simulation gehen alle Unsicherheitseinflüsse in die Parameteridentifikation ein. Dies umfasst die Messunsicherheiten der erfassten Messgrößen, aber auch die Unsicherheiten der Komponenten der Messeinrichtung. Die Einflussgrößen sind in Abbildung 5.4 dargestellt.

### 5.3 Validierung der Ergebnisse

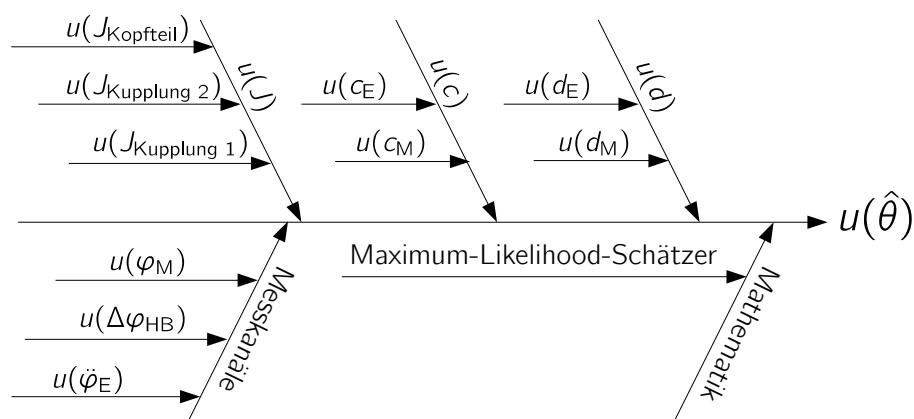


Abbildung 5.4: Ishikawa-Diagramm der Messunsicherheitseinflüsse für die Identifikation der Modellparameter des Drehmomentaufnehmers.

Für die Unsicherheitsbetrachtung wurden zwei Messungen mit dem Aufnehmer HBM T5 herangezogen. Der Frequenzbereich der Anregung betrug 12,4 Hz bis 315 Hz, und die Ergebnisse sind in Tabelle 5.1 dargestellt.

## 5.3 Validierung der Ergebnisse

Üblicherweise werden Ergebnisse neuer Verfahren im Rahmen von Vergleichsmessungen mit anderen Instituten auf ihre Plausibilität in Bezug auf die bestimmten Erwartungswerte und die Messunsicherheiten geprüft. Im Fall der dynamischen Drehmomentkalibrierung ist dies bisher nicht möglich. Forschung auf diesem Feld wird derzeit nur noch in einem gemeinsamen Projekt von der TU Ilmenau, dem brasilianischen NMI *Instituto Nacional de Metrologia* (Inmetro) und der Universität von Bahia betrieben [Oli+14b; Oli+14a; Oli+15], wobei letztgenanntes Projekt derzeit noch in einem frühen Stadium ist. Daher mussten andere Quellen für die Prüfung der Validität gefunden werden.

### 5.3.1 Datenblattangaben

Aus den Angaben des Herstellers im Datenblatt [Hot04] sind für den Drehmomentaufnehmer HBM T5 (10 N·m) folgende Angaben zu entnehmen:

**Massenträgheitsmoment**  $J_H + J_B = 41 \text{ kg}\cdot\text{mm}^2$

**Torsionssteifigkeit**  $c_T = 640 \text{ N}\cdot\text{m}/\text{rad}$

Die Verlässlichkeit solcher Angaben ist nicht nachvollziehbar. Weder sind die Quellen (experimentelle Bestimmung, CAD-Daten, andere Berechnungen) bekannt, noch werden Messunsicherheiten angegeben.

Tabelle 5.1: Ergebnisse der Modellparameteridentifikation des Aufnehmers HBM T5 (10 N·m) mit Unsicherheitsbeiträgen aus der Monte-Carlo-Simulation.

Messung 1		
$E(\theta)$	$s(\theta)$	$s_{\text{rel}}(\theta)$
$J_H = 4,42 \cdot 10^{-11} \text{ kg}\cdot\text{mm}^2$	$s(\theta) = 6,18 \cdot 10^{-11} \text{ kg}\cdot\text{mm}^2$	$s_{\text{rel}}(\theta) = 139,81 \%$
$c_T = 603,48 \text{ N}\cdot\text{m}/\text{rad}$	$s(\theta) = 8,08 \text{ N}\cdot\text{m}/\text{rad}$	$s_{\text{rel}}(\theta) = 1,34 \%$
$d_T = 3,48 \cdot 10^{-2} \text{ N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}/\text{rad}$	$s(\theta) = 8,57 \cdot 10^{-4} \text{ N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}/\text{rad}$	$s_{\text{rel}}(\theta) = 2,47 \%$
$J_B = 446 \text{ kg}\cdot\text{mm}^2$	$s(\theta) = 1,25 \cdot 10^2 \text{ kg}\cdot\text{mm}^2$	$s_{\text{rel}}(\theta) = 28,08 \%$
$\rho = 3,06 \cdot 10^3 \text{ V}/\text{rad}$	$s(\theta) = 10,95 \text{ V}/\text{rad}$	$s_{\text{rel}}(\theta) = 0,36 \%$
Messung 2		
$E(\theta)$	$s(\theta)$	$s_{\text{rel}}(\theta)$
$J_H = 7,73 \cdot 10^{-11} \text{ kg}\cdot\text{mm}^2$	$s(\theta) = 1,13 \cdot 10^{-9} \text{ kg}\cdot\text{mm}^2$	$s_{\text{rel}}(\theta) = 1464 \%$
$c_T = 606,60 \text{ N}\cdot\text{m}/\text{rad}$	$s(\theta) = 11,98 \text{ N}\cdot\text{m}/\text{rad}$	$s_{\text{rel}}(\theta) = 1,98 \%$
$d_T = 1,09 \cdot 10^{-2} \text{ N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}/\text{rad}$	$s(\theta) = 6,4 \cdot 10^{-3} \text{ N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}/\text{rad}$	$s_{\text{rel}}(\theta) = 58,68 \%$
$J_B = 272 \text{ kg}\cdot\text{mm}^2$	$s(\theta) = 2,44 \cdot 10^2 \text{ kg}\cdot\text{mm}^2$	$s_{\text{rel}}(\theta) = 52,76 \%$
$\rho = 6,2 \cdot 10^3 \text{ V}/\text{rad}$	$s(\theta) = 32,29 \text{ V}/\text{rad}$	$s_{\text{rel}}(\theta) = 0,52 \%$

### 5.3.2 Ergebnisse aus Messungen

Für die Validierung wurden daher Messungen der Torsionssteifigkeit und des Massenträgheitsmoments des untersuchten Aufnehmers HBM T5 vorgenommen. Die Dämpfungseigenschaften ließen sich nicht unabhängig validieren.

Die Messung war im Fall des Massenträgheitsmoments mit großen Herausforderungen behaftet. Die im Aufnehmer eingebauten Schleifringe haben einen großen Reibwiderstand, so dass Pendelmessungen nicht möglich waren. Auch nach Demontage der Schleifkontakte war die Reibung in den Kugellagern so hoch, dass das Torsionspendel sofort zum Stillstand kam. Freundlicherweise wurde von der Fa. HBM kurzfristig eine mit DMS applizierte aber nicht eingebaute Messwelle zur Verfügung gestellt (in Abbildung 5.5 dargestellt), mit der die Messungen dann durchgeführt werden konnten. Die Messwelle weist, abweichend von der Situation im Aufnehmer, keine Kugellager auf.

Die Messungen ergaben folgende Parameter:

**Massenträgheitsmoment**  $J_H + J_B = 38,60 \text{ kg}\cdot\text{mm}^2$  ( $U_{\text{rel}}(k = 2) = 9,0 \%$ )

**Torsionssteifigkeit**  $c_T = 638,29 \text{ N}\cdot\text{m}/\text{rad}$  ( $U_{\text{rel}}(k = 2) = 0,1 \%$ )

Die Ergebnisse zeigen eine hervorragende Übereinstimmung mit den Angaben des Herstellers. Die bei der Messung fehlenden Lagerschalen des Kugellagers auf der Welle würden im montierten Zustand der Messwelle das Massenträgheitsmoment noch leicht erhöhen.



Abbildung 5.5: Geöffneter HBM T5 Aufnehmer mit Schleifkontakten (links) und Messwelle (rechts).

#### 5.3.3 Validierung der Massenträgheitsbestimmung durch Ankopplung von Zusatzmasskörpern

Die Aufnehmerkonstruktion des Aufnehmers HBM T5 führt zu nur geringen Massenträgheitsmomenten. Da diese nur einen sehr kleinen Einfluss auf das dynamische Verhalten des Strangs haben, sind sie entsprechend schwierig zu identifizieren. Die bei der Identifikation ermittelten Unsicherheiten sind weit größer als der ermittelte Wert für das Kopfmassenträgheitsmoment. Um in der Lage zu sein, die Validität der Ergebnisse abschätzen zu können, wurde daher der Aufnehmer modifiziert, so dass er ein höheres Kopfmassenträgheitsmoment aufweist. Dies erfolgt, indem ein Zusatzmasskörper angekoppelt wird, dessen Eigenschaften durch unabhängige Messungen vorher ermittelt wurde. Die Ankopplung wurde konstruktiv so gewählt, dass sie möglichst torsionssteif erfolgt. Leichte Veränderungen der anderen Modellparameter *Torsionssteifigkeit* und *Dämpfung* sind aber möglich. Zwei unterschiedliche Zusatzmasskörper wurden eingesetzt, deren Massenträgheitsmoment sich um einen Faktor von ca. drei unterscheidet:

##### 5.3.3.1 Massekörper 1 – $J \approx 900 \text{ kg}\cdot\text{mm}^2$

Der Massekörper besteht aus zwei Hälften einer Stahllamellenkupplung, bei der das Federpaket entfernt wurde und durch eine möglichst torsionssteife Verschraubung ersetzt wurde. Die Enden des Massekörpers sind mit ER-32-Spannzangen versehen, in die auf einer Seite ein Stahlzylinder eingespannt ist, um der Wellenkupplung an der Messeinrichtung ein Wellenende bereitzustellen. Für die Messung wurde der Körper mit dem oberen Ende des Aufnehmers verbunden, wie in Abbildung 5.6 dargestellt.

Das stark erhöhte Massenträgheitsmoment des Aufnehmers bei gleichbleibender Torsionssteifigkeit senkt die Resonanzfrequenz des Wellenstranges der Messeinrichtung erheblich, wie in Abbildung 5.7 dargestellt. Anstatt bis über 300 Hz kann so nur bis ca. 180 Hz gemessen werden, was die Parameteridentifikation erschwert und die Unsicherheiten der Parameter stark erhöht.

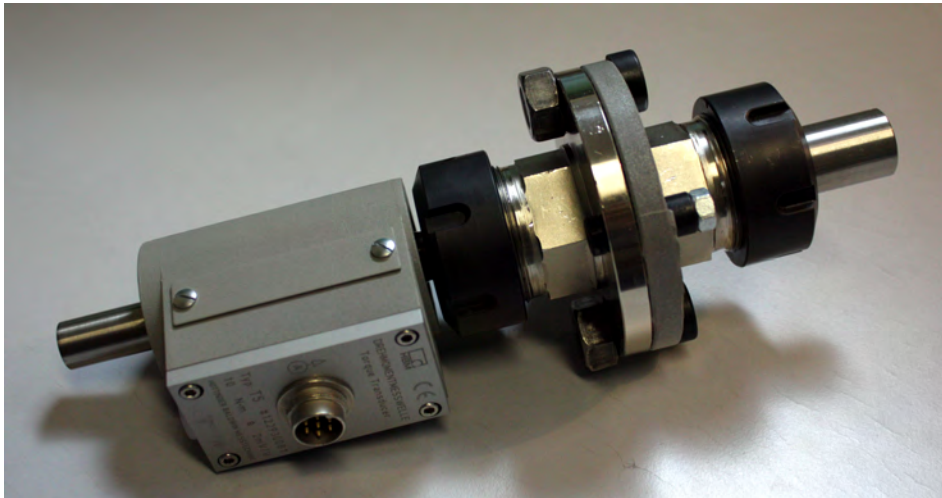


Abbildung 5.6: Drehmomentaufnehmer HBM T5 mit angekoppeltem Massekörper 1.

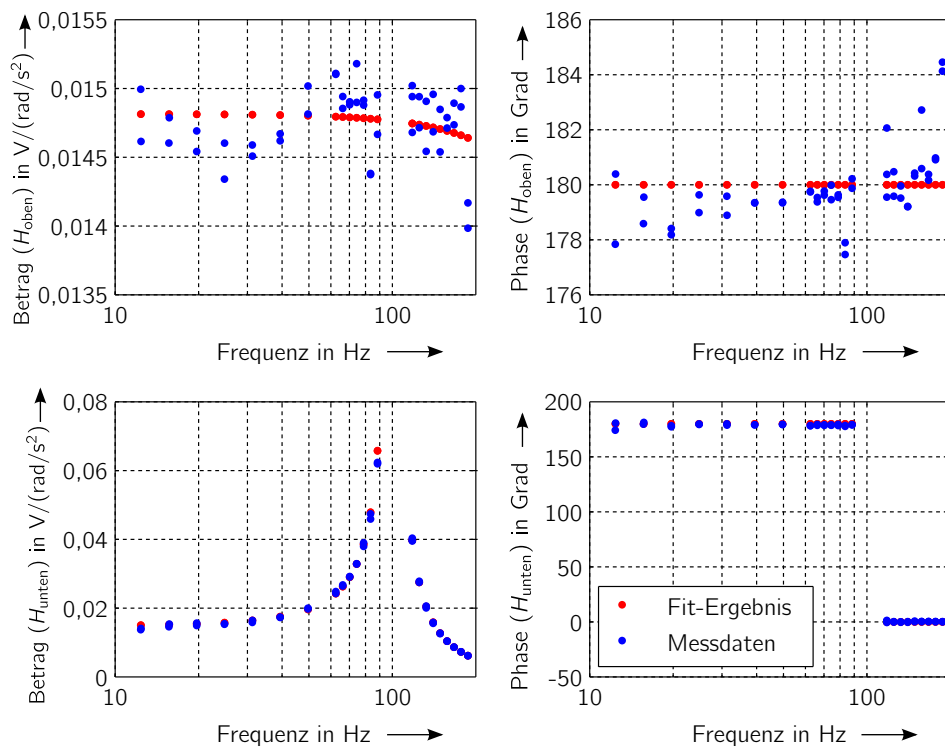


Abbildung 5.7: Messergebnis und Ergebnis der Regression der beiden Übertragungsfunktionen  $H_{oben}$  (oben) und  $H_{unten}$  (unten) in Betrag und Phase für den Aufnehmer HBM T5 mit angekoppeltem Massekörper 1.

### 5.3 Validierung der Ergebnisse

Das Massenträgheitsmoment des Massekörpers wurde mittels des Torsionspendel-Aufbaus bestimmt. Es beträgt  $J = 878,86 \text{ kg}\cdot\text{mm}^2$ , die erweiterte Messunsicherheit beträgt  $U(k = 2) = 4,43 \text{ kg}\cdot\text{mm}^2$ , respektive  $U_{\text{rel}}(k = 2) = 5 \cdot 10^{-4}$ . Für die Messung konnten auf Grund der beschränkten Zeit keine Wiederholungsmessungen durchgeführt werden, so dass diese Einflüsse nicht in die Messunsicherheitsbetrachtung mit eingeflossen sind.

Die Ergebnisse aus Messung und anschließender Monte-Carlo-Simulation sind in Tabelle 5.2 dargestellt.

Tabelle 5.2: Ergebnisse der Modellparameteridentifikation des Aufnehmers HBM T5 (10 N·m) mit angekoppeltem Massekörper 1 mit Unsicherheitsbeiträgen aus der Monte-Carlo-Simulation.

$E(\theta)$	$s(\theta)$	$s_{\text{rel}}(\theta)$
$J_H = 945,23 \text{ kg}\cdot\text{mm}^2$	$s(\theta) = 213,14 \text{ kg}\cdot\text{mm}^2$	$s_{\text{rel}}(\theta) = 22,5 \%$
$c_T = 637,00 \text{ N}\cdot\text{m}/\text{rad}$	$s(\theta) = 87,69 \text{ N}\cdot\text{m}/\text{rad}$	$s_{\text{rel}}(\theta) = 13,77 \%$
$d_T = 2,25 \cdot 10^{-14} \text{ N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}/\text{rad}$	$s(\theta) = 6,33 \cdot 10^{-16} \text{ N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}/\text{rad}$	$s_{\text{rel}}(\theta) = 2,81 \%$
$J_B = 874,32 \text{ kg}\cdot\text{mm}^2$	$s(\theta) = 381,68 \text{ kg}\cdot\text{mm}^2$	$s_{\text{rel}}(\theta) = 43,65 \%$
$\rho = 6,00 \cdot 10^3 \text{ V}/\text{rad}$	$s(\theta) = 26,15 \text{ V}/\text{rad}$	$s_{\text{rel}}(\theta) = 0,44 \%$

#### 5.3.3.2 Massekörper 2 – $J \approx 300 \text{ kg}\cdot\text{mm}^2$

Das zweite Massenträgheitsmoment ist ein ringförmiger Körper aus Aluminium (siehe Abbildung 5.8), der auf die untere Spannmutter der Kupplung oberhalb des Aufnehmers gespannt werden kann. Dafür ist der Ring geschlitzt und mit einer Schraube versehen worden. Auch in diesem Fall kann eine Starrkörperkopplung zum Aufnehmer angenommen werden, wie auch im Modell für die untere Spannzange der Kupplung angewendet wird. Durch die Konstruktion aus Aluminium und die geringere Masse weist der Ring ein kleineres Massenträgheitsmoment als der Massekörper 1 auf. Die Resonanzfrequenz des Wellenstrangs wird dadurch nicht so stark herabgesetzt.

Das Massenträgheitsmoment des Massekörpers beträgt  $J = 295,64 \text{ kg}\cdot\text{mm}^2$  mit  $U(k = 2) = 3,24 \text{ kg}\cdot\text{mm}^2$ , respektive  $U_{\text{rel}}(k = 2) = 1,1 \cdot 10^{-3}$ . Wie bei dem anderen Massekörper konnten auch hier keine Wiederholungsmessungen durchgeführt werden und diese Einflüsse daher auch nicht in die Messunsicherheitsbetrachtung einbezogen werden.

Das Ergebnis der Modellparameteridentifikation mit den beigeordneten Standardunsicherheiten aus der Modellparameteridentifikation sind in Abbildung 5.9 und in Tabelle 5.3 aufgeführt.



Abbildung 5.8: Ringförmiger Massekörper mit ER-32-Spannmutter.

Tabelle 5.3: Ergebnisse der Modellparameteridentifikation des Aufnehmers HBM T5 (10 N·m) mit angekoppeltem Massekörper 2 mit Unsicherheitsbeiträgen aus der Monte-Carlo-Simulation.

$E(\theta)$	$s(\theta)$	$s_{\text{rel}}(\theta)$
$J_H = 311,46 \text{ kg}\cdot\text{mm}^2$	$s(\theta) = 49,61 \text{ kg}\cdot\text{mm}^2$	$s_{\text{rel}}(\theta) = 15,93 \%$
$c_T = 634,52 \text{ N}\cdot\text{m}/\text{rad}$	$s(\theta) = 33,31 \text{ N}\cdot\text{m}/\text{rad}$	$s_{\text{rel}}(\theta) = 5,25 \%$
$d_T = 8,7 \cdot 10^{-3} \text{ N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}/\text{rad}$	$s(\theta) = 5,25 \cdot 10^{-4} \text{ N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}/\text{rad}$	$s_{\text{rel}}(\theta) = 6,02 \%$
$J_B = 238,55 \text{ kg}\cdot\text{mm}^2$	$s(\theta) = 125,39 \text{ kg}\cdot\text{mm}^2$	$s_{\text{rel}}(\theta) = 52,56 \%$
$\rho = 3,10 \cdot 10^3 \text{ V}/\text{rad}$	$s(\theta) = 20,76 \text{ V}/\text{rad}$	$s_{\text{rel}}(\theta) = 0,67 \%$

### 5.3.4 Interpretation der Ergebnisse

Beim Vergleich der Ergebnisse der Modellparameteridentifikation (vgl. Tabelle 5.1) und den zusätzlichen Messergebnissen der direkten Messung fällt die gute Übereinstimmung der Werte für die Torsionssteifigkeit auf.

Die Dämpfungswerte lassen sich nicht validieren, da keine unabhängigen Daten verfügbar sind. Typischerweise ist die Dämpfung bei DMS-basierten Drehmomentenaufnehmern aber nur schwach ausgeprägt, was durch die Ergebnisse der Modellparameteridentifikation bestätigt wird. Der Einfluss durch die Dämpfung auf das dynamische Verhalten ist in der Regel nur sehr gering.

Die Ergebnisse für die Werte des Massenträgheitsmoments scheinen nicht so vielversprechend zu sein. Eine grobe rechnerische Abschätzung anhand der Geometrie der Messwelle und unter Annahme einer Dichte des eingesetzten Materials Stahl von  $\rho \approx 7,8 \text{ g}/\text{cm}^3$  ergab  $J_H \sim 6 \text{ kg}\cdot\text{mm}^2$ . Das Kopfmassenträgheitsmoment des Kopfteils des Aufnehmers ist also sehr klein und liegt in der Größenordnung der Messunsicherheit des Torsionspendels zur Bestimmung des Massenträgheitsmoments. Es liegt weit unterhalb des Massenträgheitsmoments der anderen Komponenten im Strang. Dadurch hat es auch



### 5.3 Validierung der Ergebnisse

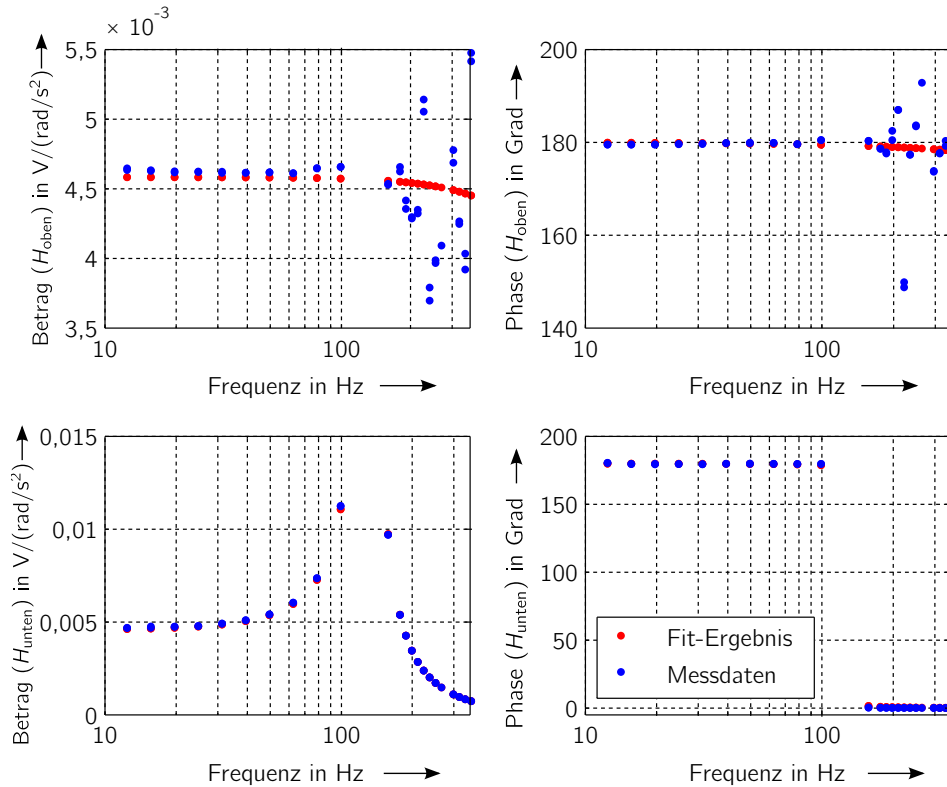


Abbildung 5.9: Messergebnis und Ergebnis der Regression der beiden Übertragungsfunktionen  $H_{\text{oben}}$  (oben) und  $H_{\text{unten}}$  (unten) in Betrag und Phase für den Aufnehmer HBM T5 mit angekoppeltem Massekörper 2.

kaum Einfluss auf das dynamische Verhalten und lässt sich daher schlecht bestimmen.

Die zusätzlichen Messungen mit den angekoppelten Zusatzkörpern zeigen aber, dass bei größeren Massenträgheitsmomenten eine korrekte Bestimmung erfolgt. Die Übereinstimmung der Werte für die Torsionssteifigkeit lag bei diesen Messungen noch viel näher an den Ergebnissen aus dem Torsionspendelversuch. Durch den geringen anregbaren Frequenzbereich und die größeren Streuungen bei den einzelnen Frequenzpunkten sind aber die Stichprobenstandardabweichungen aus den Monte-Carlo-Simulationen höher.

Im Gegensatz dazu wurde das Massenträgheitsmoment des Fußteils als weit größer identifiziert, als anhand der Aufnehmerdaten anzunehmen ist. Dies ist wohl auf die Einflüsse durch die Schleifringe zurückzuführen. Die Reibung an den Schleifkontakten erfordert einen erhöhten Energieeintrag in das System, wie es auch ein höheres Massenträgheitsmoment erfordern würde. Die Streuungen bei den einzelnen Experimenten lässt außerdem vermuten, dass die Reibung nicht in jedem Fall gleich stark ausgeprägt ist.

Die Bestimmung des Proportionalitätsfaktors  $\rho$  erfolgt mit sehr geringen Standardabweichungen. Die unterschiedlichen Werte für  $\rho$  (einmal ca.  $3 \cdot 10^3$  V/rad, einmal ca.  $6 \cdot 10^3$  V/rad) ergeben sich durch unterschiedliche Einstellungen des Verstärkungsfaktors am Brückenverstärker und sind keine Fehlbestimmung.

Nicht in die Untersuchung einbezogen werden konnten Typ-A-Messunsicherheiten aus statistischen Analysen bei Wiederholungsmessungen. Die Durchführung der dynamischen Drehmomentmessungen ist noch durch ein manuelles Vorgehen so langwierig, dass Wiederholungsmessungen den zeitlichen Umfang für diese Arbeit gesprengt hätten.

## 5.4 Grenzen des Verfahrens

Die Bestimmung der dynamischen Eigenschaften von Drehmomentaufnehmern kann durch verschiedene begrenzende Faktoren erschwert oder unmöglich gemacht werden, wobei sich mechanische und elektrische Einflussgrößen unterscheiden lassen.

### 5.4.1 Mechanische Eigenschaften

Abhängig von der konstruktiven Gestaltung der Messeinrichtung können verschiedene mechanische Eigenschaften von Drehmomentaufnehmern eine Identifikation der Modellparameter erschweren.

#### 5.4.1.1 Steifigkeit des Aufnehmers

Ist die Torsionssteifigkeit des Aufnehmers ähnlich hoch oder höher als die der Komponenten der Messeinrichtung, wird eine Bestimmung der Parameter des Aufnehmers sehr schwierig. Zum einen erfordern steife Aufnehmerkonstruktionen, sofern sie kein ebenfalls sehr hohes Massenträgheitsmoment besitzen, durch die sich ergebenden hohen Resonanzfrequenzen entsprechend hohe Anregungsfrequenzen. Zum anderen ist die im Modell angenommene Starrkörperkopplung aller Komponenten der Messeinrichtung – außer den Kupplungen – eine idealisierte Modellannahme, die nur bei Aufnehmern gut funktioniert, deren Torsionssteifigkeit weit unter der der restlichen Komponenten im Wellenstrang liegt. Bei hohen Steifigkeiten trifft die Modellannahme einer Starrkörperkopplung der anderen Komponenten im Vergleich zum Aufnehmer aber nicht mehr zu, und fehlerhafte Identifikationsergebnisse sind die Folge.

#### 5.4.1.2 Adaptereinflüsse

Sind zusätzliche Adapter für die Montage eines Aufnehmers in die Messeinrichtung nötig, können diese das dynamische Verhalten des Aufnehmers beeinflussen. Die mechanischen Eigenschaften der Adapter müssen daher gut bekannt sein. Die Messeinrichtung, die für

## 5.4 Grenzen des Verfahrens

diese Arbeit genutzt wurde, ist für die Anwendung von Wellendrehmomentaufnehmern entworfen (vgl. Abschnitt 2.2.1.6). Flanschnehmer können nur über Adapter angeschlossen werden. Diese Adapter haben zum einen große Massenträgheitsmomente, die bei der Modellparameteridentifikation mitbestimmt werden, sie reduzieren aber auch die Gesamttorsionssteifigkeit. Diese Abweichung kann erheblich sein. Für den Drehmomentaufnehmer HBM T10F mit einem Nenndrehmoment von  $50\text{ N}\cdot\text{m}$  reduziert sich die Torsionssteifigkeit von  $160\text{ kN}\cdot\text{m}/\text{rad}$  (Datenblattangabe [Hot09]) auf  $26,2\text{ kN}\cdot\text{m}/\text{rad}$  (vgl. Abschnitt 4.2.1). Eine Identifikation der Aufnehmereigenschaften ist damit nicht sinnvoll möglich, auch ist die Modellannahme einer Messfeder mit einer Starrkörperkopplung aller anderen Komponenten nicht mehr zutreffend.

### 5.4.2 Elektrische Eigenschaften

Für die Bestimmung der dynamischen Eigenschaften der Drehmomentaufnehmer müssen die mechanischen und die elektrischen Eigenschaften unabhängig voneinander bestimmt werden. Dies stellt sich bei allen Aufnehmern, die über integrierte Elektronik verfügen, als schwierig dar. Bei solchen Aufnehmern ist nicht vorgesehen, den Aufnehmer zu öffnen und die Elektronik zu kalibrieren. In Abschnitt A.10 ist beschrieben, wie dennoch eine solche Kalibrierung vorgenommen wurde. Die Kalibrierergebnisse zeigen, dass die Einflüsse der integrierten Elektronik nicht vernachlässigbar sind und die Abweichungen in Betrag und in Phase deutlich über denen der stationären Brückenverstärker liegen.

Diese massiven Einflüsse durch die integrierte Elektronik machen bei den untersuchten Aufnehmern eine Parameteridentifikation ohne Kalibrierung der Signalkonditionierungs- und Übertragungselektronik unmöglich.

Derzeit existiert keine befriedigende Lösung für dieses Problem.

## 6 Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Arbeit wird erstmals ein Verfahren zur Kalibrierung von Drehmomentaufnehmern mit dynamischer Anregung und Rückführung der Messgröße Drehmoment auf andere physikalische Größen (primäre Rückführung) realisiert. Die Beschreibung des dynamischen Aufnahmeverhaltens erfolgt ähnlich wie bei den Messgrößen Beschleunigung und Kraft. Anders als bei den vorgenannten Größen ist in dieser Arbeit ein Modell realisiert worden, das die Ankopplungssteifigkeiten auf beiden Seiten des Aufnehmers einbezieht.

Die dynamischen Eigenschaften von Drehmomentaufnehmern werden sowohl für die elektrischen Einflüsse der Signalkonditionierungs- und Übertragungselektronik, wie auch für die mechanischen Einflüsse bestimmt. Für beide Einflüsse wurde eine vollständige Abschätzung der Messunsicherheiten vorgenommen. Die mechanischen Eigenschaften des Aufnehmers werden hierbei durch ein lineares und zeitinvariantes Modell des Aufnehmers beschrieben, das aus zwei über eine Feder-Dämpfer-Kombination gekoppelten Massenträgheitsmomenten besteht. Die das Verhalten des Aufnehmers charakterisierenden Eigenschaften, die Modellparameter, werden aus Messdaten mit Hilfe einer Modellparameteridentifikation bestimmt.

Die Korrektheit der identifizierten Modellparameter des untersuchten Aufnehmers wurde durch umfangreiche, unabhängige Messungen validiert. Für die Prüfung der korrekten Bestimmung des Massenträgheitsmoments wurde der Aufnehmer mit zusätzlichen, bekannten Massekörper modifiziert.

Um eine Modellparameteridentifikation möglich zu machen, mussten auch die Eigenschaften der Messeinrichtung bestimmt werden. Diese Eigenschaften reichen vom Übertragungsverhalten des im Rotationserregers integrierten Winkelbeschleunigungsaufnehmers – die durch eine Kalibrierung bestimmt wurde – über die Kalibrierung der Datenerfassungskarten bis hin zu eigenständigen Messaufbauten für die Bestimmung der mechanischen Eigenschaften der Messeinrichtung. Diese Aufbauten für die Bestimmung von Torsionssteifigkeit, Massenträgheitsmoment und Dämpfung ermöglichen die unabhängige Bestimmung der Eigenschaften der Messeinrichtung – wurden aber auch zur vorgenannten Validierung der Kalibrierergebnisse für den Drehmomentaufnehmer eingesetzt.

Die experimentellen Untersuchungen an ausgewählten Drehmomentaufnehmern unterschiedlicher Bauart zeigen erstmals, aufgeteilt in elektrische und mechanische Einflüsse, dass die bisherige Praxis der Nichtbeachtung dynamischer Einflüsse gerade in Bezug auf die irreführend geringen Messunsicherheiten statischer Kalibrierungen unzureichend und

fehlerträchtig ist. Dies umfasst sowohl die Signalkonditionierungs- und Übertragungselektronik, als auch die mechanischen Einflüsse.

Die Untersuchung der dynamischen Eigenschaften der Signalkonditionierungs- und Übertragungselektronik zeigte signifikante Unterschiede in der Übertragungsfunktion der verschiedenen stationären Brückenverstärker. Die unbefriedigenden Ergebnisse waren in einem Fall der Anstoß für den Hersteller des Brückenverstärkers, das Produkt zu optimieren und damit den Betrag des Frequenzgangs zu verbessern.

Die erstmals durchgeführten dynamischen Kalibrierungen der in Aufnehmern integrierten Elektronik zeigten starke Abweichungen in Betrag und Phase der Übertragungsfunktion. Diese sind so stark ausgeprägt, dass sie schon bei Frequenzanteilen in der Größenordnung von 100 Hz die statischen Kalibrierunsicherheiten für den gesamten Aufnehmer übersteigen können. Das wiegt umso schwerer, da die Übertragungsfunktionen solcher Aufnehmer nicht bekannt sind und ohne Beschädigung der Aufnehmer auch nicht bestimmt werden kann.

Die Erfahrungen mit der im Rahmen dieser Arbeit optimierten Messeinrichtung werden für eine zukünftige, leistungsfähigere Einrichtung einfließen. Die modellbasierte Beschreibung der Ergebnisse aus der geplanten Einrichtung soll den in dieser Arbeit beschriebenen Ergebnissen angelehnt werden. Bei der teilweise bereits durchgeführten Konstruktion und Auslegung der zukünftigen Messeinrichtung wurden Verbesserungspotentiale im Vergleich zur jetzt vorhandenen Messeinrichtung gesucht.

Basierend auf den beschriebenen Messverfahren für die Bestimmung der Eigenschaften der Messeinrichtung werden ähnliche Untersuchungen auch mit der zukünftigen, größeren Messeinrichtung durchgeführt werden.

Auch die elektrische Rückführung von Signalkonditionierungs- und Übertragungselektronik ist Ziel weiterer Forschungsaktivitäten. Das dynamische Brückennormal, das in der vorliegenden Arbeit noch als Prototyp genutzt wurde, wird zukünftig an PXI-Datenerfassungssysteme adaptiert und für weitere Untersuchungen zur Verfügung stehen. Die aufgezeigte Problematik, wie am besten Aufnehmer mit integrierter Elektronik hinsichtlich ihres dynamischen Verhaltens der elektrischen Messkette charakterisiert werden können, wird dabei eine wichtige Rolle spielen.

Die hier behandelten Schätzverfahren sollen zukünftig durch die Entwicklung eines Bayes-Schätzers ergänzt werden, der auch für Anwendungsfälle mit ähnlichen Modellen wie bei den Messgrößen *Beschleunigung* und *Kraft*, eingesetzt werden kann. Die inhärente Eigenschaft dieses Schätzers, alle Größen als Zufallsgrößen anzunehmen, bildet die Realität bei Messungen weit besser ab, als die bisher genutzten frequentistischen Verfahren. Eine sonst erforderliche Abschätzung der Unsicherheiten der bestimmten Parametern ist dann nicht mehr erforderlich, da die Unsicherheiten gleich Teil des Ergebnisses der Parameteridentifikation sind.

# A Anhang

## A.1 Herleitung der Übertragungsfunktionen

Die Betrachtung erfolgt im Frequenzraum unter der Annahme harmonischer Schwingungen. Aus den Bewegungsgleichungen (vgl. Gleichung 3.31) folgt

$$-\omega^2 \cdot \varphi_M \cdot J_{M2} - d_M \cdot (i\omega \cdot \varphi_H - i\omega \cdot \varphi_M) - c_M \cdot (\varphi_H - \varphi_M) = 0 \quad (\text{A.1})$$

$$\begin{aligned} -\omega^2 \cdot \varphi_H \cdot J_{M1H} - d_T \cdot (i\omega \cdot \varphi_B - i\omega \cdot \varphi_H) - c_T \cdot (\varphi_B - \varphi_H) \\ + d_M \cdot (i\omega \cdot \varphi_H - i\omega \cdot \varphi_M) + c_M \cdot (\varphi_H - \varphi_M) = 0 \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

$$\begin{aligned} -\omega^2 \cdot \varphi_B \cdot J_{BE2} - d_E \cdot (i\omega \cdot \varphi_E - i\omega \cdot \varphi_B) - c_E \cdot (\varphi_E - \varphi_B) \\ + d_T \cdot (i\omega \cdot \varphi_B - i\omega \cdot \varphi_H) + c_T \cdot (\varphi_B - \varphi_H) = 0 \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

$$\omega^2 \cdot \varphi_E \cdot J_{E1} + d_E \cdot (i\omega \cdot \varphi_E - i\omega \cdot \varphi_B) + c_E \cdot (\varphi_E - \varphi_B) = M \quad (\text{A.4})$$

### A.1.1 Fußpunktbeschleunigung $\ddot{\varphi}_E$

Die Fußpunktbeschleunigung wird aus Gleichung A.3 gewonnen, da hier das Fußpunkt-massenträgheitsmoment  $J_{E1}$  und das Eingangsdrehmoment  $M$  nicht mit einbezogen werden müssen.

$$\varphi_E = - \frac{(i\omega d_T + c_T) \varphi_H + (\omega^2 J_{BE2} - i\omega d_T - i\omega d_E - c_T - c_E) \varphi_B}{i\omega d_E + c_E} \quad (\text{A.5})$$

Daraus folgt mit der Auftrennung von  $J_{BE2}$  in  $J_{E2}$  und  $J_B$

$$\varphi_E = - \frac{(i\omega d_T + c_T) \varphi_H}{i\omega d_E + c_E} - \frac{(\omega^2 J_{E2} - i\omega d_E - c_E) \varphi_B}{i\omega d_E + c_E} - \frac{(\omega^2 J_B - i\omega d_T - c_T) \varphi_B}{i\omega d_E + c_E}, \quad (\text{A.6})$$

zusätzlich fassen wir zu  $K_b$  zusammen:

$$K_b = \frac{-\omega^2 J_{E2} + i\omega d_E + c_E}{i\omega d_E + c_E}. \quad (\text{A.7})$$

Damit schreibt sich Gleichung A.6 zu

$$\begin{aligned} \varphi_E &= - \frac{(i\omega d_T + c_T) \varphi_H}{i\omega d_E + c_E} - K_b \varphi_B - \frac{(\omega^2 J_B - i\omega d_T - c_T) \varphi_B}{i\omega d_E + c_E} \\ &= - \frac{\omega^2 J_B \varphi_B}{i\omega d_E + c_E} - K_b \varphi_B - \frac{(-i\omega d_T - c_T) (\varphi_H - \varphi_B)}{i\omega d_E + c_E}. \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

Die gesuchte Größe der Winkelbeschleunigung  $\ddot{\varphi}_E$  wird dann aus den Winkelwerten  $\varphi_E$  mittels einer Multiplikation mit  $-\omega^2$  (vgl. Gleichung 3.38) gewonnen.

### A.1.2 Ausgangssignal Aufnehmer $\Delta\varphi_{\text{HB}}$

Gleichung A.1 umgestellt ergibt

$$-\omega^2 \varphi_{\text{M}} \cdot J_{\text{M2}} + d_{\text{M}} \cdot i\omega \varphi_{\text{M}} + c_{\text{M}} \varphi_{\text{M}} = d_{\text{M}} \cdot i\omega \varphi_{\text{H}} + c_{\text{M}} \varphi_{\text{H}} \quad , \quad (\text{A.9})$$

damit folgt für  $\varphi_{\text{H}}$  der Ausdruck

$$\varphi_{\text{H}} = \frac{(-\omega^2 J_{\text{M2}} + i\omega d_{\text{M}} + c_{\text{M}}) \varphi_{\text{M}}}{i\omega d_{\text{M}} + c_{\text{M}}} \quad . \quad (\text{A.10})$$

Aus den Gleichungen A.1 und A.2 folgt

$$\varphi_{\text{B}} = -\frac{\omega^2 J_{\text{M2}} \varphi_{\text{M}} + (\omega^2 J_{\text{M1H}} - i\omega d_{\text{T}} - c_{\text{T}}) \varphi_{\text{H}}}{i\omega d_{\text{T}} + c_{\text{T}}} \quad , \quad (\text{A.11})$$

damit folgt für  $\Delta\varphi_{\text{HB}}$  die Gleichung

$$\begin{aligned} \Delta\varphi_{\text{HB}} &= \varphi_{\text{H}} - \varphi_{\text{B}} \\ &= \varphi_{\text{H}} + \frac{\omega^2 J_{\text{M2}} \varphi_{\text{M}} + (\omega^2 J_{\text{M1H}} - i\omega d_{\text{T}} - c_{\text{T}}) \varphi_{\text{H}}}{i\omega d_{\text{T}} + c_{\text{T}}} \\ &= \frac{\omega^2 J_{\text{M2}} \varphi_{\text{M}}}{i\omega d_{\text{T}} + c_{\text{T}}} + \left( \frac{\omega^2 J_{\text{M1H}}}{i\omega d_{\text{T}} + c_{\text{T}}} \right) \varphi_{\text{H}} \\ &= \frac{\omega^2 J_{\text{M2}} \varphi_{\text{M}}}{i\omega d_{\text{T}} + c_{\text{T}}} + \left( \frac{\omega^2 J_{\text{M1H}}}{i\omega d_{\text{T}} + c_{\text{T}}} \right) \left( \frac{(-\omega^2 J_{\text{M2}} + i\omega d_{\text{M}} + c_{\text{M}})}{i\omega d_{\text{M}} + c_{\text{M}}} \varphi_{\text{M}} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

Mit der Abkürzung

$$K_{\text{t}} = \frac{-\omega^2 J_{\text{M2}} + i\omega d_{\text{M}} + c_{\text{M}}}{i\omega d_{\text{M}} + c_{\text{M}}} \quad (\text{A.13})$$

lässt sich der Ausdruck übersichtlicher gestalten, und es gilt

$$\Delta\varphi_{\text{HB}} = \frac{\omega^2 J_{\text{M2}} \varphi_{\text{M}}}{i\omega d_{\text{T}} + c_{\text{T}}} + \left( \frac{\omega^2 J_{\text{M1H}}}{i\omega d_{\text{T}} + c_{\text{T}}} \right) \cdot K_{\text{t}} \cdot \varphi_{\text{M}} \quad . \quad (\text{A.14})$$

### A.1.3 Kopftransferfunktion $H_{\text{oben}}$

$H_{\text{oben}}$  folgt aus dem Spannungssignal des Aufnehmers und der Winkelbeschleunigung am Kopfpunkt der Messeinrichtung (vgl. Gleichung 3.39) zu

$$H_{\text{oben}} = \frac{\rho \cdot \Delta\varphi_{\text{HB}}}{-\omega^2 \varphi_{\text{M}}} \quad , \quad (\text{A.15})$$

und mit Gleichung A.14 gilt

$$\begin{aligned} H_{\text{oben}} &= \rho \left( \frac{\omega^2 J_{\text{M2}} \varphi_{\text{M}}}{i\omega d_{\text{T}} + c_{\text{T}}} + \frac{\omega^2 J_{\text{M1H}}}{i\omega d_{\text{T}} + c_{\text{T}}} \cdot K_{\text{t}} \cdot \varphi_{\text{M}} \right) \cdot \frac{1}{-\omega^2 \cdot \varphi_{\text{M}}} \\ &= -\rho \frac{J_{\text{M2}}}{i\omega d_{\text{T}} + c_{\text{T}}} - \frac{J_{\text{M1H}} \cdot K_{\text{t}}}{i\omega d_{\text{T}} + c_{\text{T}}} \quad . \end{aligned} \quad (\text{A.16})$$

### A.1.4 Fußtransferfunktion $H_{\text{unten}}$

$H_{\text{unten}}$  folgt aus dem Spannungssignal des Aufnehmers und der Winkelbeschleunigung am Fußpunkt der Messeinrichtung (vgl. Gleichung 3.40) gemäß

$$H_{\text{unten}} = \frac{\rho \cdot \Delta\varphi_{\text{HB}}}{-\omega^2 \varphi_{\text{E}}} . \quad (\text{A.17})$$

Aus Gleichung A.15 folgt für  $H_{\text{oben}}$  der Ausdruck

$$H_{\text{oben}} \cdot \varphi_{\text{M}} = \frac{\rho \cdot \Delta\varphi_{\text{HB}}}{-\omega^2} , \quad (\text{A.18})$$

mit Gleichung A.8 gilt damit

$$\begin{aligned} H_{\text{unten}} &= H_{\text{oben}} \frac{\varphi_{\text{M}}}{\varphi_{\text{E}}} \\ &= \frac{H_{\text{oben}} \varphi_{\text{M}}}{\left( \frac{-\omega^2 J_{\text{B}}}{i\omega d_{\text{E}} + c_{\text{E}}} - K_{\text{b}} \right) \varphi_{\text{B}} - \frac{i\omega d_{\text{T}} - c_{\text{T}}}{i\omega d_{\text{E}} + c_{\text{E}}} \Delta\varphi_{\text{HB}}} . \end{aligned} \quad (\text{A.19})$$

Gleichung A.15 lässt sich nach  $\Delta\varphi_{\text{HB}}$  und  $\varphi_{\text{B}}$  umstellen, damit folgt

$$\Delta\varphi_{\text{HB}} = \frac{-\omega^2 \varphi_{\text{M}} \cdot H_{\text{oben}}}{\rho} \quad (\text{A.20})$$

$$\varphi_{\text{B}} = \varphi_{\text{H}} + \frac{\omega^2 \varphi_{\text{M}} \cdot H_{\text{oben}}}{\rho} = K_{\text{t}} \cdot \varphi_{\text{M}} + \frac{\omega^2 \varphi_{\text{M}} \cdot H_{\text{oben}}}{\rho} . \quad (\text{A.21})$$

Einsetzen in Gleichung A.19 ergibt dann  $H_{\text{unten}}$ .

$$\begin{aligned} H_{\text{unten}} &= \frac{H_{\text{oben}} \varphi_{\text{M}}}{\left( \frac{-\omega^2 J_{\text{B}}}{i\omega d_{\text{E}} + c_{\text{E}}} - K_{\text{b}} \right) \left( K_{\text{t}} \cdot \varphi_{\text{M}} + \frac{\omega^2 \varphi_{\text{M}} \cdot H_{\text{oben}}}{\rho} \right) - \frac{i\omega d_{\text{T}} - c_{\text{T}}}{i\omega d_{\text{E}} + c_{\text{E}}} \left( \frac{-\omega^2 \varphi_{\text{M}} \cdot H_{\text{oben}}}{\rho} \right)} \\ &= \frac{H_{\text{oben}}}{\frac{\omega^2 H_{\text{oben}}}{\rho} \left( \frac{-\omega^2 J_{\text{B}}}{i\omega d_{\text{E}} + c_{\text{E}}} + K_{\text{b}} + \frac{i\omega d_{\text{T}} + c_{\text{T}}}{i\omega d_{\text{E}} + c_{\text{E}}} \right) + K_{\text{t}} \left( \frac{\omega^2 J_{\text{B}}}{i\omega d_{\text{E}} + c_{\text{E}}} - K_{\text{b}} \right)} \end{aligned} \quad (\text{A.22})$$

## A.2 Massenträgheitsmoment der Kupplungen

### A.2.1 Aufteilung der Massenträgheitsmomente der Kupplungen

Die Kupplungen sind als Verbindungselemente der Wellenenden von Aufnehmer und Messeinrichtung biegeweich, aber torsionssteif ausgeführt. Dennoch ist die Torsionssteifigkeit begrenzt und wird für die Modellierung als dominante Quelle für die Torsionsfedersteifigkeit des gesamten Wellenstrangs angenommen. Der Aufbau der Kupplungen besteht aus zwei Teilen, die zylinderförmigen Hohlwellen ähneln. Beide Teile sind durch eine dünne Stahlmembran verbunden, die als torsionsweichste Stelle angenommen wird. Im Modell wird diese Torsionssteifigkeit als Torsionsfeder beschrieben, an das beidseitig die obere und untere Kupplungshälfte als jeweiliges Massenträgheitsmoment angekoppelt ist. Um



die experimentell bestimmten Gesamtmassenträgheitsmomente der beiden Kupplungen (mit den verschiedenen Spannzangen) auf die jeweiligen Hälften ober- und unterhalb der Stahlmembran aufzuteilen, wurden CAD-Daten (engl. Computer-Aided Design, rechnerunterstütztes Konstruieren) herangezogen. Das gemessene Gesamtmassenträgheitsmoment umfasst nicht nur den Kupplungskörper, sondern auch die jeweils montierten Spannzangen und Spannmutter. Die Massenträgheitsmomente für die Spannzangen (vgl. Abschnitt A.2.2) und der Spannmutter wurden aus Wäageergebnissen errechnet. Der Aufbau und die Vorgehensweise bei der Bestimmung ist in Abbildung A.1 dargestellt.

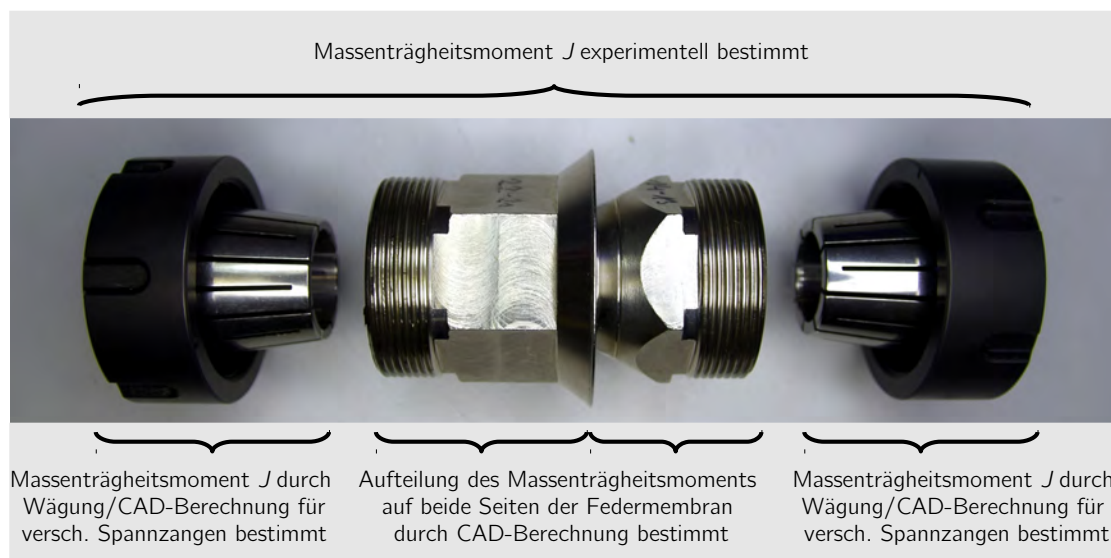


Abbildung A.1: Bestimmung des Massenträgheitsmoments der zwei Kupplungshälften ober- und unterhalb der Stahlmembran.

### A.2.2 Bestimmung des Massenträgheitsmoments von Spannzangen und Spannmuttern

Für die Adaption von Wellenenden verschiedener Durchmesser können die Kupplungen Spannzangen für einen entsprechenden Bereich an Innendurchmessern aufnehmen. Die Spannzangen des Typs ER 32 (genormt nach DIN ISO 15488 [Deu06]) der Firma Rego Fix sind präzise gefertigt, haben ein vergleichsweise kleines Massenträgheitsmoment und wurden in großer Zahl ( $> 15$  Stück) für verschiedene Durchmesser von 3 mm bis 22 mm beschafft. Eine Messung des Massenträgheitsmoments wäre daher sehr aufwendig und zeitintensiv. Die geometrisch einfache Form ermöglicht eine direkte Abschätzung des Massenträgheitsmoments mit Hilfe von CAD-Software. Um das Massenträgheitsmoment der einzelnen Spannzangen mit ihren kleinen, aber existierenden Fertigungstoleranzen bestimmen zu können, wurde die Masse jeder Spannzange mittels Wägen bestimmt ( $U(k=2) = 1 \text{ mg}$ ). Auf Basis der Herstellerangaben wurden CAD-Modelle für

die Spannzangen mit den verschiedenen Innendurchmessern angelegt und die Massenträgheitsmomente unter Berücksichtigung des gemessenen Massewertes errechnet. Toleranzen der äußeren Form wurden für die Berechnung nicht berücksichtigt. Im montierten Zustand wurden immer Wellendurchmesser verwendet, die den maximal für die Spannzange möglichen Durchmesser aufweisen.

Ergebnisse der Bestimmung des Massenträgheitsmoments für typische Spannzangengrößen sind beispielhaft in Tabelle A.1 dargestellt.

Tabelle A.1: Ermittelte Massenträgheitsmomente und Massen für verschiedene ER-32-Spannzangen (bezeichnet nach farbigen Markierungen zur Unterscheidung) und Spannmuttern.

	Berechnetes Massenträgheitsmoment	Gemessene Masse
ER 32 Spannmutter (1)	62,05 kg·mm <sup>2</sup>	136,530 g
ER 32 Spannmutter (2)	61,54 kg·mm <sup>2</sup>	135,409 g
ER 32 22 – 21 (rt)	12,28 kg·mm <sup>2</sup>	71,145 g
ER 32 22 – 21 (sw)	12,26 kg·mm <sup>2</sup>	71,040 g
ER 32 20 – 19 (rt)	14,02 kg·mm <sup>2</sup>	86,980 g
ER 32 20 – 19 (sw)	14,04 kg·mm <sup>2</sup>	87,067 g
ER 32 20 – 19 (rt-sw)	13,96 kg·mm <sup>2</sup>	86,605 g

Die ermittelten Werte der Massenträgheitsmomente der Spannzangen sind nur dann korrekt, wenn das Spannmaß später nicht abweicht. Da die Spannzangen jeweils einen Spannbereich von 1 mm abdecken, sind die Durchmesser der zu spannenden Wellenenden entscheidend. Die Durchmesser der Wellenenden der verschiedenen Aufnehmer und Anbauteile wurden daher mit einer kalibrierten digitalen Bügelmessschraube der Fa. *Tesa* in 120°-Schritten mit 3 Wiederholungen bestimmt. Die Ergebnisse sind in Tabelle A.2 dargestellt. Es ist erkennbar, dass alle Durchmesser sehr nah am jeweiligen maximalen Durchmesser der verschiedenen Spannzangen von 22 mm, 20 mm, 14 mm und 8 mm liegen.

Für die gemessenen kleinen Abweichungen der Wellenenden vom maximalen Durchmesser der Spannzangen wurde vereinfachend unter der Annahme von Hohlzylindern für die Spannzangen die resultierenden Massenträgheitsmomente der Spannzangen im gespannten Zustand abgeschätzt. Die Abweichungen  $\Delta J$  liegen mit  $\Delta J \leq 0,04 \text{ kg}\cdot\text{mm}^2$  absolut bzw.  $\Delta J_{\text{rel}} \leq 0,4 \%$  relativ in Bezug auf das Massenträgheitsmoment der Spannzange für diese Anwendung in vernachlässigbaren Bereichen gegenüber der Gesamt-Messunsicherheiten der Torsionspendel-Massenträgheitsmomentbestimmung, die im Fall mit der geringsten Messunsicherheit  $U(k = 2) = 3,19 \text{ kg}\cdot\text{mm}^2$  betragen (vgl. Abschnitt 4.2.3.5).

Tabelle A.2: Durchmesser der verwendeten Wellenenden, die über Spannzangen verbunden werden.

Messobjekt	Mittelwert Durchmesser	Relative Stichprobenstandardabweichung $s_{\text{rel}}$
Acutronic Rotationserreger	21,965 mm	$5,47 \cdot 10^{-5}$
Zusatzmassenträgheitsmoment Torsionspendel	19,988 mm	$1,30 \cdot 10^{-4}$
HBM T5 (Seite A)	13,986 mm	$5,06 \cdot 10^{-5}$
HBM T5 (Seite B)	13,986 mm	$3,77 \cdot 10^{-5}$
Adapter HBM T10F (Messeite)	22,012 mm	$6,06 \cdot 10^{-5}$
Adapter HBM T10F (Antennenseite)	22,024 mm	$9,08 \cdot 10^{-5}$
Lorenz DR-2477 (Seite A)	7,989 mm	$7,52 \cdot 10^{-5}$
Lorenz DR-2477 (Seite B)	7,992 mm	$6,26 \cdot 10^{-5}$

## A.3 Bestimmung der Torsionssteifigkeit

### A.3.1 Einflüsse der Regression für die Bestimmung der Torsionssteifigkeit

Für die Bestimmung der Torsionssteifigkeit ist im Prinzip eine einmalige Messung des Drehmoments und des resultierenden Torsionswinkels nötig, um die Torsionssteifigkeit, die durch das Verhältnis dieser beiden Größen definiert ist, zu berechnen. Für die Bestimmung der Torsionssteifigkeit wurden aber viele entsprechende Drehmoment- und Winkelwerte erfasst, um die Messunsicherheit zu verringern, Bias erkennen zu können und die Linearität genauer zu betrachten. Bei jedem Messzyklus wurde die Drehmomentbelastung stufenförmig in 10 %-Schritten bis zum Nenndrehmoment gesteigert.

Für die Auswertung der Signale wurden drei verschiedene Methoden untersucht:

**Einzelverhältnisbildung** Für jeden Messzeitpunkt wurden aus den Drehmoment- und Winkel-Messwerten die korrespondierenden Werte für die Torsionssteifigkeit ermittelt. Aus den vielen erfassten Werten wurde dann der Mittelwert gebildet.

**Lineare Regression mit der Methode der kleinsten Quadrate** Die Annahme linearen Verhaltens bedingt, dass sich der Zusammenhang zwischen Drehmoment und Torsionswinkel in Form einer Geradengleichung beschreiben lässt (vgl. Gleichung 3.67). Die Steigung der Geraden ist dann die gesuchte Größe der Torsionssteifigkeit. Um die Steigung zu approximieren, kann die Methode der kleinsten Quadrate (auch engl. Ordinary Least Squares, OLS) eingesetzt werden, die für jeden Messpunkt den quadrierten Abstand zur Geraden in Richtung der Y-Achse minimiert.

**Lineare orthogonale Regression** Ein alternatives Verfahren ist die orthogonale Regression, die auch auf der Methode der kleinsten Quadrate basiert (engl. Total Least Squares, TLS) [PB10]. Hier wird nicht der Abstand der Messung in Y-Richtung minimiert, sondern vielmehr der Abstand orthogonal zur Geraden. Damit werden Streuungen beider Eingangsparameter für die Regression berücksichtigt.

Das Verfahren für die Bestimmung der Torsionssteifigkeit soll zwei Eigenschaften vereinen: Bias und stochastische Streuungen der Eingangsgrößen sollen möglichst geringen Einfluss haben. Um die Eignung zu untersuchen, wurden die beschriebenen verschiedenen Verfahren auf simulierte Messungen mit definierten Streuungen der Messwerte angewendet und die Ergebnisse verglichen. Hierbei wurden Messwerte simuliert, wie sie bei den Messungen auftreten würden: Stufenförmiges Ansteigen eines Messwertes (Drehmoment) in Abhängigkeit des zweiten Messwertes (Torsionswinkel). Beide Messwerte können unabhängig voneinander mit Bias versehen sein.

Für die simulierten Messungen wurden verschiedene Fälle angenommen:

1. Bias in einem Kanal bei gleichzeitig normalverteilten Streuungen in beiden Kanälen. Diese Kombination dient zur Analyse der Empfindlichkeit gegenüber Bias.
2. Streuung im Y-Kanal der Auswertung
3. Streuung im X-Kanal der Auswertung
4. Streuung in beiden Kanälen der Auswertung

Die Empfindlichkeit der Einzelverhältnisbildung gegenüber Bias ist ausgeprägt, der Einfluss auf die Messung ist in Abbildung A.2 dargestellt. Die Darstellung zeigt eine Monte-Carlo-Simulation mit einem Werteverhältnis von 1 zwischen den beiden Kanälen. Klar erkennbar ist die starke Abweichung der Einzelverhältnisbildung gegenüber den Regressionen (OLS, TLS). Auf Grund der Empfindlichkeit gegenüber Bias ist die Anwendung der Einzelverhältnisbildung für die Messung der Torsionssteifigkeit keine anwendbare Option. Die Autokollimatorsignale weisen zu Beginn der Messungen *immer* Bias auf.

Verrauschte Messsignale haben auch Einfluss auf das Messergebnis. Abbildung A.3 zeigt eine in beiden Kanälen verrauschte Messung (normalverteiltes Rauschen mit einer Amplitude von 1 % des Endwertes). Es zeigt sich, dass nur kleine Unterschiede erkennbar sind, die orthogonale Regression (TLS) aber durch die Berücksichtigung der Streuung beider Kanäle in der Regressionsanalyse ein besseres Ergebnis als die Methode der kleinsten Quadrate erzielt. Die während der Messungen auftretenden Streuungen sind zwar viel kleiner, als zuvor in der Simulation betrachtet, dennoch scheint es sinnvoll mit der orthogonalen Regression das Verfahren zu wählen, das bei verrauschten Signalen keine Veränderung des Messergebnisses zeigt.

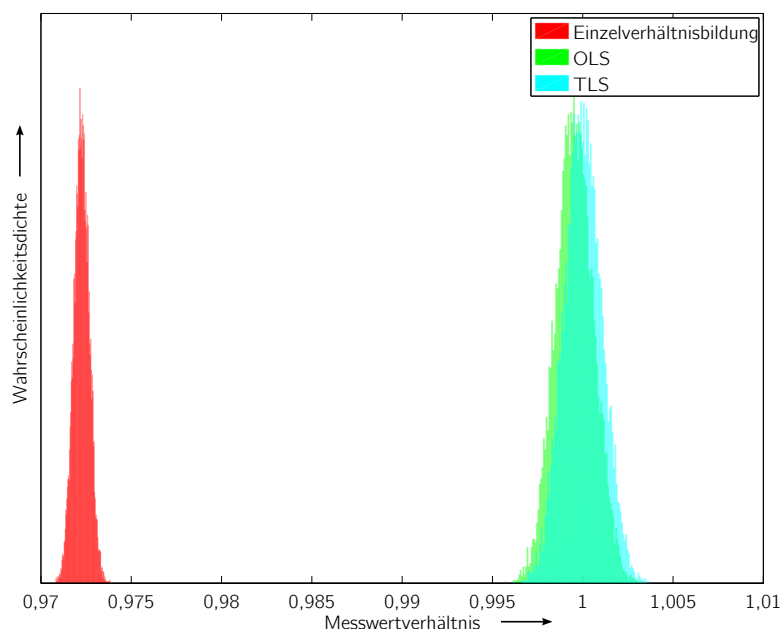


Abbildung A.2: Monte-Carlo-Simulation mit 10000 Durchläufen und einem kleinen Bias im X-Kanal.

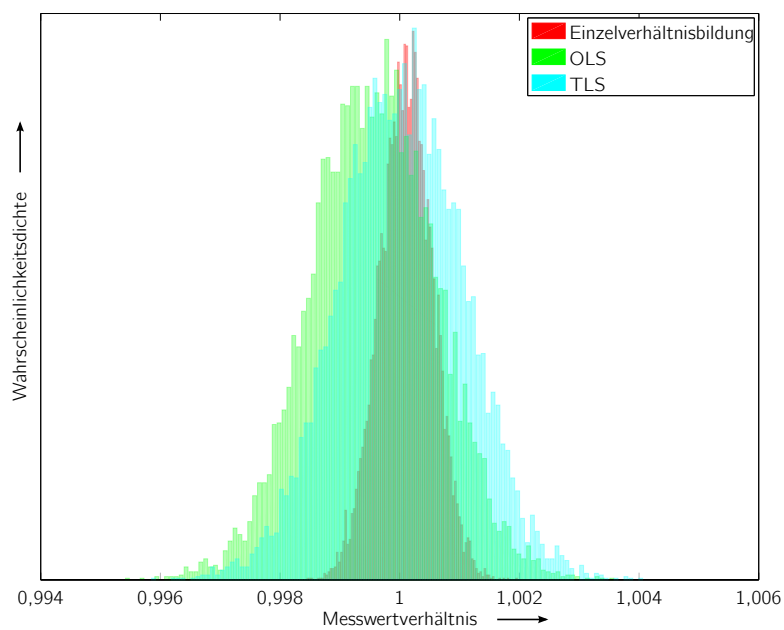


Abbildung A.3: Monte-Carlo-Simulation mit 10000 Durchläufen, ohne Offset und mit Streuung in beiden Kanälen.

### A.3.2 Einzelmessunsicherheitseinflüsse für die Torsionssteifigkeitsmessung

Die einzelnen Messunsicherheitseinflüsse, die in die Monte-Carlo-Simulation eingehen, sind in Tabelle A.3 aufgeführt.

Tabelle A.3: Einzelmessunsicherheitseinflüsse für die Torsionssteifigkeitsmessung.

Einflussgröße	Messunsicherheitsbeitrag	Verteilung
Spannungsmessung zufällig	$u = 7,1 \cdot 10^{-4} \text{ V}$	normalverteilt
Spannungsmessung systematisch	$u = 4,1 \cdot 10^{-4} \text{ V}$	normalverteilt
Drehmoment-ME	$u_{\text{rel}} = 1 \cdot 10^{-4}$	normalverteilt
DM Einfluss Einzahlwert	$u = 1,609 \cdot 10^{-5} \text{ N}\cdot\text{m}$	normalverteilt
Spannungsausgang MGCplus	$u = 3 \cdot 10^{-3} \text{ V}$	rechteckverteilt
Autokollimator 152 zufällig	$u = 0,015 \text{ arcsec}$	normalverteilt
Autokollimator 218 zufällig	$u = 0,01 \text{ arcsec}$	normalverteilt
Autokollimator 152 systematisch	$u = 0,3 \text{ arcsec}$	normalverteilt
Autokollimator 218 systematisch	$u = 0,06 \text{ arcsec}$	normalverteilt
Spiegeltopologie 152	$u = 0,05 \text{ arcsec}$	normalverteilt
Spiegeltopologie 218	$u = 0,05 \text{ arcsec}$	normalverteilt
Spiegelgröße 152	$u = 0,1 \text{ arcsec}$	normalverteilt
Spiegelgröße 218	$u = 0,1 \text{ arcsec}$	normalverteilt

### A.3.3 Kalibrierung der Spannungserfassung für die Bestimmung der Torsionssteifigkeit

Zur Erfassung der Spannungssignale des Drehmomentenaufnehmers für die Messung der Torsionssteifigkeit kam eine USB-Datenerfassungskarte der Firma National Instruments Typ USB-6251 BNC zum Einsatz. Die Spannungssignale wurden mit einer Auflösung von 16 bit digitalisiert und dann über eine USB-Box (Universal Serial Bus) an den Datenerfassungs-PC übertragen. Der genutzte Spannungseingang wurde für die hier erfassten, zeitlich nicht veränderlichen, Signale statisch kalibriert. Hierzu kam ein manuell bedienter Spannungskalibrator Fluke 5700A zum Einsatz. Der Kalibrieraufbau ist in Abbildung A.4 illustriert.

Die Ansteuerung der USB-Box erfolgte über dieselbe LabView-Software, wie sie auch für die Torsionssteifigkeitsmessung eingesetzt wurde. Allein die Module für die serielle Kommunikation mit den Autokollimatoren wurden für die Kalibrierung deaktiviert. Der Fluke-Spannungskalibrator war in der Arbeitsgruppe 2.11 *Gleichstrommesstechnik* der PTB kalibriert worden. Die Spannungssignale haben so eine bekannte Messunsicherheit. Für die Kalibrierung wurden Spannungen von 0 V bis 10 V und von 0 V bis  $-10 \text{ V}$  in 10 %-Schritten vom Kalibrator erzeugt und mit der USB-Box aufgezeichnet. Die Abweichungen vom Nennwert wurden ermittelt.

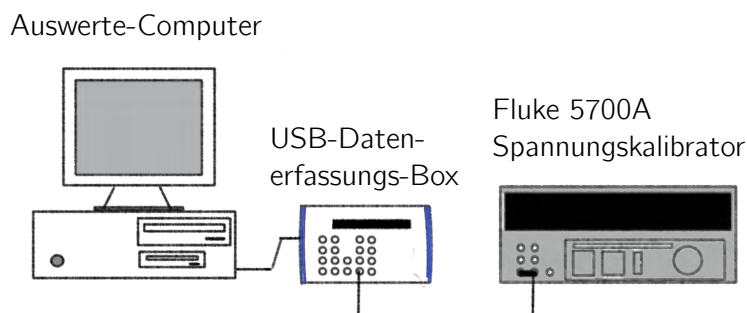


Abbildung A.4: Kalibrieraufbau für die Spannungskalibrierung der USB-Datenerfassungsbox.

### A.3.4 Einzelmessergebnisse der Torsionssteifigkeitsmessung

Für die Bestimmung der Torsionssteifigkeit wurden die Messobjekte mehrfach gemessen. Die Einzelergebnisse sind im Folgenden in Tabelle A.4 dargestellt. Aus den Unsicherheitsbeiträgen von Monte-Carlo-Simulation und der Stichprobenstandardabweichung der Einzelmessung wurde der Gesamtmessunsicherheitsbeitrag für jedes Messobjekt bestimmt.

Tabelle A.4: Einzelergebnisse der Torsionssteifigkeitsmessung.

Messobjekt	Torsionssteifigkeit	Messunsicherheitsbeitrag $u$ Monte-Carlo-Simulation
Kupplung 1 - Messung 1	43,024 kN·m/rad	4,98 N·m/rad
Kupplung 1 - Messung 2	44,761 kN·m/rad	5,04 N·m/rad
Kupplung 2 - Messung 1	40,890 kN·m/rad	5,40 N·m/rad
Kupplung 2 - Messung 2	40,652 kN·m/rad	10,90 N·m/rad
Kupplung 2 - Messung 3	39,726 kN·m/rad	4,02 N·m/rad
Kupplung 2 - Messung 4	40,664 kN·m/rad	4,52 N·m/rad
HBM T5 - Messung 1	637,93 N·m/rad	81,07 mN·m/rad
HBM T5 - Messung 2	638,48 N·m/rad	37,12 mN·m/rad
HBM T5 - Messung 3	638,47 N·m/rad	38,67 mN·m/rad
HBM T10F - Messung 1	26,104 kN·m/rad	1,625 N·m/rad
HBM T10F - Messung 2	26,250 kN·m/rad	1,762 N·m/rad

## A.4 Bestimmung des Massenträgheitsmoments – physikalisches Pendel

### A.4.1 Einflüsse der Nichtlinearität beim physikalischen Pendel

Für die Frequenzmessung der Pendelschwingung ist zu beachten, dass es sich hierbei um ein nichtlineares System handelt, das für kleine Pendelauslenkungen aber als weitgehend linear angenommen werden kann. Der Einfluss der Nichtlinearität des Pendels ist dabei abhängig von der Pendelauslenkung. Um deren Einfluss auf die Pendelfrequenz zu quantifizieren, wurde die Abweichung in Abhängigkeit des Spitzenauslenkungswinkels  $\vartheta_s$  untersucht. Die Pendelgleichung (Gleichung 3.68) ist trotz der vermeintlich überschaubaren Komplexität kein einfach zu lösendes System und war Grundlage diverser Betrachtungen [Bel+07; BB05; PS77; Och11].

Für die in diesem Fall interessante Pendelschwingdauer  $\tau_{\vartheta_s}$  des nichtlinearen physikalischen Pendels folgt nach [PS77]

$$\tau_{\vartheta_s} = \frac{2}{\pi} T_0 K(k) \quad , \quad (\text{A.23})$$

mit der Schwingdauer  $\tau_0$  der linearen Lösung (vgl. Gleichung 3.70)

$$\tau_0 = 2\pi \sqrt{\frac{J}{m \cdot l \cdot g_{\text{loc}}}} \quad , \quad (\text{A.24})$$

und dem elliptischen Jacobi-Integral erster Art  $K(k)$  [AS72, S. 569 ff.]

$$K(k) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\varphi}{(1 - k \sin^2 \varphi)^{\frac{1}{2}}} \quad . \quad (\text{A.25})$$

Für den Fall des nichtlinearen Pendels mit der Pendelauslenkung  $\vartheta_s$  [Sym60, S. 208 ff.] gilt für  $k$  der Ausdruck

$$k = \sin^2\left(\frac{\vartheta_s}{2}\right) \quad . \quad (\text{A.26})$$

Für die Abweichung des nichtlinearen Systems zur linearen Annahme gilt somit

$$\frac{\tau_{\vartheta_s}}{\tau_0} = \frac{2}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\varphi}{(1 - k \sin^2 \varphi)^{\frac{1}{2}}} \quad . \quad (\text{A.27})$$

Die Abbildung A.5 veranschaulicht die berechnete Abweichung der Pendelfrequenz von linearem und nichtlinearem Modell. Wie zu erkennen ist, ist der Einfluss durch die Nichtlinearität des Pendels für kleine Auslenkungen sehr klein. Eine nur sehr gering ausgeprägte und bekannte Nichtlinearität ist vorteilhaft für die Bestimmung des Massenträgheitsmoments. Die noch vorhandenen und bekannten Einflüsse infolge der Nichtlinearität werden in die Messunsicherheitsbetrachtung einbezogen.



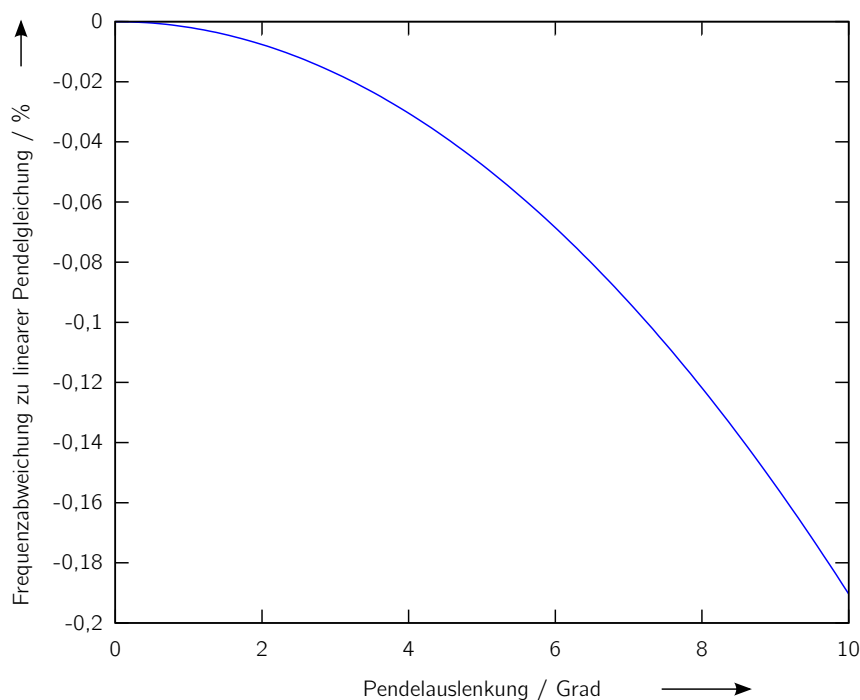


Abbildung A.5: Abweichung der Pendelfrequenz des physikalischen Pendels zur linearen Modellannahme in Abhängigkeit der Pendel-Spitzenauslenkung.

#### A.4.2 Einflüsse durch Dämpfung des physikalischen Pendels

Für die Bestimmung des Massenträgheitsmoments wird ein Modell des Pendels angenommen, das keine Dämpfung aufweist (vgl. Abschnitt 3.4.2). Im realen System nimmt die Amplitude der Schwingungen natürlich – wenn auch langsam – ab. Durch die Dämpfung ändert sich auch die Schwingfrequenz des Pendels geringfügig. Die gemessene gedämpfte Schwingfrequenz  $\omega_1$  ist etwas kleiner als die ungedämpfte Resonanzfrequenz  $\omega_0$ . Der Zusammenhang mit der Dämpfung ergibt sich mit der Abklingkonstanten  $\delta$  (siehe Gleichung 3.87). Um den Einfluss der Dämpfung zu untersuchen, wurde der Amplitudenabfall des Pendels ohne eingehängte zusätzliche Massekörper über eine Dauer von 300 s gemessen. Das Ergebnis dieser Messungen ist in Abbildung A.6 beispielhaft dargestellt. Der relative Einfluss auf die Pendelfrequenz nach Gleichung 3.87 für diese Messung war  $< 1 \cdot 10^{-8}$ . Bei den eigentlichen Messungen stellte sich heraus, dass die Dämpfung je nach Konfiguration der Massekörper des Pendels etwas variiert, aber immer klein bleibt. Es ist möglich, diese Einflüsse zu korrigieren. Im vorgestellten zweistufigen Fit-Verfahren (Gleichungen 3.75, 4.4) kann die Frequenz des Pendels um den Dämpfungseinfluss korrigiert werden. Da die Einflüsse aber sehr gering sind, werden sie in der Messunsicherheitsanalyse mitbetrachtet aber nicht korrigiert.

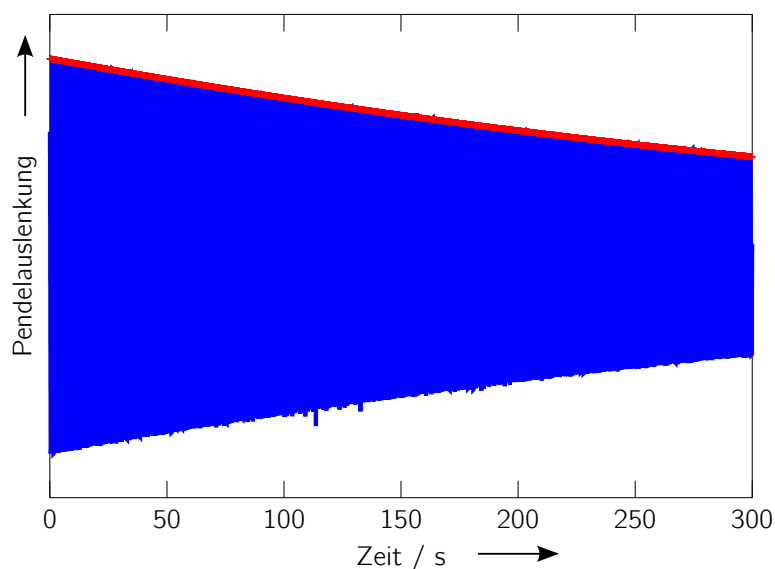


Abbildung A.6: Abfall der Pendelamplitude (blau) und der Umhüllenden (rot) über die Zeit.

#### A.4.3 Einzelmessunsicherheitseinflüsse für die Messung des Massenträgheitsmoments mit dem physikalischen Pendel

Die Unsicherheitseinflüsse für die Bestimmung der Messunsicherheit der Massenträgheitsmomentsmessung sind in Tabelle A.5 dargestellt.

### A.5 Bestimmung des Massenträgheitsmoments – Torsionspendel

#### A.5.1 Nichtlinearität des Torsionspendels

Wie in Abschnitt 4.2.3 beschrieben, stellte sich bei einem vorhergegangenen Aufbau zur Bestimmung des Massenträgheitsmoments eine vorhandene Nichtlinearität der Pendelfeder als problematisch heraus. Aus diesem Grund wurde die Pendelkonstruktion verändert, um die Nichtlinearitäten zu reduzieren (vgl. Abschnitt 4.2.3.1). Auf der Seite hin zur dynamischen Drehmomentmesseinrichtung wurde das Pendel mit Klebwachs befestigt, um größere Modifikationen an der Einrichtung zu vermeiden. Die erste Pendelkonstruktion war dagegen mit der Messeinrichtung verschraubt.

Die Nichtlinearität des Pendels stellt sich als eine von der Pendelauslenkung abhängige Pendelfrequenz dar. Um die Einflüsse zu quantifizieren, wurden die Messdaten in kurze Abschnitte von jeweils etwa einer Schwingperiode unterteilt und die Pendelfrequenz mittels

Tabelle A.5: Einzelmessunsicherheitseinflüsse für die Bestimmung des Massenträgheitsmoments auf Basis des physikalischen Pendels.

Einflussgröße	Messunsicherheitsbeitrag	Verteilung	korreliert
Winkelmessung Signalperiode	$u = 1,44 \text{ arcsec}$	normalverteilt	nein
Winkelmessung Exzentrizität	$u = 0,39 \text{ arcsec}$	normalverteilt	nein
Winkelmessungg Teilung	$u = 0,033 \text{ arcsec}$	normalverteilt	nein
Frequenzmessung Nichtlinearität	$u_{\text{rel}} = 1 \cdot 10^{-4}$	normalverteilt	ja
Frequenzmessung Dämpfung	$u_{\text{rel}} = 1 \cdot 10^{-7}$	normalverteilt	ja
PXI Zeitbasis	$u_{\text{rel}} = 2,5 \cdot 10^{-6}$	rechteckverteilt	nein
Schwerebeschleunigung $g_{\text{loc}}$	$u_{\text{rel}} = 5 \cdot 10^{-8}$	normalverteilt	nein
Verkipfung Pendel	$u_{\text{rel}} = 1,25 \cdot 10^{-7}$	normalverteilt	ja
Massebestimmung	$u = 5 \cdot 10^{-8} \text{ kg}$	normalverteilt	ja
Pendelposition	$u = 2 \cdot 10^{-6} \text{ m}$	normalverteilt	nein
Maß Massekörper	$u = 2 \cdot 10^{-6} \text{ m}$	normalverteilt	ja
Fase Massekörper	$u = 4 \cdot 10^{-9} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$	normalverteilt	ja

Sinus-Approximation bestimmt. Die Ergebnisse aller Messungen sind in Abbildung A.7 dargestellt.

Wie sich zeigt, sind noch immer kleine nichtlineare Effekte erkennbar. Das Verhalten ist für alle Messungen ähnlich und zeigt eine leichte Frequenzerhöhung hin zu kleineren Pendelauslenkungen. Es rührt wahrscheinlich aus der Befestigung des Pendels mit Klebwachs her.

Im Vergleich zum vorherigen Aufbau ließ sich die Nichtlinearität jedoch stark reduzieren. Bezogen auf den gleichen Auslenkungsbereich von ca. 1000 arcsec ist die Frequenzabweichung vom Mittelwert von ursprünglich etwa 1 % um eine Größenordnung auf 0,1 % gesunken.

### A.5.2 Einzelmessunsicherheitseinflüsse für die Massenträgheitsmomentmessung mit dem Torsionspendel

Die Messunsicherheitseinflüsse für die Torsionspendelmessung sind in Tabelle A.6 aufgeführt.

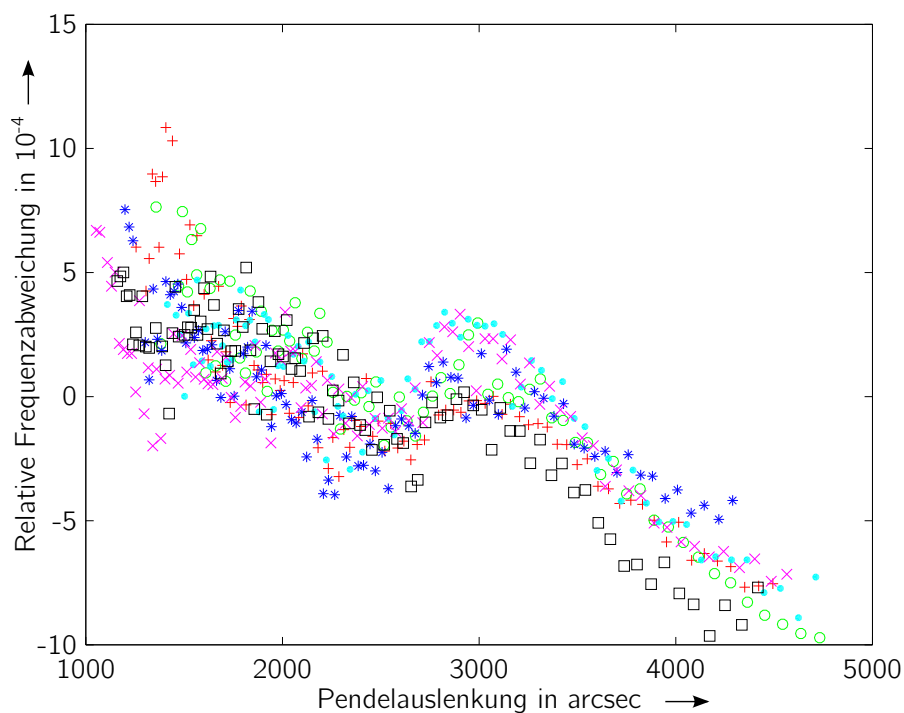


Abbildung A.7: Abhängigkeit der Torsionspendelfrequenz von der Pendelauslenkung für Messungen in Relation zum Mittelwert mit den verschiedenen Zusatzmasskörpern.

Tabelle A.6: Einzelmessunsicherheitsinflüsse für die Bestimmung des Massenträgheitsmoments auf Basis des Torsionspendels.

Einflussgröße	Messunsicherheitsbeitrag	Verteilung
Winkelmessung Signalperiode	$u = 0,5 \text{ arcsec}$	rechteckverteilt
Winkelmessung Exzentrizität	$u = 0,06 \text{ arcsec}$	rechteckverteilt
Winkelmessung Teilung	$u = 0,06 \text{ arcsec}$	normalverteilt
Frequenzmessung Nichtlinearität	$u = 1 \cdot 10^{-3}$	normalverteilt
Frequenzmessung Dämpfung	$u = 2,1 \cdot 10^{-6}$	normalverteilt
PXI Zeitbasis	$u = 2,5 \cdot 10^{-6}$	rechteckverteilt
Zusatzmassenträgheitsmoment	$u = 9,48 \cdot 10^{-8} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$	normalverteilt
$J$ Torsionsfeder	$u = 2,2 \cdot 10^{-10} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$	normalverteilt
$J$ Federteller	$u = 7,9 \cdot 10^{-9} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$	normalverteilt
$J$ Klebfilm	$u = 18,5 \cdot 10^{-12} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$	normalverteilt

## A.6 Vier-Quadranten-Arkustangens

Der Phasenwinkel eines komplexen Signals  $Z$  wird mittels des Arkustangens bestimmt. Mit  $x = \text{Re}(Z)$  und  $y = \text{Im}(Z)$  folgt

$$\varphi = \arctan\left(\frac{y}{x}\right) . \quad (\text{A.28})$$

Die Arkustangensfunktion ist nur für den Bereich  $-\pi/2 < \varphi_{\arctan} < \pi/2$  definiert. Für die Bestimmung des Phasenwinkels für alle vier Quadranten, d.h. für den im Bereich  $-\pi < \varphi_{\text{atan2}} < \pi$ , wird daher anhand der Werte von  $x$  und  $y$  auf den Quadranten geschlossen [USD11], und es gilt

$$\text{atan2}(y, x) = \begin{cases} \arctan\frac{y}{x} & x > 0 \\ \arctan\frac{y}{x} + \pi & y \geq 0, x < 0 \\ \arctan\frac{y}{x} - \pi & y < 0, x < 0 \\ +\frac{\pi}{2} & y > 0, x = 0 \\ -\frac{\pi}{2} & y < 0, x = 0 \\ \text{nicht definiert} & y = 0, x = 0 \end{cases} . \quad (\text{A.29})$$

Diese Vier-Quadranten-Arkustangensfunktion wird in diversen Programmierprachen mit *atan2* bezeichnet.

## A.7 Bestimmung der Dämpfung

### A.7.1 Vergleich von Sinus-Fit und Hilbert-Transformation für die Dämpfungsbestimmung

Für die Dämpfungsbestimmung aus Messdaten wurden zwei Methoden zur Analyse der gedämpften Sinusschwingungen verglichen: Sinus-Fit und Hilbert-Transformation (siehe Abschnitt 3.4.3). Beide Verfahren, die Approximation einer gedämpften Sinusschwingung, die nichtlinear in den Parametern ist, oder eine zweifache lineare Regression einer Geradengleichung, wurden mit simulierten Signalen verglichen. Für die Analyse wurden gedämpfte Sinusschwingungen erzeugt, deren Eigenschaften ähnlich denen der gemessenen Signale waren, mit normalverteiltem Rauschen überlagert und dann mit beiden Verfahren ausgewertet. Die Abweichung der so bestimmten Parameter wurde mit den bekannten Eingangsparametern der erzeugten Sinusschwingung verglichen. In Abbildung A.8 ist das Ergebnis eines Sinus-Fits dargestellt, in Abbildung A.9 die Bestimmung mittels Hilbert-Transformation.

Um die Korrektheit der Ergebnisse zu prüfen, wurde die Bestimmung mit den simulierten Daten 10000 mal wiederholt. Die Abweichung des gefitteten Frequenz- oder Dämpfungswertes (Fit-Ergebnis  $\delta_{\text{fit}}, f_{\text{fit}}$ ) von seinen Vorgabewerten  $\delta_{\text{sol}}, f_{\text{sol}}$  wurde für den Sinus-Fit und die Hilbert-Transformation für jeden einzelnen Fit bestimmt. Aus den Einzelabweichungen wurde die relative mittlere relative Abweichung für die Abklingkonstante  $\overline{\Delta\delta_{\text{rel}}}$

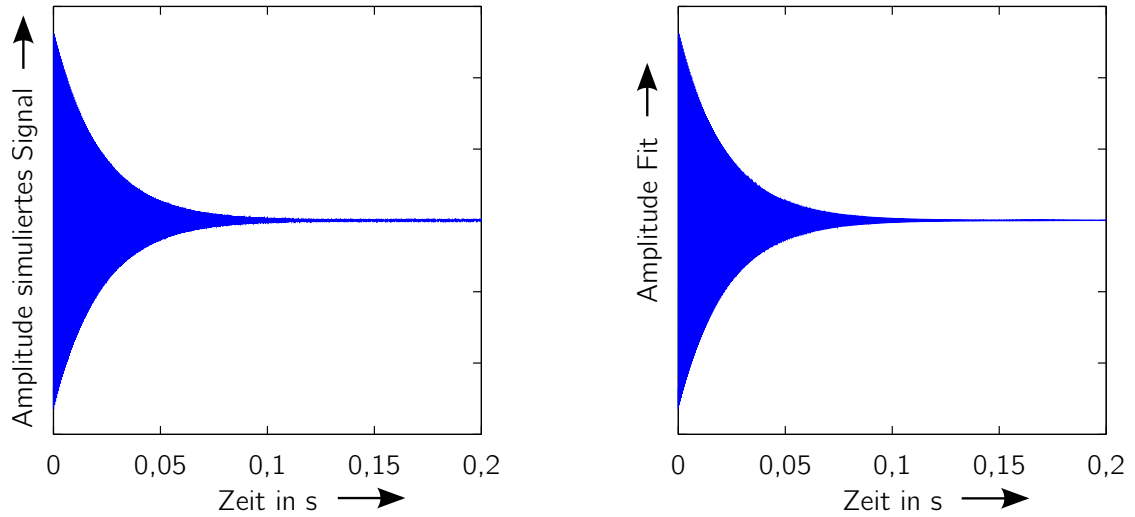


Abbildung A.8: Sinus-Fit (rechts) eines simulierten Signals (links).

und die Frequenz  $\overline{\Delta f_{\text{rel}}}$  mit den Mittelwerten der Abweichungen  $\overline{\Delta \delta_{\text{fit}}}$  bzw.  $\overline{\Delta f_{\text{fit}}}$  und den Mittelwerten der Sollwerte  $\overline{\delta_{\text{soll}}}$ ,  $\overline{f_{\text{soll}}}$  gebildet.

$$\overline{\Delta \delta_{\text{rel}}} = \frac{\overline{\Delta \delta_{\text{fit}}}}{\overline{\delta_{\text{soll}}}} \quad \text{und} \quad \overline{\Delta f_{\text{rel}}} = \frac{\overline{\Delta f_{\text{fit}}}}{\overline{f_{\text{soll}}}} \quad (\text{A.30})$$

Zusätzlich wurden die relativen Standardabweichungen  $\sigma_{\delta_{\text{rel}}}$  und  $\sigma_{f_{\text{rel}}}$  bestimmt. Die Ergebnisse sind in Tabelle A.7 dargestellt. Es ist erkennbar, dass beide Verfahren mit den

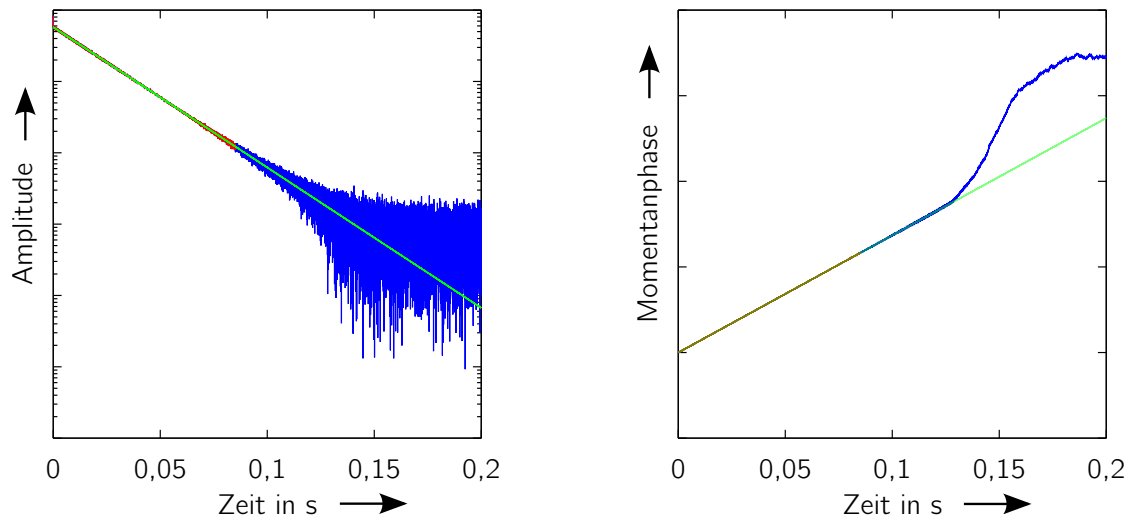


Abbildung A.9: Lineare Regression zur Bestimmung von Abklingkonstante  $\delta$  (links) und Frequenz  $f$  (rechts), basierend auf der Hilbert-Transformation, angewendet auf simulierte Signale. Die Bereiche, die für den Fit herangezogen wurden, sind rot dargestellt.

Tabelle A.7: Abweichungen der Dämpfungsbestimmung mit simulierten Daten.

	Abweichungen Abklingkonstante $\delta$		Abweichungen Frequenz $f$	
	$\overline{\Delta\delta_{\text{rel}}}$	$\sigma_{\delta_{\text{rel}}}$	$\overline{\Delta f_{\text{rel}}}$	$\sigma_{f_{\text{rel}}}$
Sinus-Fit	$9 \cdot 10^{-9}$	$6 \cdot 10^{-5}$	$-2,4 \cdot 10^{-9}$	$2 \cdot 10^{-7}$
Hilbert-Transformation	$9,9 \cdot 10^{-9}$	$2,3 \cdot 10^{-4}$	$4 \cdot 10^{-7}$	$7,6 \cdot 10^{-7}$

simulierten Werten gute Ergebnisse erzielen. Die Abweichungen und die Streuungen sind beim Sinus-Fit ein wenig kleiner als bei der Bestimmung mittels Hilbert-Transformation. Nachteilig ist hingegen beim Sinus-Fit, dass in unregelmäßigen Abständen das Ergebnis nicht konvergiert und vollkommen ungeeignete Ergebnisse ausgibt. Dies ist dem nichtlinearen, iterativen Approximationsverfahren und dessen Abhängigkeit von guten Startwerten geschuldet. Diese unplausiblen Ergebnisse wurden in der Analyse nicht betrachtet, da sie auch im Fall von Messungen sofort identifizierbar wären. In der Untersuchung mit den simulierten Daten trat dies bei 0,7% der Fälle auf.

In einem zweiten Schritt wurden beide Verfahren mit echten Messdaten verglichen. In Abbildung A.10 ist ein Fit mit echten Messdaten dargestellt. Mittels des Fit-Ergebnisses wurden die Residuen für beide Verfahren berechnet und verglichen. Da bei der Bestimmung mit Hilfe der Hilbert-Transformation nicht alle, die Sinusschwingung beschreibenden, Parameter identifiziert werden (Offset, Amplitude), wurde von den Messsignalen, wie auch vom Ergebnis des Sinus-Fits, die Umhüllende gebildet und die Residuen der Umhüllenden berechnet. Aus den Residuen wurde die Summe der quadrierten Abweichungen (engl. sum of squared errors, SSE) gebildet. Für  $n$  Messwerte  $x_{\text{env},i}$  und den Ergebnissen der Approximation  $\hat{x}_{\text{env},i}$  wurde die SSE nach

$$\text{SSE} = \sum_{i=1}^n (\hat{x}_{\text{env},i} - x_{\text{env},i})^2 \quad (\text{A.31})$$

bestimmt. Aus den Ergebnissen des Sinus-Fits  $\text{SSE}_{\text{Sinus}}$  und der Hilbert-Transformation  $\text{SSE}_{\text{Hilbert}}$  wurde das Verhältnis  $D$  gebildet.

$$D = \frac{\text{SSE}_{\text{Sine}}}{\text{SSE}_{\text{Hilbert}}} \quad (\text{A.32})$$

Die Ergebnisse für 12 Messungen sind in Tabelle A.8 aufgeführt. Werte von  $D < 1$  zeigen kleinere SSEs beim Sinus-Fit an, für  $D > 1$  zeigt das Verfahren auf Basis der Hilbert-Transformation bessere Resultate.

Die Untersuchungen ergaben, dass die Ergebnisse mit der Hilbert-Transformation stark abhängig von der Anzahl der einbezogenen Punkte sind (in den Abbildungen A.9 und A.10 rot dargestellt). Der einbezogene Bereich sollte so breit wie möglich gewählt werden, muss allerdings vor dem Übergang zum Rauschen enden. Wenn unerwünschte

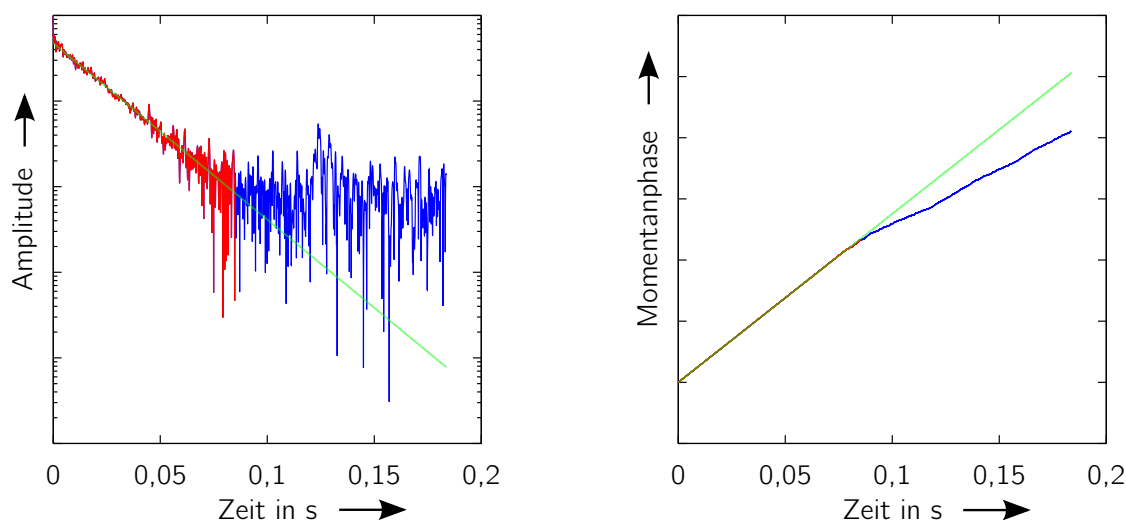


Abbildung A.10: Lineare Regression zur Bestimmung von Abklingkonstante  $\delta$  (links) und Frequenz  $f$  (rechts) basierend auf der Hilbert-Transformation mit echten Messdaten. Die Bereiche, die für den Fit herangezogen wurden, sind rot dargestellt.

Tabelle A.8: Abweichungen der Dämpfungsbestimmung bei Anwendung auf Messdaten.

Messung	$D$	Messung	$D$	Messung	$D$
1	0,65	5	0,72	9	1
2	1,02	6	0,92	10	1
3	0,93	7	0,83	11	1,01
4	1,21	8	1	12	0,99

Störungen in den Signalen auftraten, konnte dies die Ergebnisse verschlechtern. Es wurde daher für jede Messung ein angepasster Datenbereich zur Auswertung herangezogen.

Der Vergleich zeigt, dass das Verfahren mit der Hilbert-Transformation geringere Residuen nur bei einer Messung ergab, während der Sinus-Fit in fünf Fällen besser war. Der arithmetische Mittelwert des Verhältnisses der quadrierten Residuen  $\bar{D} = 0.94$  weist in die gleiche Richtung. Zusätzlich ist auch die bessere Automatisierbarkeit der Messdatenauswertung ein Vorteil des Sinus-Fits. Daher wurde für die spätere Auswertung der Sinus-Fit dem Verfahren mit der Hilbert-Transformation vorgezogen.

### A.7.2 Einzelmessunsicherheitseinflüsse für die Dämpfungsmessung

Die einzelnen Einflussgrößen für die Messunsicherheitsbetrachtung der Dämpfungsmessung sind in Tabelle A.9 aufgeführt.



Tabelle A.9: Einzelne Messunsicherheitseinflüsse für die Monte-Carlo-Simulation der Dämpfungsmessung.

Einflussgröße	Messunsicherheitsbeitrag	Verteilung
Amplitudenabweichung (Rotationsvibrometer)	$u_{\text{rel}} = 1,15 \cdot 10^{-2}$	rechteckverteilt
Messfehler AC (Rotationsvibrometer)	$u_{\text{rel}} = 1 \cdot 10^{-2}$	rechteckverteilt
Spannungsmessung	$u = 1,22 \cdot 10^{-4} \text{ V}$	rechteckverteilt
Zeitbasis	$u_{\text{rel}} = 1 \cdot 10^{-4}$	rechteckverteilt

### A.7.3 Einzelmessergebnisse der Dämpfungsmessung

Die Dämpfungsmessung wurde für die zwei Messobjekte (Kupplung 1 und Kupplung 2) aufgrund der relativ großen Streuungen und kurzen Messzeiten mehrfach wiederholt. Für die gesuchte Größe des Dämpfungsgrades  $D$  werden die Schwingfrequenz  $f$  und die Abklingkonstante  $\delta$  bei jeder Messung bestimmt. In den folgenden Tabellen A.10, A.11 und A.12 sind die Ergebnisse für  $f$ ,  $\delta$  und  $D$  mit den zugehörigen Unsicherheitsbeiträgen aus der Monte-Carlo-Simulation aufgeführt. Der Gesamtmessunsicherheitsbeitrag für jedes Messobjekt wurde aus den Ergebnissen der Monte-Carlo-Rechnungen und den Streuungen der Mittelwerte der einzelnen Messungen bestimmt.

Tabelle A.10: Einzelergebnisse für die Schwingfrequenz  $f$  bei der Dämpfungsmessung.

Messobjekt	Messung	$f$	Messunsicherheitsbeitrag $u$ Monte-Carlo-Simulation
Kupplung 1	1	2188,5 Hz	$6,55 \cdot 10^{-3} \text{ Hz}$
Kupplung 1	2	2213,4 Hz	$4,99 \cdot 10^{-3} \text{ Hz}$
Kupplung 1	3	2202,0 Hz	$6,97 \cdot 10^{-3} \text{ Hz}$
Kupplung 2	1	2182,5 Hz	$9,08 \cdot 10^{-3} \text{ Hz}$
Kupplung 2	2	2184,1 Hz	$7,42 \cdot 10^{-3} \text{ Hz}$
Kupplung 2	3	2189,9 Hz	$1,34 \cdot 10^{-2} \text{ Hz}$
Kupplung 2	4	2186,5 Hz	$1,20 \cdot 10^{-2} \text{ Hz}$
Kupplung 2	5	2190,9 Hz	$1,06 \cdot 10^{-2} \text{ Hz}$
Kupplung 2	6	2190,6 Hz	$7,52 \cdot 10^{-3} \text{ Hz}$

Tabelle A.11: Einzelergebnisse für die Abklingkonstante  $\delta$  bei der Dämpfungsmessung.

Messobjekt	Messung	$\delta$	Messunsicherheitsbeitrag $u$ Monte-Carlo-Simulation
Kupplung 1	1	49,26 s <sup>-1</sup>	5,91 · 10 <sup>-2</sup> s <sup>-1</sup>
Kupplung 1	2	51,50 s <sup>-1</sup>	2,85 · 10 <sup>-2</sup> s <sup>-1</sup>
Kupplung 1	3	50,55 s <sup>-1</sup>	6,99 · 10 <sup>-2</sup> s <sup>-1</sup>
Kupplung 2	1	55,90 s <sup>-1</sup>	11,43 · 10 <sup>-2</sup> s <sup>-1</sup>
Kupplung 2	2	61,32 s <sup>-1</sup>	6,12 · 10 <sup>-2</sup> s <sup>-1</sup>
Kupplung 2	3	61,09 s <sup>-1</sup>	16,13 · 10 <sup>-2</sup> s <sup>-1</sup>
Kupplung 2	4	59,45 s <sup>-1</sup>	8,48 · 10 <sup>-2</sup> s <sup>-1</sup>
Kupplung 2	5	59,038 s <sup>-1</sup>	7,90 · 10 <sup>-2</sup> s <sup>-1</sup>
Kupplung 2	6	54,73 s <sup>-1</sup>	7,25 · 10 <sup>-2</sup> s <sup>-1</sup>

Tabelle A.12: Einzelergebnisse für den Dämpfungsgrad  $D$  bei der Dämpfungsmessung.

Messobjekt	Messung	$D$	Messunsicherheitsbeitrag $u$ Monte-Carlo-Simulation
Kupplung 1	1	3,57 · 10 <sup>-3</sup>	4,27 · 10 <sup>-6</sup>
Kupplung 1	2	3,70 · 10 <sup>-3</sup>	2,05 · 10 <sup>-6</sup>
Kupplung 1	3	3,65 · 10 <sup>-3</sup>	5,06 · 10 <sup>-6</sup>
Kupplung 2	1	4,08 · 10 <sup>-3</sup>	8,33 · 10 <sup>-6</sup>
Kupplung 2	2	4,47 · 10 <sup>-3</sup>	4,46 · 10 <sup>-6</sup>
Kupplung 2	3	4,44 · 10 <sup>-3</sup>	11,73 · 10 <sup>-6</sup>
Kupplung 2	4	4,33 · 10 <sup>-3</sup>	6,18 · 10 <sup>-6</sup>
Kupplung 2	5	4,29 · 10 <sup>-3</sup>	5,75 · 10 <sup>-6</sup>
Kupplung 2	6	3,98 · 10 <sup>-3</sup>	5,26 · 10 <sup>-6</sup>

## A.8 Kalibrierung des PXI-Systems

### A.8.1 Dynamische Kalibrierung der Spannungseingänge des PXI-Systems

Die Spannungserfassung erfolgte mittels einer Präzisionsspannungserfassungskarte National Instruments PXI-5922 mit einer Auflösung von 16 Bit bis 24 Bit (in Abhängigkeit der Aufzeichnungsrate). Diese Messkarte besitzt zwei Spannungseingänge. Zur Kalibrierung, kam ebenfalls (wie in Abschnitt A.3.3) ein Spannungskalibrator Fluke 5700A zum Einsatz. Der Kalibrator wurde zu diesem Zweck zuvor dynamisch kalibriert. Die entsprechenden Kalibrierrouninen für die PXI-Messkarte sind in LabView ausgeführt

und waren bereits für die Kalibrierung anderer Karten des gleichen Typs entwickelt worden. Für die durchgeführten Messungen wurden die Messunsicherheitseinflüsse analysiert. Die Messkarte hat einen bekannten charakteristischen Frequenzgang. Dieser kann, falls erforderlich, auch korrigiert werden, da er allein von der Aufzeichnungsrate abhängt [Rie+11; Ove+11]. Für die Kalibriermessungen wurde daher die gleiche Aufzeichnungsrate und der gleiche Eingangsspannungsbereich wie bei den Drehmomentmessungen gewählt.

Für die Kalibrierung wurde der Kalibrator mit den beiden Spannungseingängen verbunden. Sinusförmige Spannungen mit (aus den Kalibrierdaten des Fluke 5700A) bekannter Frequenz und Amplitude wurden an den Eingängen angelegt und der Effektivwert der anliegenden Spannung bestimmt. Durch Wiederholung der Messung konnten Schwankungen und Rauschen gemessen werden. Die Ergebnisse für die beiden Spannungskanäle sind in Abbildung A.11 dargestellt. Die Kalibrierung wurde in einem Frequenzbereich bis 6 kHz durchgeführt. Für den für die Drehmomentmessungen relevanten Frequenzbereich bis 1 kHz zeigen sich nur kleine Einflüsse. In der Abbildung sind ebenfalls die korrespondierenden erweiterten Messunsicherheiten angegeben. Diese werden dominiert von den Unsicherheiten des Kalibrators, die Streuungen der Wiederholungsmessungen fallen dagegen kaum ins Gewicht.

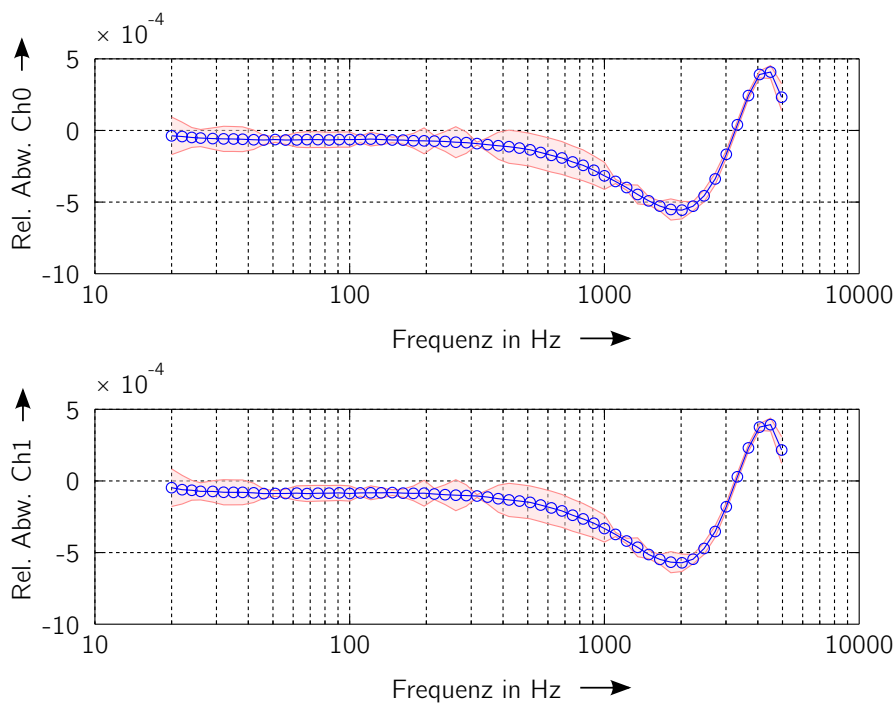


Abbildung A.11: Relative Abweichungen (blau) und zugeordnete erweiterte Messunsicherheit  $U(k = 2)$  (rot) für die zwei Kanäle einer Datenerfassungskarte National Instruments PXI-5922 bei einer Datenerfassungsrate von 50 kSamples/s und einem Eingangsspannungsbereich von  $\pm 5$  V.

### A.8.2 Kalibrierung des Präzisionsoszillators des PXI-Systems

Die Auswertung der phasenmodulierten Signale der Rotationsvibrometer, wie auch der zwei Einpunktvibrometer aus Abschnitt A.11.1, erfolgt mittels schneller Spannungsmesskarten und einer Aufzeichnungsrate von 200 MSamples/s. Die korrekte Spannungsamplitude der aufgezeichneten Signale ist für die Demodulierung nicht erforderlich, so dass die Spannungsamplitude auch nicht kalibriert wurde. Von weit größerer Relevanz ist hier ein stabiler und mit korrekter Frequenz laufender Oszillator. Für diesen Zweck lassen sich spezielle Synchronisationskarten in die PXI-Systeme einsetzen, die mit hochwertigeren Oszillatoren ausgestattet sind und den Standardoszillator ersetzen. Dies erfolgt in Form eines PXI-6652 *Timing and Synchronization Control* Modules.

Der eingebaute Präzisionsoszillator *TCX0* mit einer Frequenz von 10 MHz hat eine spezifizierte Langzeitstabilität mit einer relativen Abweichung von  $< 1 \cdot 10^{-6}$ . Für die Kalibrierung wurde er mit der Normalfrequenz der PTB verglichen. Diese hochgenaue optische 10 MHz-Referenzfrequenz wird zentral von der PTB Arbeitsgruppe 4.42 *Zeitübertragung* über Lichtleiter den Nutzern zur Verfügung gestellt.

Für die Frequenzmessung wurde die Normalfrequenz für 20 s mit dem Frequenzeingang der PXI-6652 Karte aufgezeichnet. Der Oszillator lag 6 Jahre nach der letzte Justierung noch immer innerhalb seiner Spezifikationen. Die Ergebnisse sind in Tabelle A.13 dargestellt. Nach den Kalibrierungen wurde der Oszillator neu justiert.

Tabelle A.13: Ergebnisse der Kalibrierung des Präzisionsoszillators TCX0.

Messung	relative Abweichung	Unsicherheit Zählerstand	Unsicherheit Normalfrequenz	Kombinierte erw. MU
1	$\Delta f_{\text{rel}} = 3,05 \cdot 10^{-7}$	$u_{\text{rel}} = 5 \cdot 10^{-9}$	$u_{\text{rel}} = 1 \cdot 10^{-10}$	$U_{\text{rel}}(k = 2) = 1 \cdot 10^{-8}$
2	$\Delta f_{\text{rel}} = 2,25 \cdot 10^{-7}$	$u_{\text{rel}} = 5 \cdot 10^{-9}$	$u_{\text{rel}} = 1 \cdot 10^{-10}$	$U_{\text{rel}}(k = 2) = 1 \cdot 10^{-8}$
	Nach Justage:			
3	$\Delta f_{\text{rel}} = -1 \cdot 10^{-8}$	$u_{\text{rel}} = 5 \cdot 10^{-9}$	$u_{\text{rel}} = 1 \cdot 10^{-10}$	$U_{\text{rel}}(k = 2) = 1 \cdot 10^{-8}$
4	$\Delta f_{\text{rel}} = 4 \cdot 10^{-8}$	$u_{\text{rel}} = 5 \cdot 10^{-9}$	$u_{\text{rel}} = 1 \cdot 10^{-10}$	$U_{\text{rel}}(k = 2) = 1 \cdot 10^{-8}$

## A.9 Demodulation der Interferometersignale

Das verwendete Rotationsvibrometer besitzt zwei frequenz- bzw. phasenmodulierte Ausgangssignale. Die Trägerfrequenz des Signals beträgt etwa 40 MHz. Dies entspricht der Anregungsfrequenz des im Interferometer eingesetzten akusto-optischen Modulators. Die gesuchte Geschwindigkeits- oder Weginformation ist in dem Signal frequenz- bzw. phasenmoduliert. Für die direkte punktweise Auswertung der erfassten Datenpunkte  $y_{\text{IF}}[n]$  eignet sich die Phasendemodulation in besonderer Weise, da bei bekannter Datenerfassungsrate

$f_{\text{SR}}$  und bekannter Trägerfrequenz  $f_{\text{AOM}}$  die Phasenlage eines jeden Datenpunktes ermittelt werden kann. Der Ablauf der Demodulation ist in Abbildung A.12 dargestellt. Mit der Erfassungszeit zu jedem Messpunkt  $t([n])$  gemäß

$$t([n]) = n \cdot \frac{1}{f_{\text{SR}}} \quad (\text{A.33})$$

ergibt sich somit für jeden Zeitpunkt  $t([n])$  eine bekannte Referenzphase der Trägerfrequenz  $f_{\text{AOM}}$  mit dem Bias-Phasenwinkel  $\varphi_{\text{B}}$  zu

$$\varphi_{\text{Ref}}(t([n])) = 2 \cdot \pi \cdot f_{\text{AOM}} \cdot t([n]) + \varphi_{\text{B}} \quad . \quad (\text{A.34})$$

Der Referenzphase ist die gesuchte, wegabhängige Phasenlage  $\varphi_{\text{IF}}$  überlagert. Ziel der Demodulation ist die Extraktion dieser Phaseninformation aus dem Interferometersignal.

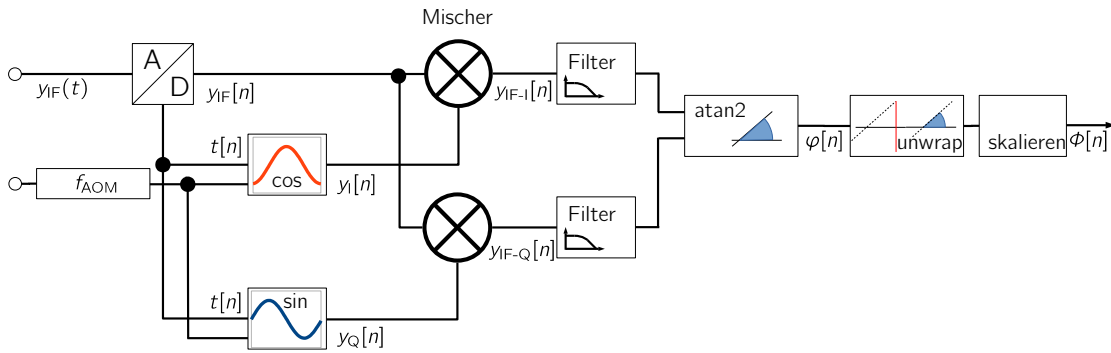


Abbildung A.12: Ablauf der Demodulation der phasenmodulierten Interferometersignale.

Die Demodulation kann durch Generieren eines Quadratursignals (I-Q-Signals) realisiert werden. Zwei Signale, das In-Phase-Signal (I-) und das Quadratur-Signal (Q-) mit einem Phasenversatz von  $90^\circ$ , werden auf Basis der Trägerkreisfrequenz  $\omega_{\text{AOM}} = 2 \pi \cdot f_{\text{AOM}}$  generiert, d.h.

$$\begin{aligned} y_{\text{I}}[n] &= \hat{y} \cdot \cos(\omega_{\text{AOM}} \cdot t([n])) \quad , \\ y_{\text{Q}}[n] &= \hat{y} \cdot \sin(\omega_{\text{AOM}} \cdot t([n])) \end{aligned} \quad (\text{A.35})$$

und mit dem erfassten, modulierten Ausgangssignal des Interferometers  $y_{\text{IF}}$  gemischt. Das verbleibende Signal ergibt sich beispielhaft für das gemischte I-Signal  $y_{\text{IF-I}}[n]$

nach

$$\begin{aligned}
y_{\text{IF-I}}[n] &= y_{\text{I}}[n] \cdot y_{\text{IF}}[n] & (\text{A.36}) \\
&= (\hat{y}_{\text{I}} \cdot \cos(\omega_{\text{AOM}} \cdot t([n]))) \cdot (\hat{y}_{\text{IF}} \cdot \cos(\omega_{\text{AOM}} \cdot t([n]) + \varphi_{\text{IF}}[n])) \\
&= \frac{1}{2} \cdot \hat{y}_{\text{I}} \cdot \hat{y}_{\text{IF}} \cdot \left( \cos \left( \left( \underbrace{\omega_{\text{AOM}} + \omega_{\text{AOM}}}_{2 \cdot \omega_{\text{AOM}}} \right) \cdot t([n]) + \varphi_{\text{IF}}[n] \right) \right. \\
&\quad \left. + \cos \left( \left( \underbrace{\omega_{\text{AOM}} - \omega_{\text{AOM}}}_0 \right) \cdot t([n]) + \varphi_{\text{IF}}[n] \right) \right) .
\end{aligned}$$

Entsprechend das gleiche gilt für  $y_{\text{IF-Q}}[n]$ , nur mit einem Phasenversatz von  $90^\circ$  durch die Mischung mit dem Sinus. Nach einer Tiefpassfilterung zur Elimination des höherfrequenten Seitenbandes kann die Phase des demodulierten Signals für jeden einzelnen Datenpunkt mittels des Arkustangens berechnet werden.

$$\varphi_{\text{IF}}[n] = \arctan \left( \frac{y_{\text{Q-IF}}[n]}{y_{\text{I-IF}}[n]} \right) = \arctan \left( \frac{\sin(\varphi_{\text{IF}}[n])}{\cos(\varphi_{\text{IF}}[n])} \right) \quad (\text{A.37})$$

Für die Demodulation kommt ein Vier-Quadranten-Arkustangens zur Anwendung (vgl. Anhang A.6). Phasensprünge bei Werten von  $-\pi$  und  $\pi$  werden durch eine Entfaltung (engl. Phase-Unwrap) der Phasenwerte ausgeglichen.

Die Demodulation wird für jeden Kanal des Interferometers einzeln ausgeführt. Nach der Phasendemodulation erfolgt eine Umrechnung von der Phase in den Weg nach Gleichung 3.8 bzw. in den Winkel bei einer Messung durch ein Gitter nach Gleichung 3.29. Die Demodulation wird mit einem LabView-Programm realisiert, das auch die Datenerfassungskarten ansteuert. Der Programmcode basiert auf einem Programm, das in der Arbeitsgruppe 1.71 *Darstellung Beschleunigung* der PTB entwickelt wurde und hier für die Messung umfänglich angepasst wurde.

## A.10 Dynamische Kalibrierung von Brückenverstärkern

Für die Bestimmung der mechanischen Modelleigenschaften von Drehmomentenaufnehmern müssen die elektrischen Einflüsse der Verstärkerelektronik einzeln untersucht werden, um diese gegebenenfalls korrigieren zu können. Zu diesem Zweck wurden verschiedene, im Labor vorhandene Brückenverstärker sowie eingesetzte Drehmomentenaufnehmer mit integrierter Elektronik auf ihre Eignung für dynamische Messungen untersucht. Für diese Untersuchungen wurde das dynamische Brückennormal der PTB (vgl. Abschnitt 3.5.1) zur Generierung der ratiometrischen Brückensignale herangezogen. Der Messaufbau ist in Abbildung A.13 schematisch dargestellt, der Messplatz in Abbildung A.14. Die Ausgangsspannung der Brückenverstärker  $U_{\text{Ausg}}$  wurde mit einem Präzisionsvoltmeter Hewlett-Packard 3458A aufgezeichnet. Der Oszillator des Voltmeters wurde über ein Lichtleiterkabel an den Umschalter und das Brückennormal verteilt, so dass eine gemeinsame, hochwertige Zeitbasis genutzt wurde.

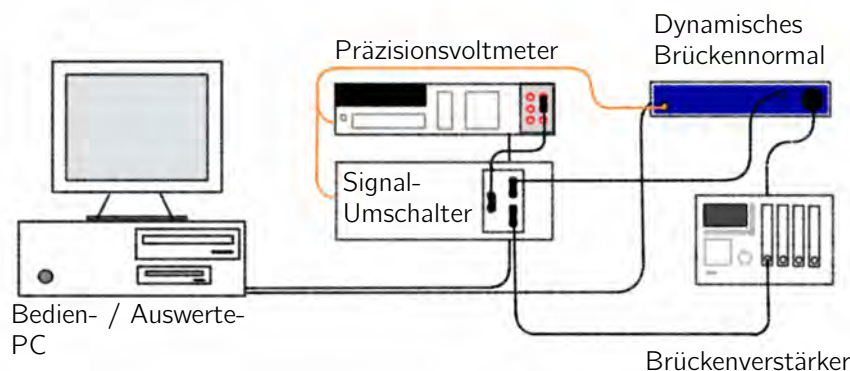


Abbildung A.13: Messaufbau zur dynamischen Kalibrierung von Brückenverstärkern.

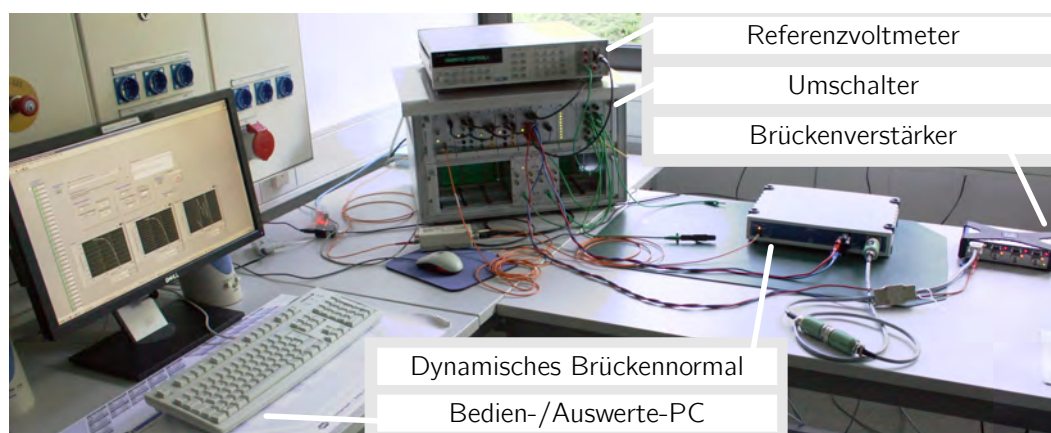


Abbildung A.14: Messplatz zur dynamischen Kalibrierung von Brückenverstärkern.

Als Signale für die Anregung der Brückenverstärker kamen sinusförmige, monofrequente Signale bekannter Frequenz, Phase und Amplitude zur Anwendung. Die Auswertung erfolgte mittels digitaler Fourier-Transformation (DFT). Bei sorgfältiger Wahl der Aufzeichnungsdauer und Aufzeichnungsrate ist das Ergebnis einer DFT identisch zu einem Sinusfit [LS06].

Für die Bestimmung des Amplitudengangs  $A(\omega)$  wurde bei jeder Messfrequenz  $\omega_i$  die ermittelte Ausgangsspannungsamplitude des Brückenverstärkers in das Verhältnis zur Eingangsbrückenverstimmung gesetzt. Das Brückennormal ist kalibriert, das Anregungsspannungsverhältnis  $D$  (die Verstimmung der Brücke als Brückenausgangsspannung im Verhältnis der Brückenspeisespannung) ist also bekannt und muss nicht getrennt gemessen werden. Für die Amplitudentransferfunktion ergibt sich somit (vgl. Gleichung 3.102)

$$A(\omega) = \frac{U_{\text{Ausg}}(\omega)}{D(\omega)} . \quad (\text{A.38})$$

Für die Phasenmessung wurde mit einem Umschalter intermittierend das Referenzi-

gnal des dynamischen Brückennormals und das Ausgangssignal des Brückenverstärkers erfasst und ausgewertet. Die Phasendifferenz ergibt sich für jede Messfrequenz nach Gleichung 3.103. Die Kalibriermessungen wurden in einem Frequenzbereich von 10 Hz bis 12,5 kHz durchgeführt und überdecken so den gesamten genutzten Frequenzbereich für die dynamische Drehmomentkalibrierung.

### A.10.1 Kalibrierung von stationären Brückenverstärkern

Das dynamischen Verhalten von vier verschiedenen stationären Brückenverstärkern wurde untersucht:

**HBM MGCplus ML10B** Einschubkarte für das modulare MGCplus-Messsystem. Die Eingangssignale werden digitalisiert, verarbeitet und für die Ausgabe wieder in analoge Spannungssignale gewandelt.

**HBM MX410** Brückenverstärker für Trägerfrequenz- bzw. Gleichspannungsbrückenversorgung mit integrierter Digitalisierung der Messsignale, die Weiterverarbeitung erfolgt digital. Für die Ausgabe wird das Signal ebenfalls analog-gewandelt.

**Endevco 4430A** Analoger Brückenverstärker für die Montage in Racks oder als Einzelgerät.

**Dewetron DAQP-Bridge B** Gleichspannungsbrückenverstärkereinschub für das modulare DAQP-System. Rein analoger Aufbau mit weitem Verstärkungsbereich und in weitem Bereich einstellbaren Filtern.

Die Messergebnisse für Betrag und Phase der komplexen Übertragungsfunktion sind in Abbildung 4.17 dargestellt. Nach der Auswertung der Messergebnisse wurde für eine Verbesserung des dynamischen Verhaltens die Firmware des Messverstärkers HBM MX410A vom Hersteller überarbeitet. Die modifizierte Version HBM MX410B wurde erneut gemessen und ist ebenfalls in der Abbildung dargestellt.

### A.10.2 Kalibrierung interner Signalkonditionierungs- und Signalübertragungselektronik von Drehmomentaufnehmern

Die Kalibrierung von im Aufnehmer integrierter Signalkonditionierungs- und Übertragungselektronik stellt sich für die dynamische Kalibrierung von Drehmomentaufnehmern als problematisch heraus. Eine solche Kalibrierung kann mit den Aufnehmern, die dynamisch untersucht werden sollen, in nahezu allen Fällen schlicht nicht durchgeführt werden. Eine dynamische Kalibrierung der Elektronik ist von Seiten der Hersteller nicht vorgesehen. Je nach Aufbau ist der Zugang zur Elektronik schlecht oder gar nicht möglich (beispielsweise bei verschweißten Gehäusen). Eine Kalibrierung lässt sich auch bei Zugang zur Elektronik nur nach Auftrennen (in der Regel durch Ablöten) der Brückenwiderstände von der Eingangsverschaltung des Verstärkers durchführen.

Freundlicherweise wurden der PTB im Rahmen der Zusammenarbeit im EMRP (vgl. Abschnitt 1.1) von der Firma HBM zeitweilig Aufnehmer des Typs HBM T10F und HBM



T40B für die Untersuchung der Elektronik überlassen. Dies sind natürlich nicht dieselben Aufnehmer, wie sie für die dynamischen Drehmoment-Kalibriermessungen verwendet wurden, sie zeigen jedoch das dynamische Verhalten der dort integrierten Elektronik exemplarisch und erlauben Rückschlüsse für die dynamischen Messungen. Die zwei untersuchten Aufnehmer unterscheiden sich im Aufbau der Elektronik:

**HBM T10F** Aufnehmer in Flanschbauweise mit komplett analog aufgebautem Gleichspannungsbrückenverstärker und Signalübertragung [QS95].

**HBM T40, T40B** Aufnehmer mit Gleichspannungsbrückenverstärker und Analog-Digital-Wandlung im Rotor. Digitale Übertragung der Messsignale zum Stator. Für die Ausgabe erfolgt im Stator eine Digital-Analog-Wandlung [Sch08; Kuh09].

Für die Untersuchung wurden die Brückenanschlüsse an der im Rotor integrierten Platine aufgetrennt und mit dem dynamischen Brückennormal über ein Anschlusskabel für DMS-Aufnehmer verbunden. Die Modifikation ist in Abbildung A.15 gezeigt. Der Brückenwiderstand des dynamischen Brückennormals von  $350\ \Omega$  weicht von den in den Aufnehmern aufgrund des geringeren Leistungsbedarfs eingesetzten Brückenwiderständen im Kiloohm-Bereich stark ab. Um dies anzupassen, wurde der Brückenwiderstand bei den Messungen des HBM T40B durch zwei in die Brückenspeisespannungsleitungen eingebrachte  $523\text{-}\Omega$ -Widerstände auf ca.  $1,4\text{ k}\Omega$  erhöht, so dass die Speisespannung stabil war. Bei der Untersuchung der integrierten Elektronik sind nur relative Messungen der Übertragungsfunktion möglich, da die Skalierungsfaktoren werksseitig so eingestellt werden, dass die Aufnehmer bei Nennlast ein korrektes Signal ausgeben. Die Ergebnisse für die untersuchten Aufnehmer sind in Abbildung 4.18 dargestellt.

Für die Untersuchungen wurden als Ausgangssignal die Spannungsausgänge der Drehmomentaufnehmer herangezogen. Außerdem wurde der Frequenzgang der beiden Aufnehmer mit der hierzu geeigneten Auswertelektronik HBM ML60B für das MGCplus-Messsystem zum Vergleich untersucht. Der Aufnehmer HBM T40B bietet die Option, den Frequenzgang (digitales, frequenzmoduliertes Rechtecksignal) für verschiedene Mittenfrequenzen von  $(10 \pm 5)\text{ kHz}$ ,  $(60 \pm 30)\text{ kHz}$  und  $(240 \pm 120)\text{ kHz}$  einzustellen. Die gewählte Mittenfrequenz des Frequenzgangs beeinflusst überraschenderweise das Verhalten des Spannungsausgangs, wie aus den dargestellten Kalibrierergebnissen hervorgeht.

### A.10.3 Messunsicherheitseinflüsse für die dynamische Brückenverstärkerkalibrierung

Für die erfolgten dynamischen Kalibrierungen der Brückenverstärker wurden die Messunsicherheitseinflüsse analysiert. Hierbei wurde, wie auch für die anderen Messunsicherheitsbetrachtungen, eine Monte-Carlo-Simulation angewendet. Die einzelnen untersuchten Einflussgrößen sind in Tabelle A.14 zu finden. Die Einflüsse durch das Voltmeter wurden anhand der Angaben aus dem Datenblatt [Agi11] abgeschätzt.

Die experimentellen Einflüsse durch Streuungen während der Messung wurden ebenfalls miteinbezogen. Die festgestellten Messunsicherheiten  $U$  sind abhängig von den

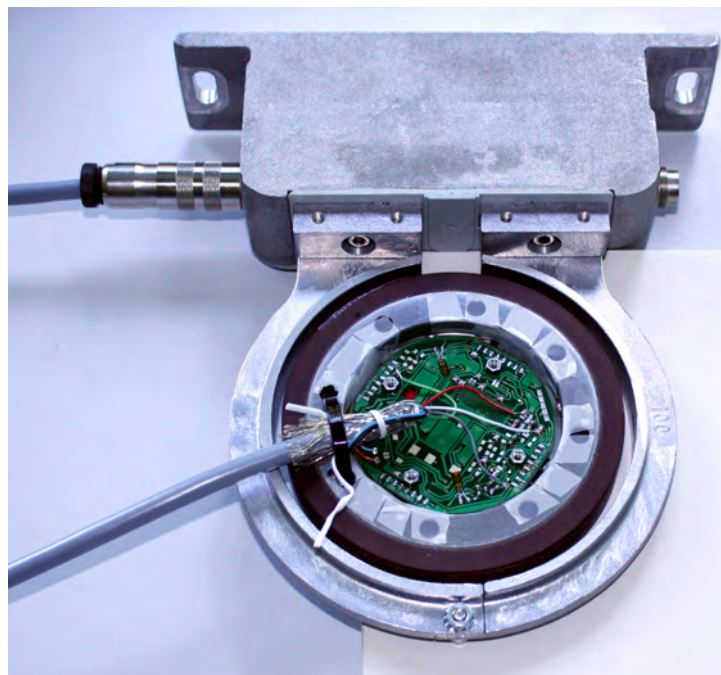


Abbildung A.15: Modifikation eines HBM-T10F-Rotors, um Zugang zu den Brückeneingängen zu erhalten.

Messdaten. Im Beispiel des für spätere Messungen genutzten Brückenverstärker Dewetron DAQP Bridge-B sind die Amplitude und Phase in Abbildung A.16 dargestellt.

Tabelle A.14: Einzelmessunsicherheitseinflüsse für die Amplitude und Phase bei der dynamischen Kalibrierung von Brückenverstärkern.

Einflussgröße Amplitude	Messunsicherheitsbeitrag	Verteilung
Kalibrierung DynBN	$u = 0,74 \cdot 10^{-4} \text{ mV/V} \dots 4,06 \cdot 10^{-4} \text{ mV/V}$	normalverteilt
Unsicherheit Voltmeter	$u_{\text{rel}} = 0,03 \%$	rechteckverteilt
Offset Voltmeter	$u = 0,02 \text{ mV}$	rechteckverteilt
Einfluss-50- $\Omega$ Voltmeter	$u_{\text{rel}} = 0,003 \%$	rechteckverteilt
Einflussgröße Phase	Messunsicherheitsbeitrag	Verteilung
Kalibrierung DynBN	$u = 0,51 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ \dots 8,78 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ$	normalverteilt
Unsicherheit Normalfrequenz	$u_{\text{rel}} = 1 \cdot 10^{-8}$	rechteckverteilt
Jitter Sample Timebase Voltmeter	$u = 100 \text{ ps rms}$	rechteckverteilt
Jitter ext. Trigger Voltmeter	$u = 2 \text{ ns rms}$	rechteckverteilt

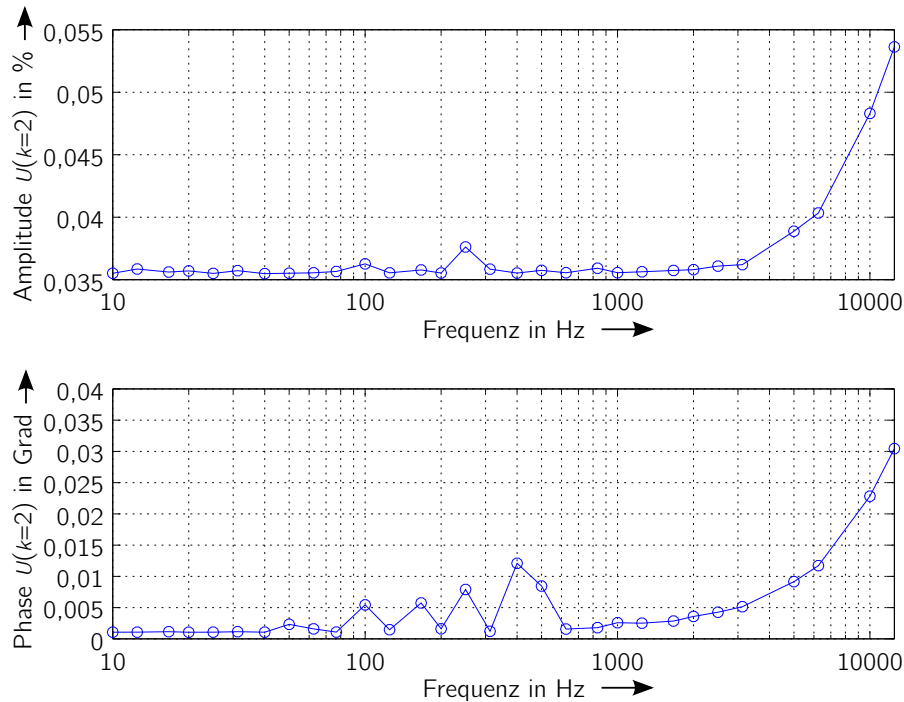


Abbildung A.16: Messunsicherheiten der Kalibriermessung eines Brückenverstärkers Dewetron DAQP Bridge-B mit dem dynamischen Brückennormal.

## A.11 Messunsicherheiten der einzelnen Messkanäle

### A.11.1 Kalibrierung des Winkelbeschleunigungsaufnehmers Acutronic 110-A

Die Kalibrierung des Winkelbeschleunigungsaufnehmers des Schwingerregers Acutronic 110-A wurde mit zwei Einpunktvibrometern realisiert. Der Aufbau ist in Abbildung A.17 dargestellt, wobei zwecks Vereinfachung nur ein Vibrometer gezeigt ist. Auf die Kopfplatte des Rotationserregers wurden zwei Tripelprismen in bekanntem Abstand zur Rotationsachse montiert. Die Laserstrahlen beider Vibrometer wurden auf das Prisma gerichtet und so justiert, dass der Strahl orthogonal zur Vorderseite des Prismas eintrat (für die Anordnung der Komponenten siehe Abbildung A.18). Mit dem Rotationserreger wurden sinusförmige Schwingungen erzeugt, und die Ausgangssignale von Winkelbeschleunigungssensor und Vibrometern wurden aufgezeichnet.

Es gilt der trigonometrische Zusammenhang zwischen der Winkelveränderung  $\Delta\Phi(t)$  und der vom Interferometer gemessenen Wegauslenkung des Prismas in Strahlrichtung  $\Delta s(t)$  mit dem Abstand zur Rotationsachse  $l$  gemäß

$$\tan(\Delta\Phi(t)) = \frac{\Delta s(t)}{l} \quad . \quad (\text{A.39})$$

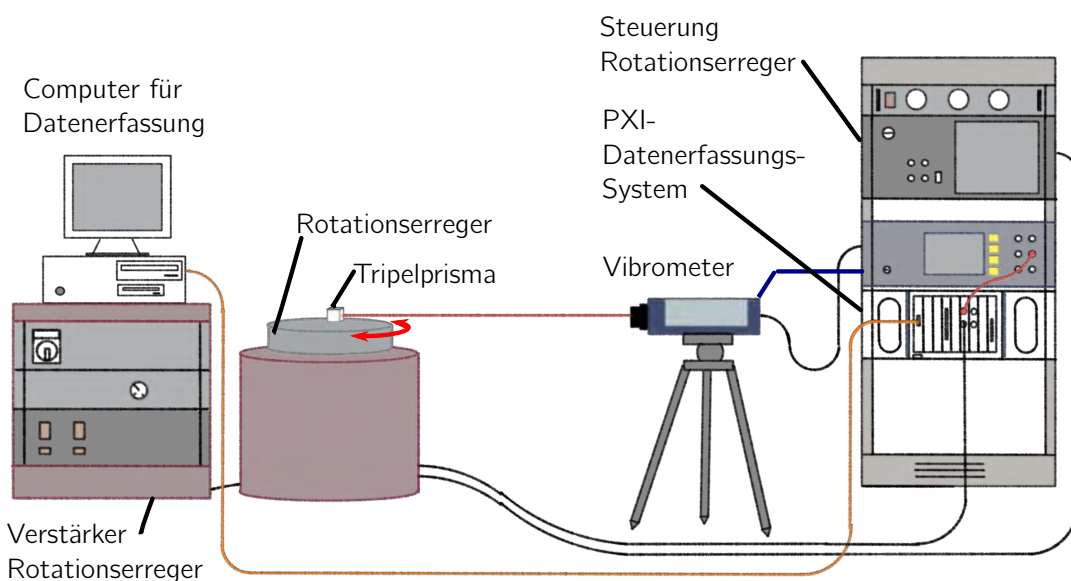


Abbildung A.17: Kalibrierung des Winkelbeschleunigungssensors mittels Vibrometer und Tripelprisma.

Für kleine Winkel kann der Tangens vereinfacht als Eins angenommen werden (Kleinwinkelnäherung). Der Winkel  $\Delta\Phi(t)$  folgt dann mit

$$\Delta\Phi(t) \approx \frac{\Delta s(t)}{l} \quad . \quad (A.40)$$

Entsprechendes gilt für die Geschwindigkeit  $v$  und die Beschleunigung  $a$ . Für die Messung wurden die Rohsignale der Vibrometer ausgewertet. Aus den zwei Vibrometerkanälen wurde ein Mittelwert gebildet. Unter der Annahme harmonischer Oszillationen nach Gleichung 3.38 gilt für den Zusammenhang von Winkelbeschleunigung  $\ddot{\Phi}(t)$  und der gemess-

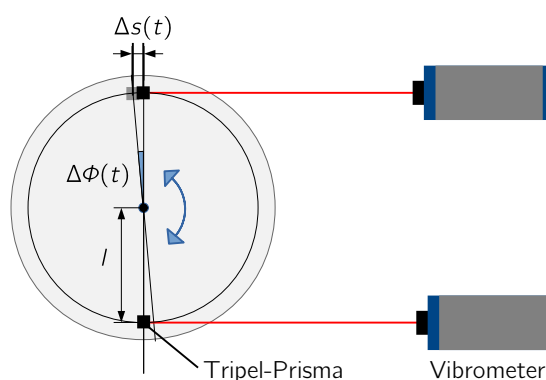


Abbildung A.18: Anordnung der Tripelprismen und Vibrometer für die Messung der Winkelbeschleunigung.

senen translatorischen Wegauslenkung  $s(t)$  in Abhängigkeit der jeweilige Kreisfrequenz  $\omega$

$$\ddot{\Phi}(t) \approx \left( \frac{-\omega^2(s(t))}{l} \right) \quad . \quad (\text{A.41})$$

Für die Kalibrierung wurden sinusförmige Schwingungen mit Frequenzen aus der 1/3-Oktavreihe passend zu den Drehmoment-Messungen gewählt. Die Messungen wurden wiederholt um Einflüsse durch zeitliche Veränderungen miteinbeziehen zu können.

Für die Abschätzung der Messunsicherheit wurde eine Monte-Carlo-Simulation auf die Messergebnisse angewendet. Das entsprechende Ishikawa-Diagramm mit den verschiedenen Einflussgrößen ist in Abbildung A.19 dargestellt, und in Tabelle A.15 sind die Einzelmessunsicherheitseinflüsse aufgeführt.

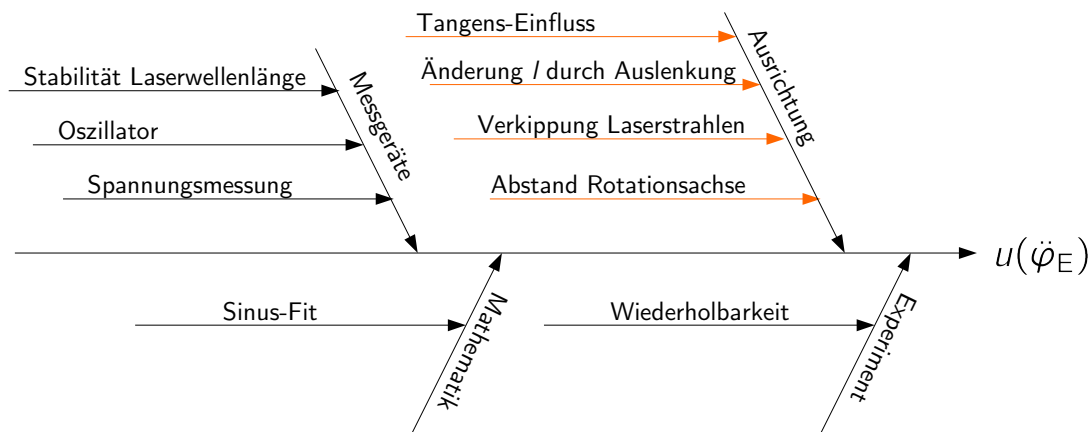


Abbildung A.19: Ishikawa-Diagramm der Messunsicherheitseinflüsse für die Winkelbeschleunigungsmessung. Rot dargestellt sind korrelierte Einzelmessunsicherheitseinflüsse.

Die aus den Kalibriermessungen bestimmte Übertragungsfunktion für Betrag und Phase des Acutronic-110-A-Winkelbeschleunigungsaufnehmers inklusive der sich ergebenden erweiterten Messunsicherheit  $U(k = 2)$  ist in Abbildung A.20 dargestellt.

### A.11.2 Messunsicherheitsbetrachtung für $\Delta\varphi_{HB}$

Das Ausgangssignal des Drehmomentenaufnehmers stellt eine der Eingangsgrößen für beide Übertragungsfunktionen dar. Für die Messunsicherheitsbetrachtung und für die Gewichtung beim Maximum-Likelihood-Schätzer muss die Messunsicherheit des Signals abgeschätzt werden. Die einzelnen betrachteten Unsicherheitseinflüsse sind in Tabelle A.16 dargestellt.

Die Einflüsse der Raumfeuchte wurden anhand der Untersuchungen in [Brü12] abgeschätzt. Die Raumtemperatur und Raumfeuchte werden kontinuierlich protokolliert.

Tabelle A.15: Messunsicherheitseinflüsse für die Kalibrierung des Acutronic Winkelbeschleunigungsaufnehmers.

Einflussgröße	Messunsicherheitsbeitrag	Verteilung
Stabilität $\lambda$	$u_{\text{rel}} = 1,88 \cdot 10^{-5}$	normalverteilt
Oszillator	$u_{\text{rel}} = 5 \cdot 10^{-8}$	normalverteilt
Abweichung PXI-5922	$u_{\text{rel}} = 3 \cdot 10^{-4}$	normalverteilt
Streuung PXI-5922	$u_{\text{rel}} = 2,5 \cdot 10^{-6}$	normalverteilt
Tangens-Einfluss	$u_{\text{rel}} = 8,51 \cdot 10^{-4}$	spez. Verteilung
Änderung $l$ durch Auslenkung	$u_{\text{rel}} = 5 \cdot 10^{-7}$	spez. Verteilung
Verkipfung Laserstrahlen	$u = 0,85^\circ$	normalverteilt
Abstand Rotationsachse	$u_{\text{rel}} = 7,9 \cdot 10^{-4}$	normalverteilt

Da der Laborraum nicht klimatisiert ist und die ausströmende trockene Druckluft die relative Luftfeuchte reduziert, ist von relativ großen Schwankungen von 20 % rH auszugehen.

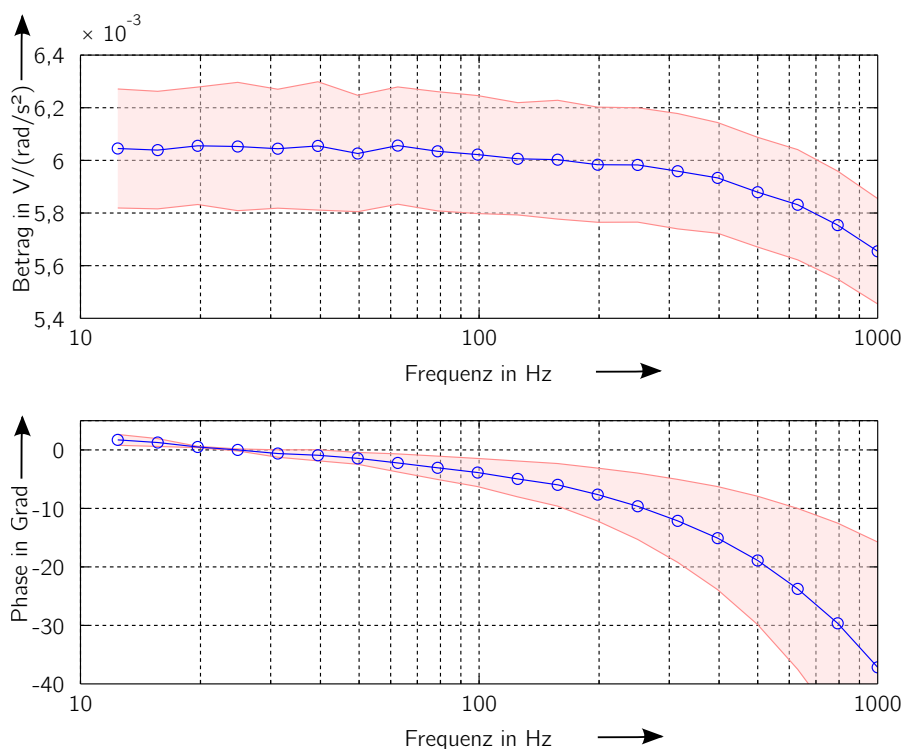


Abbildung A.20: Übertragungsfunktion des Winkelbeschleunigungsaufnehmers Acutronic 110-A mit den zugeordneten erweiterten Messunsicherheiten  $U(k = 2)$ .

Tabelle A.16: Einzelmessunsicherheitseinflüsse das dynamische Ausgangssignal des Brückenverstärkers  $U_{\text{DUT}}$  bzw.  $\rho \cdot \Delta\varphi_{\text{HB}}$ .

Einflussgröße	Messunsicherheitsbeitrag	Verteilung
Brückenverstärker	$u_{\text{rel}} = 0,1 \%$	normalverteilt
Spannungserfassung	$u_{\text{rel}} = 3 \cdot 10^{-4}$	normalverteilt
Raumfeuchte	$u_{\text{rel}} = 1 \cdot 10^{-4}$	normalverteilt
Mechanische Effekte	$u_{\text{rel}} = 1 \cdot 10^{-4}$	normalverteilt
Temperatureinfluss ( $\pm 4 \text{ }^\circ\text{C}$ ) [Hot04]	$u_{\text{rel}} = 4 \cdot 10^{-4}$	rechteckverteilt
Linearitätsabweichung [Hot04]	$u_{\text{rel}} = 0,1 \%$	rechteckverteilt

Tabelle A.17: Einzelmessunsicherheitseinflüsse der interferometrischen Winkelmessung  $\varphi_{\text{M}}$ .

Einflussgröße	Messunsicherheitsbeitrag	Verteilung
Genauigkeit der Gitterteilung	$u = 0,128 \text{ arcsec}$	normalverteilt
Exzentrizität	$u = 1,1225 \text{ arcsec}$	rechteckverteilt
Unsicherheit Laserfrequenz	$u_{\text{rel}} = 1 \cdot 10^{-5}$	normalverteilt
Unsicherheit Zeitbasis	$u_{\text{rel}} = 1 \cdot 10^{-8}$	normalverteilt

Die mechanischen Effekte durch Biegemomente und Axialkräfte wurden ausgehend von Untersuchungen in [Rös99] abgeschätzt. Dort zeigten Vollwellenaufnehmer (wie der HBM T5) eine geringe Empfindlichkeit gegenüber unerwünschten mechanischen Beanspruchungen.

Die Messunsicherheiten wurden quadratisch addiert (vgl. Gleichung 3.117), die sich ergebende Standardunsicherheit beträgt  $u = 0,42 \%$ , und die erweiterte Messunsicherheit beträgt dann  $U(k = 2) = 0,84 \%$ .

### A.11.3 Messunsicherheitsbetrachtung der interferometrischen Winkelmessung $\varphi_{\text{M}}$

Die einzelnen bestimmbaren Messunsicherheitseinflüsse für die interferometrische Winkelmessung sind sehr klein. Sie sind in Tabelle A.17 aufgeführt. Die quantifizierbaren Messunsicherheitsbeiträge lassen eine sehr kleine Messunsicherheit erwarten. Es bestehen aber noch zusätzliche Einflüsse auf das Messergebnis, die sich nur mit weiteren, umfänglichen Messungen quantifizieren ließen, deren Umfang aber den Zeitplan dieser Arbeit sprengen. Daher muss anhand vorhandener Informationen die Messunsicherheit

konservativ abgeschätzt werden. Die zusätzlichen Einflüsse sind im Folgenden aufgeführt:

**Laserposition** Bei Messungen mit Einpunktvibrometern wurden Bewegungen der Ortsposition des Laserstrahls festgestellt. Diese Einflüsse spielen bei üblichen Messungen in Bewegungsrichtung (engl. Out-of-plane Measurement) keine große Rolle. Bei der Messung durch die Gitterscheibe werden bei der Bewegung des Laserstrahls Linien des Gitters durchlaufen und so eine nicht vorhandene Winkelpositionsänderung detektiert.

**Mechanische Schwingungen** Das Messprinzip mit zwei Messstrahlen, die symmetrisch die Winkelinformationen erfassen, ist robust gegenüber parasitären Schwingungen. Dennoch lässt sich feststellen, dass Erschütterungen in der Umgebung der Messeinrichtung zu Ausschlägen im Winkelpositionssignal führen. Dies könnte auf unerwünschte Schwingungen der Spiegel oder deren Aufhängungen zurückzuführen sein. Die während der Messung entstehenden Schwingungen können in Amplitude und Phase identisch oder sehr ähnlich dem eigentlich zu erfassenden Signal sein. Somit kann die parasitäre Schwingung das Signal verfälschen und dennoch unerkannt bleiben.

Die mit der geringsten Unsicherheit interferometrisch rückführbare mechanische Messgröße stellt die translatorische *Beschleunigung* dar. Die realisierbaren erweiterten Messunsicherheiten  $U(k = 2)$  liegen hier bei 0,1 % bis 0,2 % und damit weit oberhalb der summierten quantifizierbaren Einzeleinflüsse aufgrund der Winkelpositionsmessung.

Die möglichen zusätzlichen Effekte werden dergestalt in die Messunsicherheitsbetrachtung miteinbezogen, dass für die Winkelpositionsmessung von einer Standardunsicherheit von  $u = 0,5\%$  ausgegangen werden kann, bis die zusätzlichen Einflüsse genauer quantifiziert werden können.

## A.12 Anzahl der Monte-Carlo-Simulationsdurchläufe

Die Ergebnisse von Messunsicherheitbetrachtungen mittels einer Monte-Carlo-Simulation sind wiederum Zufallsergebnisse und abhängig von der Anzahl der durchgeführten Simulationsläufe. Ist diese Anzahl zu gering, kann das Ergebnis verfälscht sein. Daher muss abgeschätzt werden, wie hoch die Anzahl der Monte-Carlo-Simulationen für die Bestimmung der Messunsicherheit einer Messgröße sein sollte. Dies kann nicht allgemein für alle Messungen erfolgen, sondern ist abhängig von den gewählten Eingangsgrößen und den gewählten Auswertalgorithmen. In Abbildung A.21 ist beispielhaft die Abhängigkeit der errechneten Standardmessunsicherheit von der Anzahl der Monte-Carlo-Simulationen dargestellt.

Für die Analyse der nötigen Anzahl von Monte-Carlo-Durchläufen sind verschiedene Verfahren möglich, bei denen blockweise bei  $i$  von  $n$  Durchläufen die Mittelwerte  $y_i$  und



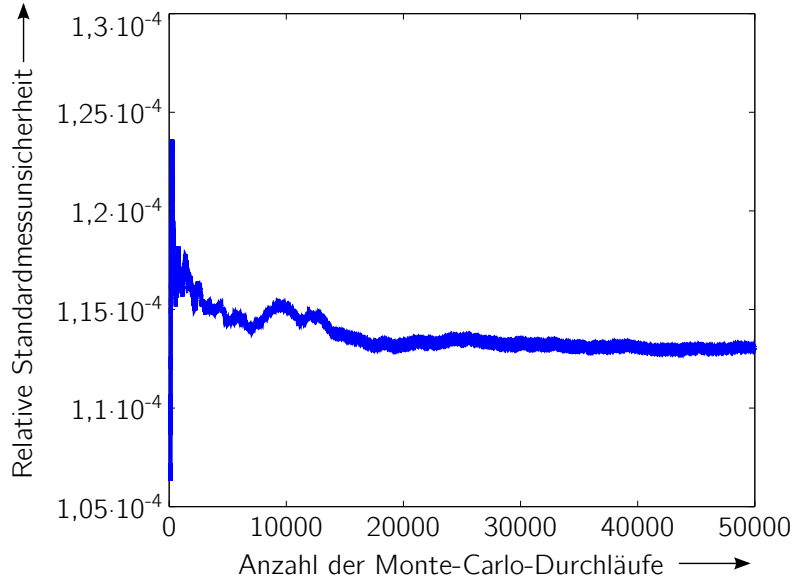


Abbildung A.21: Änderung der berechneten relativen Standardunsicherheit einer Torsionssteifigkeitsmessung in Abhängigkeit der Anzahl der Monte-Carlo-Simulationen.

die Stichprobenstandardabweichung  $s_i$  gebildet werden. Die Anzahl an Monte-Carlo-Durchläufen pro Block wird zuvor festgelegt. Für die Aussage, ob eine ausreichende Menge an Monte-Carlo-Berechnungen erfolgt ist, wird eine ansteigende Zahl von Blöcken untersucht. Aus den Einzelergebnissen pro Block werden mit steigender Anzahl  $i$  der Blöcke ab dem zweiten Block jeweils der Mittelwert  $\bar{y}_i$  und die Standardabweichung  $s_i$  für den Mittelwert nach

$$\bar{y}_i = \frac{1}{i} \sum_{m=2}^i y_m \quad , \quad s_{y_i}^2 = \frac{1}{i-1} \sum_{m=2}^i (y_m - \bar{y}_i)^2 \quad (\text{A.42})$$

gebildet. Entsprechend wird mit der Streuung der relativen Standardabweichung der einzelnen Blöcke verfahren.

$$\bar{s}_{\text{rel},i} = \frac{\bar{s}_i}{\bar{y}_i} = \frac{1}{i \cdot \bar{y}_i} \sum_{m=2}^i s_m \quad , \quad s_{s_{\text{rel},i}}^2 = \frac{1}{i-1} \sum_{m=2}^i (s_m - \bar{s}_i)^2 \quad (\text{A.43})$$

Für die zulässige Streuung kann nun ein jeweiliger Toleranzparameter  $\delta_{\text{tol}}$  herangezogen werden.

$$\delta_{\text{tol}}(\bar{y}_i) = \sqrt{\frac{k \cdot s_{y_i}}{i}} \quad , \quad \delta_{\text{tol}}(s_{\text{rel},i}) = \sqrt{\frac{k \cdot s_{s_{\text{rel},i}}}{i}} \quad (\text{A.44})$$

Die Abschätzung der Toleranz nach GUM S1 [Bur+08a] nimmt den Erweiterungsfaktor von  $k = 2$  für das Konfidenzintervall von  $p = 95\%$  bei einer Normalverteilung und einer endlichen Anzahl von Stichproben an, was das Risiko fälschlicher Unterabschätzungen der Streuungen, besonders bei kleiner Stichprobenanzahl, beinhaltet. Daher schlägt [Wüb+10]

die Annahme einer Student-t-Verteilung mit an die Anzahl der Stichproben angepassten Konfidenzintervallen vor. Ein alternatives zweistufiges Verfahren wird dort ebenfalls untersucht.

Die Abschätzung der nötigen Monte-Carlo-Durchläufe wurde nach der vorgestellten Methode unter Annahme der Student-t-Verteilung vorgenommen. Zwar besteht auch bei dieser Berechnung potenziell eine kleine Möglichkeit der Unterabschätzung des Toleranzparameters, die Häufigkeit solcher Unterabschätzungen ist aber im Vergleich zu dem Vorschlag aus dem GUM S1 stark reduziert.

Ergebnisse für verschiedene Anzahlen von Blöcken mit je 1000 Simulationsergebnissen sind in Abbildung A.22 für das Verfahren nach GUM und für das alternative Verfahren mit der Student-t-Verteilung aus denselben Daten wie in Abbildung A.21 berechnet. Das Konfidenzintervall betrug in beiden Fällen  $p = 95\%$ . Die Abweichungen beider Verfahren sind bei kleiner Anzahl untersuchter Blöcke deutlich zu erkennen.

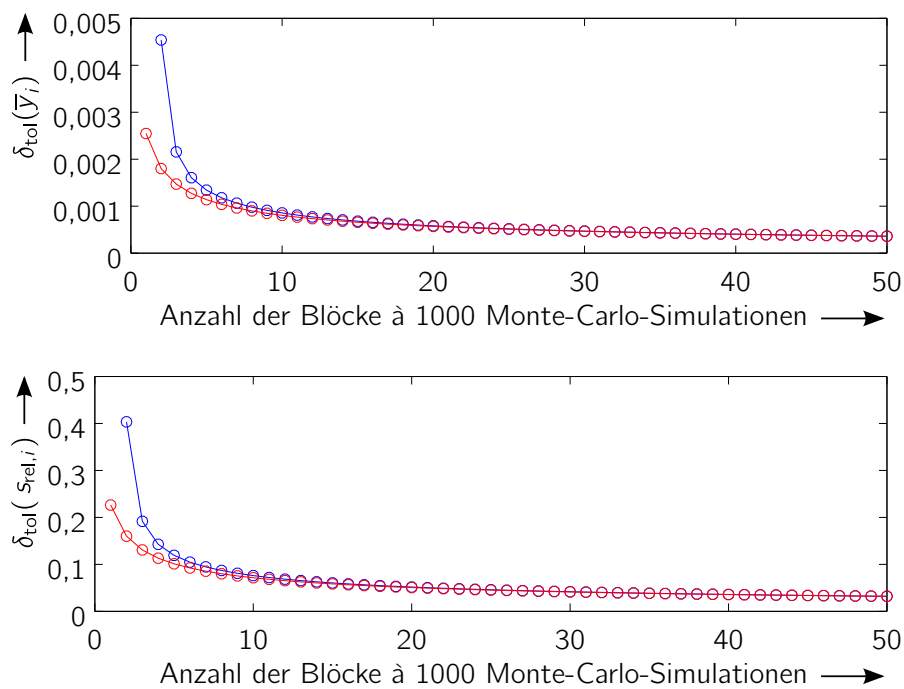


Abbildung A.22: Änderung des Toleranzparameters  $\delta_{\text{tol}}$  für den Mittelwert (oben) und die Standardabweichung (unten) einer Monte-Carlo-Simulation. Rot sind die Berechnung nach GUM S1 und blau die Berechnung nach [Wüb+10] dargestellt.

## B Veröffentlichungen im Rahmen der Arbeit

Forschungsergebnisse dieser Arbeit wurden in den folgenden Zeitschriftenartikeln, Konferenz- und Workshopbeiträgen vorveröffentlicht:

- [Bar+13] Claire Bartoli, M. Florian Beug, Thomas Bruns, Clemens Elster, Trevor Esward, Leonard Klaus, Andy Knott, Michael Kobusch, Sari Saxholm und Christian Schlegel. „Traceable Dynamic Measurement of Mechanical Quantities: Objectives and First Results of this European Project“. In: *International Journal of Metrology and Quality Engineering* 3.3 (13. Mai 2013), S. 127–135. DOI: 10.1051/ijmqe/2012020.
- [Bar+14] Claire Bartoli, M. Florian Beug, Thomas Bruns, Clemens Elster, Trevor Esward, Leonard Klaus, Andy Knott, Michael Kobusch, Sari Saxholm und Christian Schlegel. „Dynamic Calibration of Force, Torque and Pressure Sensors“. In: *Proc. of Joint IMEKO International TC3, TC5 and TC22 Conference 2014*. Joint IMEKO International TC3, TC5 and TC22 Conference 2014. Kapstadt, Südafrika, Feb. 2014.
- [KBK12a] Leonard Klaus, Thomas Bruns und Michael Kobusch. „Determination of Model Parameters for a Dynamic Torque Calibration Device“. In: *Proc. of XX IMEKO World Congress*. XX IMEKO World Congress. Busan, Südkorea, Sep. 2012.
- [KBK12b] Leonard Klaus, Thomas Bruns und Michael Kobusch. „Experimental Determination of Torsional Stiffness, Mass Moment of Inertia and Damping of Components of the Dynamic Torque Calibration Device“. In: 7th Workshop on Analysis of Dynamic Measurements. Paris, Frankreich, Okt. 2012.
- [KBK13] Leonard Klaus, Thomas Bruns und Michael Kobusch. „Dynamic Torque Calibration – Necessity and Outline of a Model-based Approach“. In: *Proc. of 5th International Competition Best Young Metrologist of COOMET 2013*. 5th International Competition Best Young Metrologist of COOMET 2013. Braunschweig, Juni 2013, S. 61–64. DOI: 10.7795/810.20140929P.
- [KBK14] Leonard Klaus, Thomas Bruns und Michael Kobusch. „Modelling of a Dynamic Torque Calibration Device and Determination of Model Parameters“. In: *ACTA IMEKO* 3.2 (Juni 2014), S. 14–18.
- [KBV15] Leonard Klaus, Thomas Bruns und Henrik Volkers. „Calibration of Bridge-, Charge- and Voltage Amplifiers for Dynamic Measurement Applications“. In: *Metrologia* 52.1 (Feb. 2015), S. 72–81. DOI: 10.1088/0026-1394/52/1/72.

- [KK14] Leonard Klaus und Michael Kobusch. „Experimental Method for the Non-Contact Measurement of Rotational Damping“. In: *Proc. of Joint IMEKO International TC3, TC5 and TC22 Conference 2014*. Joint IMEKO International TC3, TC5 and TC22 Conference 2014. Kapstadt, Südafrika, Feb. 2014.
- [KKB15] Leonard Klaus, Michael Kobusch und Thomas Bruns. „A Model-Based Approach for the Dynamic Calibration of Torque Transducers“. In: *Proceedings of the 33rd IMAC, A Conference and Exposition on Structural Dynamics*. IMAC XXXIII, A Conference and Exposition on Structural Dynamics. Bd. Sensors and Instrumentation, Volume 5. Orlando, USA: Springer, Feb. 2015, S. 61–72. DOI: 10.7795/820.20150414K.
- [Kla+14] Leonard Klaus, Barbora Arendacká, Michael Kobusch und Thomas Bruns. „Model Parameter Identification from Measurement Data for Dynamic Torque Calibration“. In: *Proc. of Joint IMEKO International TC3, TC5 and TC22 Conference 2014*. Joint IMEKO International TC3, TC5 and TC22 Conference 2014. Kapstadt, Südafrika, Feb. 2014.
- [Kla+15] Leonard Klaus, Barbora Arendacká, Michael Kobusch und Thomas Bruns. „Dynamic Torque Calibration by Means of Model Parameter Identification“. In: *ACTA IMEKO 4.2* (29. Juni 2015), S. 39–44.
- [Kla14] Leonard Klaus. „Dynamic Torque Calibration“. In: 6th CIMM-PTB Seminar on Dynamic Measurements and Nanometrology. Braunschweig, Sep. 2014.
- [Kla15a] Leonard Klaus. „Comparison of Hilbert Transform and Sine Fit Approaches for the Determination of Damping Parameters“. In: *Proc. of XXI IMEKO World Congress*. XXI IMEKO World Congress. Prag, Tschechische Republik, Sep. 2015.
- [Kla15b] Leonard Klaus. „Dynamic Torque Calibration“. In: *PTB Mitteilungen 125.2* (Okt. 2015), S. 12–17. DOI: 10.7795/310.20150203.
- [Kla15c] Leonard Klaus. „Identification of Model Parameters of a Partially Unknown Linear Mechanical System from Measurement Data“. In: *Proc. of XXI IMEKO World Congress*. XXI IMEKO World Congress. Prag, Tschechische Republik, Sep. 2015.
- [Kob+14] Michael Kobusch, Claire Bartoli, M. Florian Beug, Thomas Bruns, Sascha Eichstädt, Trevor Esward, Leonard Klaus, Andy Knott, Nieves Medina Martin und Christian Schlegel. „Proyecto de investigación europeo para la medición dinámica de magnitudes mecánicas“. In: *Simposio de Metrología Memorias 2014*. Simposio de Metrología 2014. Querétaro, Mexiko: Centro Nacional de Metrología, (CENAM), Okt. 2014, S. 111–119.

## C Literaturverzeichnis

- [AB89] Alessandro Agneni und Luigi Balis-Crema. „Damping Measurements from Truncated Signals via Hilbert Transform“. In: *Mechanical Systems and Signal Processing* 3.1 (Jan. 1989), S. 1–13. DOI: 10.1016/0888-3270(89)90019-8.
- [Acu98] Acutronic Deutschland GmbH. *Systemhandbuch IM-20775 für Rotatorischer Erreger*. Okt. 1998.
- [Agi11] Agilent Technologies, Inc. *Agilent 3458A Multimeter – Data Sheet*. Nov. 2011.
- [AS72] Milton Abramowitz und Irene A. Stegun, Hrsg. *Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables*. 10. ed. Bd. 10. National Bureau of Standards Applied Mathematics Series 55. Washington, DC: United States Department of Commerce, 1972.
- [Aug12] August Manser AG. *Macor Glaskeramik – Der universelle Hochleistungswerkstoff*. Jan. 2012.
- [AW06] Jürgen Andrae und Georg Wegener. „Dynamische Drehmomentmessung. Drehmomentaufnehmer in Leistungsprüfständen (Dynamic Torque Measurement. Torque Transducers in Power Test Stands)“. In: *tm – Technisches Messen* 73.12 (Jan. 2006). DOI: 10.1524/teme.2006.73.12.684.
- [Bar82] Wilfried Bartz. *Luftlagerungen*. Grafenau/Württ.: Expert Verlag, 1982.
- [Bar96] Antony Barber. *Pneumatic Handbook*. 8. ed. London [u.a.]: Elsevier Advanced Technology, 1996.
- [Bau+94] Haim H. Bau, Nico F. de Rooij, Benjamin Kloeck, Wolfgang Göpel, J. Hesse und J. N. Zemel, Hrsg. *Mechanical Sensors*. Weinheim [u.a.]: VCH, 1994.
- [Bay07] Bayerische Motoren Werke Aktiengesellschaft. *Motorenprüfstand Vollastprüfung BMW E92 M3*. März 2007.
- [BB05] Gregory L. Baker und James A. Blackburn. *The Pendulum*. Oxford [u.a.]: Oxford Univ. Press, 2005.
- [Bel+07] A Beléndez, C Pascual, DI Méndez, T Beléndez und C Neipp. „Exact Solution for the Nonlinear Pendulum“. In: *Revista Brasileira de Ensino de Física* 29.4 (2007), S. 645–648.
- [Ben85] Julius S. Bendat. *The Hilbert Transform and Applications to Correlation Measurement*. Nærum, Dänemark: Brüel & Kjær, 1985.
- [Bim93] Dieter Bimberg. *Meßtechniken mit Lasern: Interferometrie, Holographie, Anemometrie, Speckles*. Kontakt & Studium: Meß- und Prüftechnik 378. Ehningen bei Böblingen: expert-Verl., 1993.

- [BMR12] M. Florian Beug, Harald Moser und Günther Ramm. „Dynamic Bridge Standard for Strain Gauge Bridge Amplifier Calibration“. In: *Proc. of Conference on Precision Electromagnetic Measurements (CPEM)*. Conference on Precision Electromagnetic Measurements (CPEM). Washington, D.C., USA, Juli 2012, S. 568–569. DOI: 10.1109/CPEM.2012.6251056.
- [Bos07] Adriaan van den Bos. *Parameter Estimation for Scientists and Engineers*. Hoboken, N.J.: Wiley-Interscience, 2007.
- [BPR00] Andreas Brüge, Diedert Peschel und Dirk Röske. „The Influence of Misalignment on Torque Transducers“. In: *Proc. of XVI IMEKO World Congress*. XVI IMEKO World Congress. Wien, Österreich, 25. Sep. 2000.
- [Bri12] Burghart Brinkmann. *Internationales Wörterbuch der Metrologie – grundlegende und allgemeine Begriffe und zugeordnete Benennungen (VIM); ISO / IEC-Leitfaden 99:2007 = Vocabulaire international de métrologie*. Berlin; Wien; Zürich: Beuth, 2012.
- [Bru+02] Thomas Bruns, Rolf Kumme, Michael Kobusch und Manfred Peters. „From Oscillation to Impact: The Design of a New Force Calibration Device at PTB“. In: *Measurement* 32.1 (2002), S. 85–92. DOI: 10.1016/S0263-2241(01)00048-3.
- [Bru03] Thomas Bruns. „Sinusoidal Torque Calibration: A Design for Traceability in Dynamic Torque Calibration“. In: *Proc. of XVII IMEKO World Congress – Metrology in the 3rd Millennium*. XVII IMEKO World Congress – Metrology in the 3rd Millennium. Dubrovnik, Kroatien, 22. Juni 2003.
- [Brü12] Andreas Brüge. „Influence of Humidity on Torque Transducers – Estimation Methods for Calibration Laboratories“. In: *Proc. of XX IMEKO World Congress*. XX IMEKO World Congress. Busan, Südkorea, 2012.
- [Bur+08a] Bureau International des Poids et Mesures, International Electrotechnical Commission, International Federation of Clinical Chemistry, International Organization for Standardization, International Union of Pure and Applied Chemistry, International Union of Pure and Applied Physics und International Organization of Legal Metrology. *Evaluation of Measurement Data — Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement = Évaluation des données de mesure — Guide pour l’expression de l’incertitude de mesure*. Sèvres, Frankreich, Sep. 2008.
- [Bur+08b] Bureau International des Poids et Mesures, International Electrotechnical Commission, International Federation of Clinical Chemistry, International Organization for Standardization, International Union of Pure and Applied Chemistry, International Union of Pure and Applied Physics und International Organization of Legal Metrology. *Evaluation of Measurement Data — Supplement 1 to the “Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement” — Propagation of Distributions using a Monte Carlo Method = Évaluation des données de mesure — Supplément 1 du “Guide pour l’expression de l’incertitude de mesure” — Propagation de distributions par une méthode de Monte Carlo*. Sèvres, Frankreich, 2008.

- [Bur06] Bureau International des Poids et Mesures. *Le Système International d'Unités (SI) = The International System of Units (SI)*. Sèvres, Frankreich: Bureau International des Poids et Mesures, 2006.
- [BW06] Thomas Bruns und Achim Wedmann. „Experimentelle Bestimmung von Massenträgheitsmomenten als Rückführungsgröße für die dynamische Drehmomentkalibrierung (Experimental Determination of Moments of Inertia for Traceability in Dynamic Torque Calibration)“. In: *tm – Technisches Messen* 73.12 (Jan. 2006). DOI: 10.1524/teme.2006.73.12.692.
- [CM65] B. L. Clarkson und C. A. Mercer. „Use of Cross Correlation in Studying the Response of Lightly Damped Structures to Random Forces.“ In: *AIAA Journal* 3.12 (Dez. 1965), S. 2287–2291. DOI: 10.2514/3.3358.
- [Deu03a] Deutscher Kalibrierdienst. *Richtlinie DKD-R 3-8: Statische Kalibrierung von Kalibriereinrichtungen für Drehmomentschraubwerkzeuge*. Okt. 2003.
- [Deu03b] Deutsches Institut für Normung e.V. *DIN ES ISO 6789:2003: Handbetätigte Drehmoment-Werkzeuge – Anforderungen und Prüfverfahren für die Typprüfung, Annahmeprüfung und das Rekalibrierverfahren*. Okt. 2003.
- [Deu05] Deutsches Institut für Normung e.V. *DIN 51309:2005-12: Werkstoffprüfmaschinen – Kalibrierung von Drehmomentmessgeräten für statische Drehmomente*. Dez. 2005.
- [Deu06] Deutsches Institut für Normung e.V. *DIN ISO 15488:2006-01: Spannzangen mit Einstellwinkel 8° für Werkzeugschäfte – Spannzangen, Spannmuttern und Anschlussmaße*. Jan. 2006.
- [Deu98] Deutscher Kalibrierdienst. *Richtlinie DKD-R 3-5: Kalibrierung von Drehmomentmessgeräten für statische Wechseldrehmomente*. Dez. 1998.
- [Dr 12] Dr. Johannes Heidenhain GmbH. *Montageanleitung ERO 6070, ERO 6080*. Jan. 2012.
- [Dr 13] Dr. Johannes Heidenhain GmbH. *Winkelmessgeräte ohne Eigenlagerung*. Aug. 2013.
- [EH00] Bernard Espion und Pierre Halleux. „Long-Term Measurements of Strains with Strain-Gauges and Stability of Strain-Gauge Transducers“. In: *Reports in Applied Measurement RAM; Journal for the Electrical Measurement of Mechanical Quantities* (2000), S. 2–11.
- [Eic+14] Sascha Eichstädt, Barbora Arendacká, Alfred Link und Clemens Elster. „Evaluation of Measurement Uncertainty for Time-Dependent Quantities“. In: *EPJ Web of Conferences* 77.3 (2014). DOI: 10.1051/epjconf/20147700003.
- [EMR] EMRP JRP IND09. *Traceable Dynamic Measurement of Mechanical Quantities: Home*. URL: <http://projects.ptb.de/emrp/ind09.html> (besucht am 14.05.2013).
- [End06] Endevco Meggit Sensing Systems. *Guide to Adhesively Mounting Accelerometers*. Sep. 2006.

- [ET11] Clemens Elster und Blaza Toman. „Bayesian Uncertainty Analysis for a Regression Model versus Application of GUM Supplement 1 to the Least-Squares Estimate“. In: *Metrologia* 48.5 (1. Okt. 2011), S. 233–240. DOI: 10.1088/0026-1394/48/5/001.
- [Eur08] Euramet e.V. *European Metrology Research Programme – Outline 2008*. Nov. 2008.
- [Eur11] Euramet e.V. *EURAMET cg-14: Guidelines on the Calibration of Static Torque Measuring Devices*. März 2011.
- [FH09] Troy Feese und Charles Hill. „Prevention of Torsional Vibration Problems in Reciprocating Machinery“. In: *Proceedings of the Thirty-Eighth Turbomachinery Symposium*. Thirty-Eighth Turbomachinery Symposium. Houston, USA, 2009, S. 213–238.
- [Gau02] Gustav Gautschi. *Piezoelectric Sensorics: Force, Strain, Pressure, Acceleration and Acoustic Emission Sensors, Materials and Amplifiers*. Berlin [u.a.]: Springer, 2002.
- [Geo+06] D. Georgakopoulos, J.M. Williams, A. Knott, T.J. Esward und P.S. Wright. „Dynamic Characterisation of the Electronic Instrumentation Used in the Calibration of Fatigue Testing Machines“. In: *Science, Measurement and Technology, IEE Proceedings - 153.6* (2006), S. 256–259. DOI: 10.1049/ip-smt:20050104.
- [Hab09] Gerd Habenicht. *Kleben – Grundlagen, Technologien, Anwendungen*. 6. Auflage. VDI-Buch. Berlin: Springer, 2009.
- [Hav99] Howard S Havlicsek. „Strain Gage Angular Acceleration Sensor Facilitates Precise Control of Vibration Table“. In: *Symposium Gyro Technology*. Stuttgart, 1999, S. 5–5.
- [Her82a] Eberhard Heringhaus. „Trägerfrequenz- und Gleichspannungs-Meßverstärker für das Messen mechanischer Größen – ein Systemvergleich aus anwendungstechnischer Sicht – Teil 1: Arbeitsweisen und Vergleich charakteristischer Eigenschaften“. In: *Messtechnische Briefe*. Messtechnische Briefe 18 (1982).2 (1982), S. 42–49.
- [Her82b] Eberhard Heringhaus. „Trägerfrequenz- und Gleichspannungs-Meßverstärker für das Messen mechanischer Größen – ein Systemvergleich aus anwendungstechnischer Sicht – Teil 2: Verhalten gegenüber externen Störeinflüssen und praktische Auswahlhilfen“. In: *Messtechnische Briefe*. Messtechnische Briefe 18 (1982).3 (1982), S. 70–73.
- [Hof87] Karl Hoffmann. *Eine Einführung in die Technik des Messens mit Dehnungsmeßstreifen*. Darmstadt: Hottinger Baldwin Messtechnik, 1987.
- [Hot04] Hottinger Baldwin Messtechnik GmbH. *HBM T5 Drehmoment-Messwellen – Datenblatt*. Aug. 2004.
- [Hot05] Hottinger Baldwin Messtechnik GmbH. *HBM K3607 Kalibriergerät – Datenblatt*. 2005.



- [Hot09] Hottinger Baldwin Messtechnik GmbH. *HBM T10F Drehmoment-Messflansch – Datenblatt*. Aug. 2009.
- [Hot12] Hottinger Baldwin Messtechnik GmbH. *HBM TB2 Drehmoment-Referenz-aufnehmer – Datenblatt*. 2012.
- [Hot13] Hottinger Baldwin Messtechnik GmbH. *HBM T40B Drehmomentmessflansch – Datenblatt*. 2013.
- [Ins00] Michael D. Insalaco. „The Art of Fabricating a Rotational Accelerometer“. In: *Sensors* 17.9 (Sep. 2000), S. 114–119.
- [Ins14] Institut für Verbrennungsmaschinen, Technische Universität Braunschweig. *Dynamische Drehmomentmessdaten eines Einzylinder-Nutzfahrzeug-Dieselmotors*. Mai 2014.
- [ISO73] ISO TC 19. *ISO 3:1973, Preferred Numbers – Series of Preferred Numbers*. Genf, Schweiz: International Organization for Standardization (ISO), 1973.
- [ISO97] ISO TC 43. *ISO 266:1997, Acoustics – Preferred Frequencies for Measurements*. Genf, Schweiz: International Organization for Standardization (ISO), 1997.
- [ISO99] ISO TC 108/SC 3/WG 6. *ISO 16063-11:1999, Methods for the Calibration of Vibration and Shock transducers – Part 11: Primary Vibration Calibration by Laser Interferometry*. Genf, Schweiz: International Organization for Standardization (ISO), 1999.
- [JF70] Clark E. Johnson Jr. und Roger D. Foskett. „New Optical Torque Transducer and Dynamometer“. In: *IEEE Transactions on Industrial Electronics and Control Instrumentation* IECI-17.2 (Apr. 1970), S. 71–77. DOI: 10.1109/TIECI.1970.230154.
- [JM07] Matthew Jardin und Eric Mueller. „Optimized Measurements of UAV Mass Moment of Inertia with a Bifilar Pendulum“. In: *Proc. of AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit*. AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit. Hilton Head, USA: American Institute of Aeronautics und Astronautics, 20. Aug. 2007. DOI: 10.2514/6.2007-6822.
- [KB03] Michael Kobusch und Thomas Bruns. „The New Impact Force Machine at PTB“. In: *Proc. of XVII IMEKO World Congress – Metrology in the 3rd Millennium*. XVII IMEKO World Congress – Metrology in the 3rd Millennium. Dubrovnik, Kroatien, Juni 2003.
- [KH62] A. L. Korr und Paul Hyer. *A Trifilar Pendulum for the Determination of Moments of Inertia*. Aug. 1962.
- [Kis12] Kistler Gruppe. *Kistler 4550A KiTorq Rotor – Datenblatt*. 2012.
- [KK12] Michael Kobusch und Leonard Klaus. *Review of Structural Designs of Torque Transducers for Dynamic Measurements – EMRP JRP IND09 Deliverable 3.1.3*. März 2012.

- [KL90] Rolf Kumme und G. Lauer. *Development of Methods for Dynamic Force Calibration*. Luxemburg: Commission of the European Communities, Directorate-General Science, Research und Development, 1990.
- [Kob+07] Michael Kobusch, Alfred Link, André Buss und Thomas Bruns. „Comparison of Shock and Sine Force Calibration Methods“. In: *Proc. of IMEKO 20th TC3, 3rd TC16 and 1st TC22 International Conference*. IMEKO 20th TC3, 3rd TC16 and 1st TC22 International Conference. Merida, Mexiko, Nov. 2007.
- [Kos95] Volkmar Kose. „Dissemination of Units in Europe: Traceability and its Assurance in a National and Regional Context“. In: *Metrologia* 31.6 (1. Jan. 1995), S. 457–466. DOI: 10.1088/0026-1394/31/6/005.
- [KS08] Sven Kuhn und Rainer Schicker. „Ein hochpräzises Drehmomentmesssystem durch Trägerfrequenz-Messverstärker und Digitaltechnik (A High-Precision Torque Measurement System through Carrier Frequency Amplifier and Digital Technology)“. In: *tm - Technisches Messen* 75.2 (Feb. 2008), S. 91–98. DOI: 10.1524/teme.2008.0851.
- [Kuh09] Sven Kuhn. „High Precision Torque Measurement Systems in Dynamic and Static Applications“. In: *Proc. of XIX IMEKO World Congress – Fundamental and Applied Metrology*. XIX IMEKO World Congress – Fundamental and Applied Metrology. Lissabon, Portugal, 6. Sep. 2009.
- [Kum96] Rolf Kumme. „Untersuchung eines direkten Verfahrens zur dynamischen Kalibrierung von Kraftmeßgeräten: ein Beitrag zur Verringerung der Messunsicherheit“. Braunschweig: Technische Universität Braunschweig, 1996.
- [LDL10] Christian Lehrmann, Uwe Dreger und Frank Lienesch. „Wirkungsgradbestimmung an elektrischen Maschinen – Gegenüberstellung und Optimierung verschiedener Verfahren“. In: *Bulletin SEV / VSE: Fachzeitschrift von Elektrosuisse und VSE* 101.11 (Nov. 2010), S. 37–43.
- [Lin+06] Alfred Link, Michael Kobusch, Thomas Bruns und Clemens Elster. „Modellierung von Kraft- und Beschleunigungsaufnehmern für die Stoßkalibrierung (Modelling Force and Acceleration Transducers for Shock Calibrations)“. In: *tm - Technisches Messen* 73.12 (2006), S. 675–683.
- [LKH02] Andreas Lindau, Rolf Kumme und Andrea Heiker. „Investigation in the Local Gravity Field of a Force Laboratory of PTB“. In: *VDI-Berichte 1685 - Proc. of Joint International Conference IMEKO TC3/TC5/TC20*. Joint International Conference IMEKO TC3/TC5/TC20. Bd. 1685. VDI-Berichte. Celle: VDI-Verlag, Sep. 2002.
- [LRS94] Andrew C. Lewin, Volkmar Roth und Georg Siegmund. „New Concept for Interferometric Measurement of Rotational Vibrations“. In: *Proc. SPIE 2358*. First International Conference on Vibration Measurements by Laser Techniques: Advances and Applications. Ancona, Italien, 8. Sep. 1994, S. 24–36. DOI: 10.1117/12.185312.

- [LS06] Torben R. Licht und Sven Erik Salboel. „ISO 16063-11: Primary Vibration Calibration by Laser Interferometry. Evaluation of Sine Approximation Realised by FFT.“ In: *Proc. of XVIII IMEKO World Congress – Metrology for a Sustainable Development*. XVIII IMEKO World Congress – Metrology for a Sustainable Development. Rio de Janeiro, Brasilien, Sep. 2006.
- [LW14] Johann Lenz und Patrick Waning. „Schwingungstechnische Untersuchung von Kupplungsschäden an Kolbenverdichtern“. In: *Erdöl Erdgas Kohle* 130.1 (Jan. 2014), S. 25–29.
- [LW98] Ignacio H. Lira und Wolfgang Wöger. „Evaluation of the Uncertainty Associated with a Measurement Result not Corrected for Systematic Effects“. In: *Measurement Science and Technology* 9.6 (Juni 1998), S. 1010. DOI: 10.1088/0957-0233/9/6/019.
- [Lyo02] David Lyons. „Obtaining Optimal Results with Filar Pendulums for Moment of Inertia Measurements“. In: *Proc. of 61th Annual Conference of Society of Allied Weight Engineers*. 61th Annual Conference of Society of Allied Weight Engineers. Virginia Beach, USA: Society of Allied Weight Engineers, 22. Mai 2002.
- [Maj10] Georg Majorosi. „Messung von Impulsschraubern“. In: *VDI-Berichte 2100*. Automatisierte Schraubmontage – Schraubtechnik im Wandel der Zeit. Hannover: VDI-Verlag, Nov. 2010, S. 41–50.
- [Mar12] Brian R. Martin. *Statistics for Physical Sciences: An Introduction*. Burlington: Elsevier Science, 2012. 313 S.
- [Max12] Maximator GmbH. *Drucklufterhöher GPLV 5 – Technisches Datenblatt*. März 2012.
- [MP03] Riaz A. Mufti und Martin Priest. „Experimental and Theoretical Study of Instantaneous Engine Valve Train Friction“. In: *Journal of Tribology* 125.3 (2003), S. 628. DOI: 10.1115/1.1538189.
- [Mül00] Friedrich. Müller. „Experimentelle Analyse und Modellbildung des dynamischen Betriebsverhaltens von Zahnriemen-Steuertrieben“. Düsseldorf: VDI Verl., 2000.
- [Nat15] National Instruments. *NI-TDMS-Dateiformat – Whitepaper 3727*. Juli 2015.
- [Nie+93] Heinz Niedrig, Hans-Joachim Eichler, Ludwig Bergmann und Clemens Schaefer. *Optik*. 9. Auflage. Bd. 3. Lehrbuch der Experimentaphysik. Berlin [u.a.]: de Gruyter, 1993.
- [NJH85] Ahid D Nashif, David I. G Jones und John P Henderson. *Vibration Damping*. New York: Wiley, 1985.
- [Och11] Karlheinz Ochs. „A Comprehensive Analytical Solution of the Nonlinear Pendulum“. In: *European Journal of Physics* 32.2 (1. März 2011), S. 479–490. DOI: 10.1088/0143-0807/32/2/019.

- [Oli+14a] Rafael S. Oliveira, Herman Augusto Lepikson, Antonio Carlos Peixoto Bitencourt, Raphael R. Machado, Simon Winter, René Theska und Thomas Fröhlich. „New Proposals for the Dynamic Tests of Torque Transducers“. In: *Proc. of Shaping the Future by Engineering: 58th IWK, Ilmenau Scientific Colloquium*. 58th IWK, Ilmenau Scientific Colloquium. Ilmenau, Sep. 2014.
- [Oli+14b] Rafael S. Oliveira, Simon Winter, Herman A. Lepikson, Thomas Fröhlich und René Theska. „A New Approach to Test Torque Transducers Under Dynamic Reference Regimes“. In: *Measurement* 58 (Dez. 2014), S. 354–362. DOI: 10.1016/j.measurement.2014.09.020.
- [Oli+15] Rafael S. Oliveira, Herman A. Lepikson, Thomas Fröhlich, René Theska und Wagner A. Duboc. „A New Proposal for the Dynamic Test of Torque Transducers“. In: *Proc. of XXI IMEKO World Congress*. XXI IMEKO World Congress. Prag, Tschechische Republik, Sep. 2015.
- [Ove+11] Frédéric Overney, Alain Rufenacht, Jean-Pierre Braun, Blaise Jeanneret und Paul S. Wright. „Characterization of Metrological Grade Analog-to-Digital Converters Using a Programmable Josephson Voltage Standard“. In: *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement* 60.7 (Juli 2011), S. 2172–2177. DOI: 10.1109/TIM.2011.2113950.
- [PB04] Reinhard Probst und Harald Bosse, Hrsg. *Requirements and Recent Developments in High Precision Angle Metrology: Proceedings of the 186th PTB-Seminar, 5th Nov. 2003*. Bremerhaven: Wirtschaftsverlag NW, Verlag für Neue Wissenschaft, 2004.
- [PB10] Ivo Petráš und Dagmar Bednářová. „Total Least Squares Approach to Modeling: A Matlab Toolbox“. In: *Acta Montanistica Slovaca* 15.2 (2010), S. 158–170.
- [Ped+05] Frank L Pedrotti, Leno S Pedrotti, Werner Bausch und Hartmut Schmidt. *Optik für Ingenieure: Grundlagen*. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2005.
- [PM94] Diedert Peschel und Dietmar Mauersberger. „Determination of the Friction of Aerostatic Radial Bearings for the Lever-Mass System of Torque Standard Machines“. In: *Proc. of XIII IMEKO World Congress*. XIII IMEKO World Congress. Turin, Italien, 5. Sep. 1994.
- [PS77] Niels Falsig Pedersen und O. Hoffmann Sørensen. „The Compound Pendulum in Intermediate Laboratories and Demonstrations“. In: *American Journal of Physics* 45.10 (1977), S. 994–998.
- [Pus07] Aimo Pusa. „The Long-Term Behaviour of Force Transducers as a Criteria for the Selection of New Transfer Standards“. In: *Proc. of IMEKO 20th TC3, 3rd TC16 and 1st TC22 International Conference*. IMEKO 20th TC3, 3rd TC16 and 1st TC22 International Conference. Merida, Mexiko, Nov. 2007.
- [PXI14] PXI Systems Alliance. *PXI Architecture*. 2014. URL: <http://www.pxisa.org/About/Architecture/Default.aspx> (besucht am 02.03.2014).

- [QS95] Michael Quass und Rainer Schicker. „Neues Meßprinzip revolutioniert die Drehmomentmeßtechnik“. In: *Antriebstechnik*. Antriebstechnik 4 (1995), S. 76–81.
- [Ram90] Günther Ramm. „Calibration of Bridge Standards for Use in Strain-Gage Measurements“. In: *Reports in Applied Measurement RAM; Journal for the Electrical Measurement of Mechanical Quantities* 6.1 (1990), S. 26–30.
- [RC08] Pedro M. Ramos und António Cruz Serra. „A New Sine-Fitting Algorithm for Accurate Amplitude and Phase Measurements in Two Channel Acquisition Systems“. In: *Measurement* 41.2 (Feb. 2008), S. 135–143. DOI: 10.1016/j.measurement.2006.03.011.
- [RH62] R. L. Robertson und E. C. Harris. „A Simplified Technique for Precision Measurement of Moment of Inertia“. In: *Papers for presentation at the Twenty-First National Conference of the SAWE*. Twenty-First National Conference of the SAWE. Seattle, USA, Mai 1962.
- [Rie+11] Gert Rietveld, Dongsheng Zhao, Charlotte Kramer, Ernest Houtzager, Orla Kristensen, Cyrille de Lefte und Torsten Lippert. „Characterization of a Wideband Digitizer for Power Measurements up to 1 MHz“. In: *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement* 60.7 (Juli 2011), S. 2195–2201. DOI: 10.1109/TIM.2011.2117330.
- [RM06] Dirk Röske und Dietmar Mauersberger. „On the Stability of Measuring Devices for Torque Key Comparisons“. In: *Proc. of XVIII IMEKO World Congress – Metrology for a Sustainable Development*. XVIII IMEKO World Congress – Metrology for a Sustainable Development. Rio de Janeiro, Brasilien, 17. Sep. 2006.
- [Roh67] Christof Rohrbach. *Handbuch für elektrisches Messen mechanischer Größen*. Düsseldorf: VDI-Verlag, 1967.
- [Rös99] Dirk Röske. „Zum Einfluß mechanischer Störkomponenten auf die Messung von Drehmomenten mit DMS-Aufnehmern“. Bremerhaven: Wirtschaftsverlag NW, Verlag für Neue Wissenschaft, 1999.
- [SBS06] Roman Schwartz, Michael Borys und Frank Scholz. *Leitfaden für Massebestimmungen hoher Genauigkeit*. Wirtschaftsverlag NW, Verlag für Neue Wissenschaft, 2006.
- [Sch08] Rainer Schicker. „New Measurement Flange with Optimized Price Opens Up New Dimensions in Torque Measurement“. In: *Automotive Testing Expo 2008 Europe*. Stuttgart, 8. Apr. 2008.
- [She80] Daniel H. Sheingold. *Transducer Interfacing Handbook: A Guide to Analog Signal Conditioning*. 1. Ed. Norwood, USA: Analog Devices, Inc., 1980.
- [SKK12] Christian Schlegel, Gabriela Kieckenap und Rolf Kumme. „Dynamic Calibration of Bridge Amplifiers used for Periodical Force Measurement“. In: *Proc. of Conference on Precision Electromagnetic Measurements (CPEM)*. Conference on Precision Electromagnetic Measurements (CPEM). Washington, D.C., USA, 2012, S. 570–571. DOI: 10.1109/CPEM.2012.6251057.

- [SL01] Carsten Schedlinski und Michael Link. „A Survey of Current Inertia Parameter Identification Methods“. In: *Mechanical Systems and Signal Processing* 15.1 (Jan. 2001), S. 189–211. DOI: 10.1006/mssp.2000.1345.
- [SP91] Johan Schoukens und Rik Pintelon. *Identification of Linear Systems: A Practical Guideline to Accurate Modeling*. Oxford; New York, USA: Pergamon Press, 1991.
- [SW02] Rainer Schicker und Georg Wegener. *Drehmoment richtig messen*. Darmstadt: Hottinger Baldwin Messtechnik, 2002.
- [Sym60] Keith R. Symon. *Mechanics*. Second Edition. Reading, USA: Addison-Wesley Publishing Company, 1960.
- [Tao+06] Li Tao, Shang Weilu, Cheng Yongpei, Yan Kangping und Yan Kangping. „100 Nm Negative Step Dynamic Torque Standard Machine“. In: *Proc. of XVIII IMEKO World Congress*. XVIII IMEKO World Congress. Rio de Janeiro, Brasilien, Sep. 2006.
- [Tie94] Horst-Dieter Tietz. *Technische Keramik – Aufbau, Eigenschaften, Herstellung, Bearbeitung, Prüfung*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 1994.
- [TM95] Angelika Täubner und Hans-Jürgen von Martens. „Diffraction Grating Interferometer for the Accurate Measurement of Rotational Quantities“. In: *Measurement* 16.2 (1995), S. 71–80. DOI: 10.1016/0263-2241(96)80000-5.
- [Ury05] Uryu Seisaku Ltd. *Uryu Air Tools General Catalog*. Aug. 2005.
- [USD11] Abhisek Ukil, Vishal H Shah und Bernhard Deck. „Fast Computation of Arctangent Functions for Embedded Applications: A Comparative Analysis“. In: *2011 IEEE International Symposium on Industrial Electronics (ISIE)*. 2011 IEEE International Symposium on Industrial Electronics (ISIE). Juni 2011, S. 1206–1211. DOI: 10.1109/ISIE.2011.5984330.
- [Usu+07] Takashi Usuda, Akihiro Oota, Hideaki Nozato, Tamio Ishigami, Yasuhiro Nakamura und Katsuhisa Kudo. „Development of Charge Amplifier Calibration System Employing Substitution Method“. In: *Proc. of IMEKO 20th TC3, 3rd TC16 and 1st TC22 International Conference*. IMEKO 20th TC3, 3rd TC16 and 1st TC22 International Conference. Merida, Mexiko, Nov. 2007.
- [VB13] Henrik Volkers und Thomas Bruns. „The Influence of Source Impedance on Charge Amplifiers“. In: *Acta IMEKO* 2.2 (2013), S. 56–60.
- [Ver06] Verein Deutscher Ingenieure. *VDI/VDE 2646 Drehmomentmessgeräte: Mindestanforderungen an Kalibrierungen*. Feb. 2006.
- [Vib97] Vibro-Meter SA. *Torquemaster TM 200 Series – Instruction Manual*. Jan. 1997.
- [Wed05] Achim Wedmann. *Experimentelle Bestimmung des Rotormassenträgheitsmomentes einer Normalmesseinrichtung zur Kalibrierung mit dynamischem Drehmoment – Diplomarbeit Fachhochschule Lübeck*. Jan. 2005.

*C Literaturverzeichnis*

- [Wos64] Eugen-Georg Woschni. *Meßdynamik: eine Einführung in die Theorie dynamischer Messungen*. Leipzig: Hirzel, 1964.
- [Wüb+10] Gerd Wübbeler, Peter M. Harris, Maurice G. Cox und Clemens Elster. „A Two-Stage Procedure for Determining the Number of Trials in the Application of a Monte Carlo Method for Uncertainty Evaluation“. In: *Metrologia* 47.3 (1. Juni 2010), S. 317. DOI: 10.1088/0026-1394/47/3/023.

## D Wissenschaftlicher Werdegang

### Leonard Klaus

Geboren am 21. 01. 1982 in München

### Ausbildung

09/2002 – 10/2008 Studium der Informatik (Abschluss: Dipl.-Ing. (FH)) an der Fachhochschule Braunschweig/Wolfenbüttel am Fachbereich Produktions-, Verfahrens- und Fahrzeugtechnik

09/1988 – 06/2001 Rudolf-Steiner-Schule Coburg, abgeschlossen mit allgemeiner Hochschulreife am Gymnasium Albertinum, Coburg

### Berufserfahrung

seit 09/2010 Doktorand an der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt (PTB) in der Arbeitsgruppe 1.73 *Stoßdynamik*.

12/2008 – 08/2010 Mitarbeiter in der Arbeitsgruppe 1.73 *Stoßdynamik* der PTB.  
Aufgabe: Aufbau und Inbetriebnahme einer dynamischen Kraftstoß-Normalmesseinrichtung

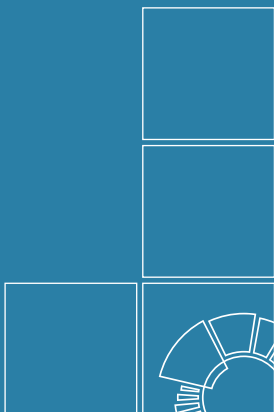
03/2008 – 10/2008 Diplompraktikum bei der TEG mbH

10/2003 – 02/2008 Werkstudent im Technologiezentrum der Abteilung Vorentwicklung der Sumitomo Electric Bordnetze GmbH (bis 2005 Volkswagen Bordnetze GmbH)

06/2005 – 05/2006 Hilfwissenschaftler im Internationalen Büro der Fachhochschule

07/2001 – 05/2002 Zivildienst im Pfarramt Seidmannsdorf, Coburg





**Herausgeber:**

Physikalisch-Technische Bundesanstalt  
ISNI: 0000 0001 2186 1887

Presse und Öffentlichkeitsarbeit

Bundesallee 100  
38116 Braunschweig

Telefon: (05 31) 592-93 21  
Telefax: (05 31) 592-92 92  
[www.ptb.de](http://www.ptb.de)

**Vertrieb:**

Fachverlag NW in der  
Carl Schünemann Verlag GmbH

Zweite Schlachtpforte 7  
28195 Bremen

Telefon: (04 21) 369 03-0  
Telefax: (04 21) 369 03-63  
[www.schuenemann-verlag.de](http://www.schuenemann-verlag.de)